



MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT DER
RHEINISCHEN FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT BONN



Studie zu Effekten der Tau-Polarisation in $\tilde{\chi}_2^0$ -Zerfällen mit dem ATLAS-Experiment

————— ◆ —————
Diplomarbeit

von

TILL NATTERMANN

————— ◆ —————
Angefertigt am Physikalischen Institut

im

Juli 2008

————— ◆ —————
vorgelegt der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität

Bonn

vorgelegt von Till Nattermann
Theaterstraße 20
53111 Bonn

Betreuer Prof. Dr. Klaus Desch
Zweitgutachter Prof. Dr. Norbert Wermes
Abgabetermin 08. August 2008

SELBSTÄNDIGKEITSERKLÄRUNG

Hiermit versichere ich, Till Nattermann, dass ich die vorliegende Diplomarbeit mit dem Titel

„Studie zu Effekten der Tau-Polarisation
in $\tilde{\chi}_2^0$ -Zerfällen mit dem ATLAS-Experiment“

in allen Teilen selbständig und ohne fremde Hilfe verfasst habe und keine als die angegebenen Hilfsmittel verwendet wurden. Stellen, die anderen Werken, einschließlich elektronischer Medien und Online-Quellen, dem Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen wurden, habe ich in jedem einzelnen Fall durch die Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht. Gleiches gilt für alle Abbildungen, Tabellen und Anlagen.

Bonn, den 08. August 2008

– Till Nattermann –

————— INHALTSVERZEICHNIS —————

Kurzfassung	VII
abstract	IX
Kapitel 1	Einleitung
1.1 Motivation	1
1.2 Zielsetzung	3
1.3 Überblick	3
Kapitel 2	Grenzen und Erweiterung des Standardmodells
2.1 Standardmodell	5
2.2 Grenzen des Standardmodells	10
2.3 Supersymmetrie	13
Kapitel 3	Kinematik in $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\tau}\tau \rightarrow \tau\tau\tilde{\chi}_1^0$
3.1 Der Signalprozess	25
3.2 Relativistische Kinematik	25
3.3 Invariante Masse der Taus	28
3.4 Tau-Zerfälle	30
3.5 Polarisierung der Taus	48
3.6 Zusammenfassung	53
Kapitel 4	Der ATLAS-Detektor und seine Simulation
4.1 Der LHC	55
4.2 Der ATLAS Detektor	56
4.3 SUSY-Produktion am LHC	59
4.4 Tau-Rekonstruktion	59
4.5 Simulation	62
Kapitel 5	Analyse
5.1 Ereignis-Selektion	65
5.2 Untersuchung der Polarisierungseffekte	71
5.3 Messung von Endpunkt und Polarisierung	78
5.4 Nutzung verschiedener Tau-Zerfälle	99
Kapitel 6	Kritische Betrachtung und Ausblick
6.1 Modellabhängigkeit	105
6.2 Korrelation in der Kalibration	107
6.3 Einflüsse des Trigger-Systems	110
6.4 Unsicherheit der Jet-Energie-Skalierung	111
6.5 Mögliche Verbesserungen der Studie	112
6.6 Zusammenfassung	116
Kapitel A	Vermessung der Spektren
	119

 ABBILDUNGSVERZEICHNIS

2.1	Schleifenkorrekturen zur HIGGS-Masse	11
2.2	Vereinigung der Kopplungen	12
2.3	SUSY-Beiträge zu $\mu \rightarrow e\gamma$	17
2.4	Mischung der dritten Sfermion-Generation	20
2.5	$SU3$ -Massenspektrum	24
3.1	Der Zerfall $\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\tau}\tau \rightarrow \tau\tau\tilde{\chi}_2^0$	26
3.2	Polarisationseffekte im $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ -Zerfall	32
3.3	Zur Herleitung der Dilepton-Fragmentationsfunktionen	34
3.4	Funktionen von Zufallsvariablen	35
3.5	Fragmentationsfunktionen und Massenspektren	37
3.6	Spektren mit $P_n + P_f = 0$	39
3.7	Zusammenhang von Summe und Produkt der Polarisierungen	41
3.8	Unterschiede in Spektren für $P_1 + P_2 = \text{const.}$	42
3.9	Summe und Produkt der Polarisierungen in den $\pi\pi$ -Spektren	43
3.10	Polarisationseffekte im $\tau \rightarrow \nu_\tau v$ -Zerfall	47
3.11	Polarisation der Taus	51
3.12	$\langle m_{\pi\pi} \rangle$, $P_1 + P_2$ und $P_1 \cdot P_2$ als Funktion von ϑ_τ	52
4.1	Die LHC-Beschleunigeranlage	56
4.2	Feynmangraphen für SUSY-Produktion am LHC	60
5.1	<i>same-sign</i> -Subtraktion	67
5.2	Signal- und Untergrundverteilung	70
5.3	Spektren verschiedener τ -Zerfallsprodukte	72
5.4	Fragmentationsfunktionen verschiedener τ -Zerfallsprodukte	73
5.5	Spektren aller hadronischen Zerfallsprodukte	74
5.6	Prongbasierte Tau-Selektion	75
5.7	invariante Masse-basierte Tau-Selektion	76
5.8	Massen und Polarisationseffekte	77
5.9	Observablen der Kalibration	85
5.10	Fit der Observablen	86
5.11	$SU3$ -Spektrum mit Observablen	88
5.12	Observablen als Geraden mit $1\text{-}\sigma$ -Ellipse	90
5.13	Fehlerellipsen von Endpunkt und Polarisation	91
5.14	statistische und systematische Fehler	92
5.15	numerische Fehler-Konturen	94
5.16	Wahrscheinlichkeitsdichte in $m_{\tilde{\tau}}\text{-}\vartheta_{\tilde{\tau}}$ -Ebene	96
5.17	Transformation in die $m_{\tilde{\tau}}\text{-}\vartheta_{\tilde{\tau}}$ -Ebene	98
5.18	Kalibration mit Unterscheidung der Tau-Zerfälle	101
5.19	Messung mit Unterscheidung der Tau-Zerfälle	102
6.1	Breiten der $\tilde{\tau}$ - und $\tilde{\chi}_2^0$ -Masse	106

6.2	Die Fitparameter der Kalibrationen aus Pseudoexperimenten	109
6.3	Die χ^2 -Verteilungen der Kalibrationen	110
6.4	Überlapp verschiedener Rekonstruktionsalgorithmen	112
6.5	Die Verteilungen $m_{q\tau,\text{high}}$, $m_{q\tau,\text{low}}$ und $m_{q\tau\tau}$	115
A.1	Referenzspektren mit Fits – 1	120
A.2	Referenzspektren mit Fits – 2	121

————— TABELLENVERZEICHNIS —————

2.1	Die Elementarteilchen	9
2.2	Minimales supersymmetrisches Teilchenspektrum	15
2.3	Supermultipletts im MSSM	18
2.4	Massen und Zerfälle am SU_3 -Punkt	23
3.1	Die Zerfallsmodi des Taus	30
5.1	Verwendeter Standardmodell-Untergrund	68
5.2	Untergrund nach Schnitten	69
5.3	Massen und Polarisierungen der Kalibrationsspektren	81
A.1	Observablen der Fits	122

KURZFASSUNG

Die Bestimmung von Massen supersymmetrischer Teilchen in R -Parität erhaltenden Modellen mit einem nur schwach wechselwirkenden, leichtesten supersymmetrischen Teilchen ist über die Messung von kinematischen Endpunkten von invarianten Massenspektren in dem Zerfall $\tilde{q} \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 q \rightarrow q \tilde{\ell} \ell_n \rightarrow q \tilde{\chi}_1^0 \ell_n \ell_f$ möglich. Für eine Untersuchung der $\tilde{\tau}$ -Eigenschaften ist in Lepton-Flavour-erhaltenden Modellen eine Betrachtung von Endzuständen mit Taus unumgänglich, die sich durch ihren Zerfall im Detektor gegenüber anderen Leptonen auszeichnen. Der Zerfall ermöglicht aber auch eine Sensitivität der invarianten Massenverteilungen der beiden Taus, $m_{\tau\tau}$, auf deren Polarisation $P(\tau_n)$ und $P(\tau_f)$.

Basierend auf der schnellen Detektorsimulation des ATLAS-Detektors, präsentiert diese Arbeit eine Analyse-Strategie, die eine Messung des Endpunkts $m_{\tau\tau}^{\max}$ und der Summe der beiden Polarisierungen erlaubt. Mit einer integrierten Luminosität von 36.1 fb^{-1} können diese Größen aus dem $SU3$ -Szenario des mSUGRA-Modells zu

$$m_{\tau\tau}^{\max} = 98.34 \pm 2.5 \text{ GeV} \quad (98.3 \text{ GeV}) \quad \text{und} \quad P(\tau_n) + P(\tau_f) = -0.02 \pm 0.62 \quad (0.15)$$

bestimmt werden. Die Zahlen in den Klammern nennen die tatsächlichen Werte am $SU3$ -Punkt. Unter der Annahme, dass die Neutralino-Massen und Mischungen in einem Probemodell bekannt sind, kann dieses Ergebnis in eine Messung der $\tilde{\tau}$ -Masse und des $\tilde{\tau}$ -Mischungswinkels von

$$\vartheta_{\tilde{\tau}} = \begin{cases} 1.21^{+0.31}_{-0.64} & (1.41) \\ 2^{+0.52}_{-0.27} & (1.86) \end{cases} \quad \text{und} \quad m_{\tilde{\tau}} = \begin{cases} 158.11^{+1.43}_{-1.31} \text{ GeV} & (158.09 \text{ GeV}) \\ 231.16^{+1.93}_{-2.07} \text{ GeV} & (231.19 \text{ GeV}) \end{cases}$$

umgesetzt werden. Die Ambiguität in diesen Parametern liegt an der Tatsache, dass die verwendeten Observablen durch je zwei Werte dieser Parameter beschrieben werden können. Die Werte in den Klammern nennen die in diesem Probemodell zu den tatsächlichen Werten von $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $P(\tau_n) + P(\tau_f)$ gehörigen $m_{\tilde{\tau}}$ und $\vartheta_{\tilde{\tau}}$.

Unter der Annahme einer perfekten Unterscheidung der Zerfälle des Tau-Leptons, kann dieses Ergebnis auf

$$m_{\tau\tau}^{\max} = 100.19^{+1.36}_{-1.37} \text{ GeV} \quad \text{und} \quad P(\tau_n) + P(\tau_f) = -0.33^{+0.374}_{-0.366}$$

präzisiert werden.

ABSTRACT

SUSY-masses in R -parity conserving models with an only weakly interacting lightest supersymmetric particle can be determined by the measurement of kinematic endpoints of invariant mass distributions in the decay chain $\tilde{q} \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 q \rightarrow q \tilde{\ell} \ell_n \rightarrow q \tilde{\chi}_1^0 \ell_n \ell_f$. To investigate the $\tilde{\tau}$ properties in models with lepton flavour conservation, final states with taus have to be analysed, which differ from other leptons due to the taus decay inside the detector. However, it is the tau decay which provides a sensitivity to the polarisations $P(\tau_n)$ and $P(\tau_f)$ in the invariant mass distribution $m_{\tau\tau}$ of the two taus.

Based on fast simulation of the ATLAS-detector, this thesis presents an analysis, allowing a measurement of the endpoint $m_{\tau\tau}^{\max}$ as well as the sum of the polarisations of the taus. With an integrated luminosity of 36.1 fb^{-1} these quantities can be measured in the $SU3$ -scenario of the mSUGRA model to be

$$m_{\tau\tau}^{\max} = 98.34 \pm 2.5 \text{ GeV} \quad (98.3 \text{ GeV}) \quad \text{and} \quad P(\tau_n) + P(\tau_f) = -0.02 \pm 0.62 \quad (0.15) .$$

The numbers in the parentheses represent the actual values within this model. Under the assumption of known neutralino masses and mixings in a toy model, these measurements can be transformed into a determination of the $\tilde{\tau}$ mass and mixing angle to

$$\vartheta_{\tilde{\tau}} = \begin{cases} 1.21_{-0.64}^{+0.31} & (1.41) \\ 2_{-0.27}^{+0.52} & (1.86) \end{cases} \quad \text{and} \quad m_{\tilde{\tau}} = \begin{cases} 158.11_{-1.31}^{+1.43} \text{ GeV} & (158.09 \text{ GeV}) \\ 231.16_{-2.07}^{+1.93} \text{ GeV} & (231.19 \text{ GeV}) \end{cases} .$$

The ambiguity in these values is due to the fact, that the used observables can be explained by two of these parameters. The numbers in the parentheses represent the values derived using the real values $m_{\tau\tau}^{\max}$ and $P(\tau_n) + P(\tau_f)$ within the used toy model.

Assuming a perfect distinction of different tau decay modes, the precision could be increased to

$$m_{\tau\tau}^{\max} = 100.19_{-1.37}^{+1.36} \text{ GeV} \quad \text{and} \quad P(\tau_n) + P(\tau_f) = -0.33_{-0.366}^{+0.374} .$$

EINLEITUNG

Die Physik, mit ihren zahlreichen Subdisziplinen, hat sich auf Grund eines immer weiter reichenden Verständnisses zu einem vielseitigen und komplexen Gebilde entwickelt. Obwohl auf allen Gebieten mit den gleichen wissenschaftlichen Methoden gearbeitet wird, ist es kaum noch möglich, den aktuellen Entwicklungen in allen Forschungsbereichen zu folgen, und so zeichnet sich eine zunehmende Spezialisierung ab.

Ziel dieser Einleitung ist es, die folgende Arbeit in den wissenschaftlichen Gesamtkontext zu setzen. Es sollen die aktuellen Fragestellungen der Teilchenphysik erläutert werden, um anschließend den Zweck der Arbeit innerhalb dieser Fachrichtung darzulegen. Zuletzt wird ein kurzer Überblick über den Aufbau der Arbeit gegeben. Wegen des außerordentlich weit entwickelten Kenntnisstandes, können die Inhalte dieser Abschnitte nur den Charakter einer Skizze haben.

1.1 Motivation

Das Studium der Grundbausteine der Welt ist sicherlich eines der spannendsten und wendungsreichsten Gebiete der Wissenschaft – von ihren einfachen Anfängen in der Antike, bis hin zum modernen Bild in der Elementarteilchenphysik. Schon die einfache Überlegung, ob ein Objekt beliebig oft teilbar ist, wirft die Frage nach einer Existenz unteilbarer Konstituenten auf, aus denen unsere Welt aufgebaut ist. Eine Antwort auf diese Frage scheint gefunden: Tatsächlich weist alles daraufhin, dass sich die bekannte Materie aus kleinsten Teilen zusammensetzt, und so liegen deren Entdeckung und Erforschung nahe. Denn ohne Zweifel ist die Kenntnis über den elementaren Aufbau der Welt ein grundlegendes Interesse des Menschen, zu dessen Genügen alle Teilchen gefunden und ihre Verhaltensweisen verstanden werden müssen.

Bisher ist dies allerdings noch unerreicht. Trotz der bemerkenswerten Fortschritte und zahlreicher Entdeckungen, reichen die bisherigen Kenntnisse nicht aus, um alle Phänomene der Teilchen zu erklären. So stehen die Entdeckungen vermuteter Teilchen aus, und auch eine einheitliche Beschreibung ihrer Wechselwirkungen ist bislang noch nicht gelungen. Für den Anspruch, eine umfassende Theorie zu sein, muss die Physik jedoch Antworten auf die Frage nach den elementaren Bausteinen und ihrem Zusammenspiel geben, und zwar in solcher Weise, dass sich daraus die uns bekannte Welt aufbauen lässt.

Ein solches Verständnis auf elementarster Ebene ist jedoch nicht nur für die subatomaren Vorgänge von direkter Bedeutung. Denn obwohl im Makrokosmos eher die kollektiven Eigenschaften großer und komplexer Teilchensysteme eine Rolle spielen, ist es ausgerechnet die Kosmologie, für die die Ergebnisse der Teilchenphysik von großer Relevanz sind. Insbesondere im jungen Universum,

also kurz nach dem Urknall, bestand die Materie ausschließlich aus einzelnen Elementarteilchen, und so ist deren Zusammenspiel nach der Geburt unserer Welt eine wichtige Weichenstellung für die Welt, die wir heute sehen. Doch auch in der aktuellen Entwicklung des Universums spielt die Teilchenphysik eine Rolle. So könnte die Frage nach der Beschaffenheit Dunkler Materie mit der Entdeckung eines massiven, aber nur schwach wechselwirkenden Teilchens geklärt werden.

Daher werden neue Erkenntnisse benötigt, die die offenen Fragen beantworten und Aufschluss über den Aufbau der Natur geben. Wichtiger Bestandteil solcher Bemühungen ist die Entwicklung neuer Theorien, die die bekannten Modelle erweitern, um deren Gültigkeit, insbesondere in Bereiche hoher Energien, zu verallgemeinern. Ein solches Modell muss jedoch immer einer präzisen experimentellen Überprüfung unterzogen werden, um einerseits eine genaue Kenntnis seiner Parameter zu ermöglichen und andererseits die Konsistenz einer Theorie zu untersuchen. Denn eine eventuelle Diskrepanz zwischen Vorhersage und Messung kann ausreichen, um ein Modell zu widerlegen.

Die heutigen Kenntnisse über die grundlegenden Vorgänge zwischen den Teilchen sind in vieler Hinsicht gut verstanden und in effektiven Theorien untergebracht. Dennoch bleiben Schwierigkeiten in zwei völlig verschiedenen Hinsichten: Einerseits sind die Theorien zum Teil für komplexe Fragestellungen, zum Beispiel Vielteilchensysteme, (noch) nicht analytisch lösbar. Hier sind die grundlegenden Theorien verstanden, aber ihre Methoden nur für ausgewählte, zumeist einfache Systeme für Voraussagen geeignet. Andererseits ergibt sich eine ganz neue Situation, wenn Unklarheit über die zu Grunde liegende Theorie herrscht, der man nur mit der Entwicklung einer adäquaten Theorie begegnen kann.

In der Teilchenphysik hat sich die Situation eingestellt, dass verschiedene Theorien zur Weiterbildung des bisherigen Modells geeignet scheinen. Dies hat vielschichtige Gründe. Zum einen stellen sich grundlegende Fragen, wie die Natur beschaffen sei. So vermutet etwa die Supersymmetrie, dass es zu jedem fundamentalen Materieteilchen (Fermion) ein korrespondierendes Austauscheteilchen (Boson) und umgekehrt, zu jedem Austauscheteilchen einen Materie-Partner gibt. Zum anderen stellen sich bei der Analyse der Wechselwirkungen, die sich bislang in drei fundamentale Kräfte aufteilen lassen, neue Fragen. Die Vereinheitlichung der schwachen und der elektromagnetischen Wechselwirkung durch eine gemeinsame Theorie haben Bemühungen motiviert, auch die starke Wechselwirkung, und in ferner Zukunft vielleicht auch die Gravitation, in einem Modell zu vereinen. Doch bislang scheinen die einzelnen Theorien, die in ihren Gebieten sehr erfolgreich sind, in ihrer Struktur zu verschieden, als dass ihre Vereinigung gelungen wäre.

Von experimenteller Seite fällt bisher eine Entscheidung, welches der vorgeschlagenen Modelle richtig ist, schwer. Dies hat seine Wurzeln nicht zuletzt in der Tatsache, dass die neuen Phänomene aller erweiternden Theorien erst bei Energieskalen wichtig werden, die unter kontrollierbaren Laborbedingungen bisher noch nicht zugänglich sind. Daher stellen neue Hochenergie-Beschleuniger, wie der in naher Zukunft startende LHC, ein geeignetes Instrument zur Erforschung neuer Bereiche dar. Ein solches Experiment hat großes Entdeckungspotential für Modelle im Gültigkeitsbereich hoher Energien, und ist daher ein probates Mittel zur Verifizierung bzw. Widerlegung möglicher Modelle neuer Physik.

Sollten neue Phänomene einer weiterführenden Theorie gefunden werden, so ist deren Untersuchung und Vermessung eine der vordringlichsten Aufgaben, und in diesem Sinne versteht sich die vorliegende Arbeit. Im Zusammenhang mit dem ATLAS-Experiment soll in einem eng gesteckten Rahmen eine Studie von Teilaspekten einer weiterführenden Theorie vorgenommen werden, um zu untersuchen, welche messbaren Auswirkungen diese im Detektor haben. Dies soll insbesondere hinsichtlich einer Prüfung geschehen, ob die prognostizierten Effekte signifikant genug sind, experimentell einzelne Parameter zu messen, oder zumindest Bereiche auszuschließen.

Die der Arbeit zu Grunde liegende Theorie ist dabei die Supersymmetrie (SUSY). Sollten Hinweise auf dieses Modell am LHC entdeckt werden, so ist die Vermessung der Eigenschaften ihrer Teilchen eine wichtige Aufgabe. Dabei sind zunächst die Massen der neuen Teilchen wichtig, aber auch andere Größen, die Informationen über das in der Natur realisierte SUSY-Modell liefern. Im Allgemeinen sind jedoch viele dieser Parameter nicht direkt zugänglich und können nur indirekt über die Messung anderer Observablen bestimmt werden. Dies macht die Entwicklung von Analyse-Strategien nötig, die aus messbaren Observablen Rückschlüsse auf die eigentlich interessanten Parameter erlauben. Eine solche Strategie soll in dieser Arbeit präsentiert werden.

1.2 Zielsetzung

Die vorliegende Arbeit wird sich auf die Untersuchung der invarianten Masse der τ -Leptonen aus der Zerfallskette des $\tilde{\chi}_2^0$, des zweitleichtesten neutralen Partners der HIGGS- und Eichbosonen,

$$\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\tau}\tau \rightarrow \tau\tau\tilde{\chi}_1^0 \quad (1.1)$$

in supersymmetrischen Modellen beschränken. Es wird sich zeigen, dass diese prinzipiell messbare Größen zur Verfügung stellt, die theoretisch eine Messung einzelner Parameter innerhalb von SUSY-Modellen ermöglichen. Diese Parameter sind dabei sowohl mit den Massen der SUSY-Teilchen, als auch mit den von vielen Modellen vorhergesagten Mischungen der Teilchenzustände verknüpft, und erlauben daher Rückschlüsse auf diese Größen. Dabei soll insbesondere auch die Polarisation der Taus berücksichtigt werden, die für die Untersuchung der messbaren Endzustände eine große Rolle spielen und Informationen liefern, die aus anderen Messungen nicht gewonnen werden können.

Die Fragen, die in dieser Arbeit beantwortet werden sollen, sind zunächst, welchen Einfluss die Polarisation auf die messbaren Endzustände der Taus hat, und von welchen SUSY-Parametern die Polarisation abhängt. Darüber hinaus soll mit diesen Kenntnissen eine Strategie entwickelt werden, die eine Messung der Polarisation der Taus und des kinematischen Endpunktes ihrer invarianten Massenverteilung erlaubt. Die präsentierte Methode soll anschließend an einem hypothetischen Probemodell aus Monte-Carlo-Simulationen getestet werden, und die beiden Parameter in diesem Modell bestimmt werden. Das Ziel ist eine Untersuchung, mit welcher Genauigkeit die Bestimmung von Endpunkt und Polarisation unter realistischen Experiment-Umgebungen möglich ist, und welche Aussagen entsprechende Messungen über die grundlegenden SUSY-Parameter ermöglichen.

1.3 Überblick

Kapitel 2 wird kurz das Standardmodell zusammenfassen und einige ausgewählte Probleme präsentieren, die seine Erweiterung nötig machen. Dazu soll die supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells vorgestellt werden, die einen aussichtsreicher Kandidat zur Lösung der Probleme des Standardmodells ist und das dieser Arbeit zu Grunde liegende Physik-Modell ist. Allerdings werden nur die Grundlagen und einige Aspekte spezieller supersymmetrischer Modelle präsentiert, die für diese Arbeit wichtig sind.

Das dritte Kapitel wird den zu untersuchenden Prozess von einem theoretischen Standpunkt betrachten um die Frage zu klären, welche Größen prinzipiell bestimmt werden können. Dazu soll der Einfluss der Polarisation der Taus und der Massen der SUSY-Teilchen auf die invariante Massenverteilung der beiden Taus untersucht werden. Ebenso wird gezeigt, durch welche SUSY-Parameter die Polarisation der Taus bestimmt wird.

In Kapitel 4 soll der ATLAS-Detektor am LHC vorgestellt werden, der das der Arbeit zu Grunde liegende Experiment ist. Dabei sollen die experimentellen Schwierigkeiten in der Analyse des hier betrachteten Prozesses dargestellt werden. Die Rekonstruktion von Tau-Leptonen wird dabei ebenso von Bedeutung sein, wie die Vorstellung der verwendeten Programme zur Monte-Carlo-Simulation.

Das fünfte Kapitel wird die entwickelte Analyse-Strategie vorstellen und die Ergebnisse der Vermessung eines Probemodells zeigen. Darüber hinaus wird gezeigt, welche Aussagen mit dem so gewonnenen kinematischen Endpunkt der invarianten Massenverteilung und der Polarisierung der Taus über die Masse des Staus und den Stau-Mischungswinkel möglich sind.

Das sechste Kapitel wirft schließlich einen kritischen Rückblick auf die Arbeit und soll mögliche Verbesserungen der Arbeit für künftigen Studien vorschlagen.

GRENZEN UND ERWEITERUNG DES STANDARDMODELLS

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik hat sich bis zu den heute zugänglichen Energien als erfolgreiche Theorie bewährt, die die beobachtbaren Phänomene erklären und voraussagen kann. Dennoch steht fest, dass dieses Modell für höhere Energien einer Erweiterung bedarf, um alle Fragen zu beantworten und eine konsistente Beschreibung der Natur zu garantieren. In dem folgenden Kapitel sollen die Grundzüge des Standardmodells erläutert und anschließend die Grenzen dieses Modells aufgezeigt werden, um die Motivation für die Entwicklung weiterführender Theorien zu begründen. Im Anschluss soll eine mögliche Erweiterung, die Supersymmetrie, vorgestellt werden.

2.1 Standardmodell

Das derzeitige Bild der Teilchenphysik ist im Standardmodell zusammengefasst [1]. Dieses Modell benennt die tatsächlich elementaren Teilchen und ihre Wechselwirkungen. Die Teilchen sind schnell genannt, jedoch sind es ihre Wechselwirkungen, die aufwendige Theorien erfordern. Ein grundlegendes Konzept dieser Theorien ist die lokale Eichinvarianz. Es soll zunächst kurz auf die Quantenelektrodynamik eingegangen werden, also die Theorie zur Beschreibung elektromagnetischer Effekte, um anhand dessen, die Funktionsweise einer solchen Theorie zu erläutern. Diese legt die für die Supersymmetrie wichtige Rollenverteilung zwischen Bosonen und Fermionen fest.

2.1.1 Quantenelektrodynamik

Ausgangspunkt der Betrachtung ist die freie DIRAC-Gleichung

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi(x) = 0. \tag{2.1}$$

Sie beschreibt ein Spin $1/2$ -Teilchen und wird der speziellen Relativitätstheorie gerecht. Dafür befriedigt jede Komponente des Spinors Ψ die Energierelation $E = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$.¹ Die zugehörige LAGRANGE-Dichte lautet

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}(x) (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi(x), \quad \text{wobei} \quad \bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0.$$

¹In dieser Arbeit werden konsequent natürliche Einheiten verwendet, also $\hbar = c = 1$

Über die EULER-LAGRANGE-Gleichung

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\Psi}} - \partial^\mu \frac{\mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Psi)} = 0$$

lässt sich Gleichung 2.1 ableiten. Offensichtlich ist die LAGRANGE-Dichte invariant unter einer globalen Eichtransformation der $U(1)$ -Gruppe:

$$\Psi \rightarrow \Psi' = \Psi \exp(i\alpha) .$$

Es soll aber eine lokale Eichinvarianz gefordert werden:

$$\Psi \rightarrow \Psi' = \Psi \exp(i\alpha(x)) . \quad (2.2)$$

Dieses wichtige Detail hat weitreichende Konsequenzen. Da nun die Ableitungen nicht mehr mit der Transformation vertauschen, erhält man weitere Terme in der LAGRANGE-Dichte, und diese ist damit nicht mehr invariant. Daher muss ein zusätzliches Feld eingeführt werden, welches so transformiert, dass die zusätzlich auftretenden Terme genau wegfallen. Ein solches Feld, im Weiteren A_μ genannt, muss also speziell gewählt werden und wird über die kovariante Ableitung eingeführt:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu .$$

Damit nun die entstandenen Terme wegfallen, muss das Eichfeld gemäß

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x) \quad (2.3)$$

transformieren. Mit dieser Wahl gilt dann

$$\mathcal{L}' = \bar{\Psi}' (i\gamma^\mu D'_\mu - m) \Psi' = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \Psi = \mathcal{L}$$

und die LAGRANGE-Dichte ist wie gefordert invariant. Diese Invarianz unter beliebigen lokalen Eichtransformationen soll Ausdruck einer ungeänderten physikalischen Situation sein. So muss auch die durch das Eichfeld realisierte Situation des Systems unter der Transformation unangetastet bleiben. Es ist aber genau das Vierervektorpotential der Elektrodynamik, das eine Eichfreiheit gemäß Gleichung 2.3 ermöglicht, ohne die physikalischen Felder \vec{E} und \vec{B} zu verändern. A_μ ist daher als das Vierervektorpotential der Elektrodynamik zu betrachten. Diese Interpretation motiviert die zusätzliche Einführung des kinetischen Terms $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ mit

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

für das Eichfeld. Auch dieser Term ist invariant unter der Transformation (2.3):

$$F'^{\mu\nu} = \left(\partial^\mu A^\nu - \frac{1}{e} \partial^\mu \partial^\nu \alpha(x) - \partial^\nu A^\mu + \frac{1}{e} \partial^\nu \partial^\mu \alpha(x) \right) = F^{\mu\nu}$$

Dabei wurde $\partial_\mu \partial_\nu \alpha(x) = \partial_\nu \partial_\mu \alpha(x)$ verwendet. Es gilt somit:

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \underbrace{\bar{\Psi}(x) (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi(x)}_{\text{Materiefeld}} + \underbrace{\bar{\Psi}(x) \gamma^\mu e A_\mu \Psi(x)}_{\text{Kopplung}} - \underbrace{\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}_{\text{Eichfeld}} \quad (2.4)$$

Diese LAGRANGE-Dichte beinhaltet zunächst ein freies geladenes Fermion der Masse m , wie es für die Herleitung der Dirac-Gleichung benötigt wird. Darüber hinaus erzwingt die lokale Eichinvarianz die Einführung eines Eichfeldes, im Falle der Quantenelektrodynamik also das elektromagnetische Feld, das an das Materiefeld koppelt. Die beiden letzten Terme in Gleichung 2.4 können mit der elektrischen Stromdichte

$$j^\mu = -e\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi \quad (2.5)$$

umformuliert werden. Damit kann der Teil der LAGRANGE-Dichte, der das Eichfeld beinhaltet, als

$$\mathcal{L}_{\text{em}} = -j^\mu A_\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = -j^\mu A_\mu - \frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \quad (2.6)$$

geschrieben werden. Wendet man nun die Euler-Lagrange-Gleichungen auf \mathcal{L}_{em} an, so erhält man die MAXWELL-Gleichungen. Dabei muss A_β als Feld verwendet werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\mathcal{L}_{\text{em}}}{\partial(\partial_\alpha A_\beta)} &= \frac{\partial\mathcal{L}_{\text{em}}}{\partial F_{\rho\sigma}} \frac{\partial F_{\rho\sigma}}{\partial(\partial_\alpha A_\beta)} = -\frac{1}{2}F^{\rho\sigma} \frac{\partial}{\partial(\partial_\alpha A_\beta)} (\partial_\rho A_\sigma - \partial_\sigma A_\rho) \\ &= -\frac{1}{2}F^{\rho\sigma} (\delta_\rho^\alpha \delta_\sigma^\beta - \delta_\sigma^\alpha \delta_\rho^\beta) = -\frac{1}{2} (F^{\alpha\beta} - F^{\beta\alpha}) = -F^{\alpha\beta} . \end{aligned}$$

Desweiteren ergibt sich

$$\frac{\partial\mathcal{L}_{\text{em}}}{\partial A_\beta} = -j^\beta$$

und man erhält

$$0 = \frac{\partial\mathcal{L}_{\text{em}}}{\partial A_\beta} - \partial_\alpha \frac{\partial\mathcal{L}_{\text{em}}}{\partial(\partial_\alpha A_\beta)} = -j^\beta + \partial_\alpha F^{\alpha\beta} \quad \Leftrightarrow \quad \partial_\alpha F^{\alpha\beta} = j^\beta. \quad (2.7)$$

Dies ist genau die kovariante Formulierung der inhomogenen MAXWELL-Gleichungen, wie man es erwarten würde, denn diese regeln das Zusammenspiel von geladenen Teilchen und dem elektromagnetischen Feld. Das belegt ein weiteres Mal die Interpretation des Eichfeldes als das elektromagnetische Feld. Betrachtet man nun noch die Gleichung 2.7 in der LORENTZ-Eichung $\partial_\alpha A^\alpha = 0$, wie es Gleichung 2.3 erlaubt, so erhält man für den Fall des freien Feldes $j^\beta = 0$:

$$0 = \partial_\alpha F^{\alpha\beta} = \partial_\alpha \partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta \partial_\alpha A^\alpha = \square A^\beta$$

A_μ erfüllt also die KLEIN-GORDON-Gleichung für ein masseloses Teilchen und somit ist das Photon, das Feldquant von A_μ , ein Boson, wie es die KLEIN-GORDON-Gleichung beschreibt. Die Forderung nach lokaler Eichinvarianz erzwingt demnach eine Kopplung eines Eichfeldes A_μ an das Materiefeld und schafft so eine Wechselwirkung zwischen den fermionischen Feldern Ψ , die durch die bosonischen Feldquanten von A_μ übertragen wird. Eine Theorie zur Beschreibung der Elementarteilchen fußt also auf einer LAGRANGE-Dichte und auf Symmetrietransformationen, unter denen die LAGRANGE-Dichte invariant ist.

2.1.2 Elektroschwache Theorie

Die Quantenelektrodynamik ist die einfachste lokale Eichtheorie im Standardmodell, während die allgemeine elektroschwache Eichtheorie [1] aufwendiger ist. Hier wird nicht die Invarianz unter

den lokalen $U(1)$ -Transformationen (Gleichung 2.2), sondern unter den lokalen $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Transformationen gefordert. Unter einer solchen allgemeineren Transformation sind vier Eichfelder, W^i und B , nötig, um die geforderte Invarianz zu erfüllen. Deren Eigenschaften sollen im Folgenden betrachtet werden.

Die der elektroschwachen Theorie zugrunde liegenden Quantenzahlen sind der schwache Isospin T und die schwache Hyperladung Y . Die drei W -Felder haben dabei $T = 1$ mit jeweils $T_3 = \pm 1, 0$. Sie bilden also ein Tripletts bezüglich des schwachen Isospins, während das B ein Singulett mit $T = 0$ ist. Die W -Felder koppeln daher an fermionische Felder mit schwachem Isospin, also an linkschirale Teilchen mit der Kopplung g . Das B -Feld koppelt hingegen an die schwache Hyperladung Y der Teilchen mit der Kopplung $g'/2$. Das Analogon der LAGRANGE-Dichte aus Gleichung 2.4 lautet für die elektroschwache Theorie [1]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{ew}} = & \left(\bar{\nu}_L, \bar{\ell}_L \right) \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}_\mu + g' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \begin{pmatrix} \nu_L \\ \ell_L \end{pmatrix} \\ & + \bar{\ell}_R \gamma^\mu \left(i\partial_\mu + g' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \ell_R - \frac{1}{4} \vec{W}_{\mu\nu} \vec{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2.8)$$

wobei

$$B^{\mu\nu} = \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu \quad \text{und} \quad W_i^{\mu\nu} = \partial^\mu W_i^\nu - \partial^\nu W_i^\mu - g W_i^\mu W_i^\nu. \quad (2.9)$$

Der letzte Term in Gleichung 2.9 erlaubt eine Wechselwirkung der W -Felder untereinander. Die zugehörigen lokalen Transformationen für die fermionischen Felder sind:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \ell_L \end{pmatrix} & \rightarrow \exp\left(\frac{i}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x)\right) \exp(-i\lambda(x)) \begin{pmatrix} \nu_L \\ \ell_L \end{pmatrix} \\ \ell_R & \rightarrow \exp(-2i\lambda(x)) \ell_R \end{aligned}$$

Dabei unterliegen die rechtshändigen Felder nur der $U(1)_Y$ -Transformation, da diese keinen schwachen Isospin tragen und nicht an der schwachen Wechselwirkung teilnehmen. Die τ_i sind die PAULI-Matrizen. Die Kopplungsterme zwischen den Eich- und Materiefeldern in 2.8 lassen sich analog zum Kopplungsterm in Gleichung 2.6 als

$$-ig J_\mu^i (W^i)^\mu - i \frac{g'}{2} j_\mu^Y B_\mu \quad (2.10)$$

schreiben. Dabei sind J_μ^i und j_μ^Y die schwachen Isospin- und Hyperladungsströme entsprechend den elektromagnetischen Strömen in Gleichung 2.5. Die nötigen Felder W^i ($i = 1, 2, 3$) und B sind jedoch nicht direkt beobachtbar. Vielmehr sind ihre Mischungszustände die physikalisch messbaren Teilchen [1]:

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 - iW_\mu^2) \quad (2.11)$$

$$W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 + iW_\mu^2) \quad (2.12)$$

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta_W & \sin \vartheta_W \\ -\sin \vartheta_W & \cos \vartheta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

	Fermionen	Bosonen	
Leptonen	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$	Z^0, W^+, W^-	schwache Kraft
		γ	elektromag. Kraft
Quarks	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$	$g_i, i = 1, \dots, 8$	starke Kraft

TABELLE 2.1: Im Standardmodell ordnen sich die Elementarteilchen in Fermionen mit Spin $s = 1/2$ und Bosonen mit Spin $s = 1$. Dabei sind die Fermionen die Grundbausteine der Materie und den Bosonen kommt die Aufgabe der Übertragung der Kräfte zu.

Das Feld A_μ erfüllt dabei die selben Bedingungen wie das Eichfeld der QED und ist daher als Einbettung der QED in den elektroschwachen Formalismus zu verstehen. Die Bosonen W^\pm sind die Überträger der schwachen Wechselwirkung, die also ebenfalls ihren Platz in diesem Formalismus finden, während das Z -Boson ein zusätzliches neutrales Teilchen ist, das sowohl elektromagnetisch als auch schwach koppelt. Betrachtet man die Mischung von Gleichung 2.13, so ergibt sich für die neutralen Felder W^0 und B aus Gleichung 2.10

$$-i \underbrace{\left(g \sin \vartheta_W J_\mu^3 + g' \cos \vartheta_W \frac{j_\mu^Y}{2} \right)}_{e j_\mu^{\text{em}}} A^\mu - i \left(g \cos \vartheta_W J_\mu^3 - g' \sin \vartheta_W \frac{j_\mu^Y}{2} \right) Z^\mu. \quad (2.14)$$

Berücksichtigt man zusätzlich die Definition der schwachen Hyperladung

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \quad \text{oder} \quad j_\mu^{\text{em}} = J_\mu^3 + \frac{1}{2} j_\mu^Y, \quad (2.15)$$

wobei Q die elektromagnetische Ladung bezeichnet, so folgt durch Vergleich von Gleichung 2.14 mit der Kopplung des Feldes A^μ an die elektromagnetische Stromdichte j_μ^{em} :

$$g \sin \vartheta_W = g' \cos \vartheta_W = e.$$

Diese Relation setzt die fundamentalen Kopplungskonstanten g und g' der Symmetriegruppen $SU(2)_L$ und $U(1)_Y$ mit der messbaren Kopplung der elektromagnetischen Wechselwirkung e in Zusammenhang. Damit kann auch der zweite Term von Gleichung 2.14 umformuliert werden. Mit den obigen Relationen schreibt sich dieser:

$$-i \left(g \cos \vartheta_W J_\mu^3 - g' \sin \vartheta_W \frac{j_\mu^Y}{2} \right) Z^\mu = -i \frac{g}{\cos \vartheta_W} J_\mu^{\text{NC}} Z^\mu \quad \text{mit} \quad J_\mu^{\text{NC}} = J_\mu^3 - \sin^2 \vartheta_W j_\mu^{\text{em}}.$$

Die eigentlich fundamentalen Wechselwirkungen der $U(1)_Y \times SU(2)_L$ Symmetriegruppe treten also durch die Mischungen aus Gleichung 2.11 – 2.13 als die bekannten γ - und W^\pm -Bosonen der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung in Erscheinung, während das Z -Boson Eigenschaften beider Wechselwirkungen trägt.

Zu der elektroschwachen Wechselwirkung kommt noch die starke Wechselwirkung hinzu. Auch diese lässt sich als Forderung nach Eichinvarianz unter lokalen $SU(3)_C$ -Transformationen formulieren. In diesem Fall sind sogar acht Eichfelder, die Gluonen $g_i, i \in \{1, \dots, 8\}$, nötig, um die Invarianz zu gewährleisten. Allerdings tragen nur die Quarks Farbladung und wechselwirken somit mit den Gluonen. Als weitere Besonderheit tragen auch die Gluonen Farbe, ebenso wie die W -Bosonen schwachen Isospin tragen, und können untereinander wechselwirken. Dies ist eine Folge der Nichtkommutativität der $SU(3)_C$ -Transformationen. Die Teilchen des Standardmodells sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst.

2.2 Grenzen des Standardmodells

Trotz seines großen Erfolges in der Beschreibung der Natur, gerät das Standardmodell der Elementarteilchenphysik im Bereich hoher Energien zunehmend an seine Grenzen. Es sollen einige ausgewählte Probleme in Verbindung mit dem Standardmodell erläutert werden, die eine Erweiterung notwendig machen.

2.2.1 Das Hierarchieproblem

Die Massen der Teilchen im Standardmodell werden durch den HIGGS-Mechanismus erzeugt [1]. Obwohl das dafür zusätzlich benötigte HIGGS-Boson noch unentdeckt ist, gilt es als aussichtsreicher Kandidat für die Generierung der Bosonenmassen unter Erhaltung der Eichinvarianz der elektroschwachen Theorie. Zudem wird ein solches Teilchen für die Aufhebung der Divergenzen des Wechselwirkungsquerschnitts in dem Prozess $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$ benötigt. Dieser verletzt die Unitarität für hohe Schwerpunktsenergien, und lässt sich nur durch den Beitrag eines zusätzlichen skalaren Bosons dämpfen, wie es das HIGGS-Boson erfüllen würde.

Das HIGGS-Boson, wenn auch noch unentdeckt, stellt also einen wichtigen Bestandteil des Standardmodells dar. Für die geforderten Eigenschaften benötigt es dabei das Potential

$$V = \mu^2 |\Phi_H|^2 + \lambda |\Phi_H|^4 . \quad (2.16)$$

Für einen nicht verschwindenden Vakuumserwartungswert im Minimum

$$\langle \Phi_H \rangle = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} =: \frac{1}{\sqrt{2}}v$$

muss $\mu^2 < 0$ und $\lambda > 0$ gefordert werden. Entwickelt man das Feld Φ_H um das Minimum v in der LAGRANGE-Dichte, wird die elektroschwache Symmetrie gebrochen und die Massen der W - und Z -Bosonen erzeugt. Die W -Masse ist dabei durch $m_W = \frac{1}{2}vg$ gegeben womit $v = 246$ GeV folgt. Die Masse des HIGGS-Bosons aus der LAGRANGE-Dichte ist hingegen über $m_H^2 = \sqrt{2\lambda}v^2$ bestimmt. Experimentelle Befunde lassen eine HIGGS-Masse in der Größenordnung $m_H \approx 100$ GeV vermuten [2, 3], allerdings liefern Schleifenkorrekturen durch die Kopplung der Elementarteilchen einen Beitrag zur HIGGS-Masse m_H . Abbildung 2.1 zeigt FEYNMAN-Diagramme zu fermionischen und bosonischen Beiträgen zur Masse des HIGGS-Bosons. Für eine Kopplung des HIGGS-Bosons an ein Fermion f über $\lambda_f H f f$ ergibt sich [4]:

$$\Delta m_H^2 = -\frac{|\lambda_f|^2}{8\pi^2} \left[\Lambda^2 - 3m_f^2 \ln \left(\frac{\Lambda}{m_f} \right) + \dots \right]. \quad (2.17)$$

Für die Kopplung an Bosonen \tilde{f} über $\lambda_{\tilde{f}} |H|^2 |\tilde{f}|^2$ gilt [4]:

$$\Delta m_H^2 = \frac{\lambda_{\tilde{f}}}{16\pi^2} \left[\Lambda^2 - 2m_{\tilde{f}}^2 \ln \left(\frac{\Lambda}{m_{\tilde{f}}} \right) + \dots \right]. \quad (2.18)$$

Λ ist dabei eine *cut-off*-Skala zur Regularisierung der Divergenzen durch die Integration über alle Impulse der Teilchen in der Schleife. Diese Energieskala legt den Bereich fest, bei dem das Standardmodell seine Gültigkeit verliert, die auf Grund experimenteller Ergebnisse oberhalb der

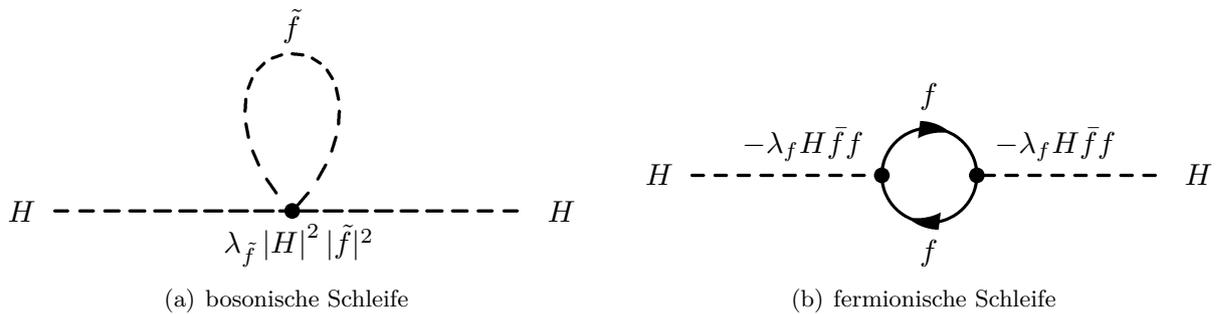


ABBILDUNG 2.1: Mögliche fermionische und bosonische Schleifenkorrekturen zur HIGGS-Masse. Im Standardmodell divergieren diese mit der cut-off-Skala Λ , $\Delta m_H \propto \Lambda$.

GeV-Skala liegen muss. Die Grenzen des Standardmodells sind spätestens an der PLANCK-Skala ($\approx 10^{19}\text{GeV}$) erreicht. Hier bekommt die Gravitation eine vergleichbare Relevanz mit der der anderen Kräfte. Allerdings lägen die erwarteten Korrekturen zur HIGGS-Masse in der entsprechenden Größenordnung. Um diese Divergenzen zu beseitigen, müsste die HIGGS-Masse $m_H^c = \sqrt{2\lambda v^2}$ sehr genau gewählt sein, um mit den Korrekturen ($\mathcal{O}(\Delta m_H) \approx 10^{19}\text{GeV}$) auf die erwarteten 10^2 GeV zu kommen.

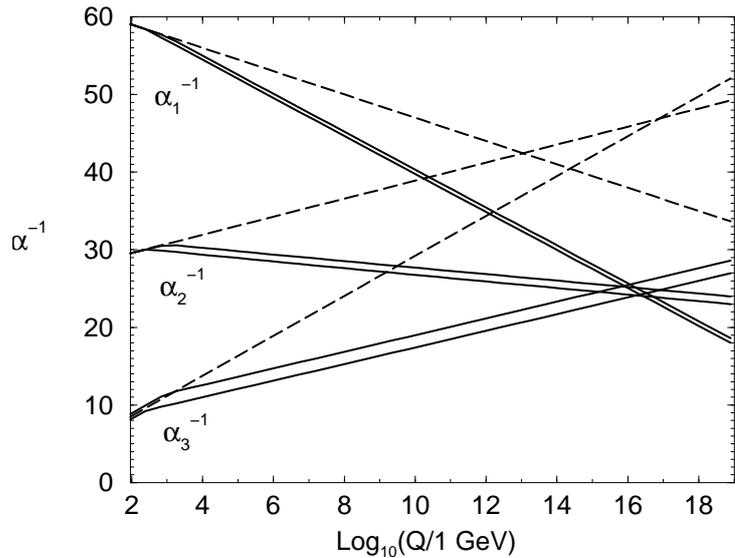
Diese künstlich anmutende Feinabstimmung ist als Hierarchieproblem bekannt und kann mit Hilfe der Supersymmetrie elegant umgangen werden. Denn ein Vergleich von Gleichung 2.17 und 2.18 liefert eine Lösung des Problems: Sollte es für jedes Fermion f zwei skalare Teilchen \tilde{f} mit $|\lambda_f|^2 = \lambda_{\tilde{f}}$ geben, so würden sich die Beiträge zur Masse proportional zu Λ wegheben – die bleibenden logarithmischen Divergenzen können durch Renormierung der Kopplungen beseitigt werden. Ein solches Teilchenspektrum liefert die Supersymmetrie, die für jedes Fermion f einen Superpartner für die linkshändige f_L und für die rechtshändige f_R Komponente fordert. Es stellt sich sogar heraus, dass sich nicht nur die genannten Schleifen wegheben. Unter der Annahme von Supersymmetrie, heben sich alle Beiträge zur HIGGS-Masse durch mögliche Schleifenkorrekturen weg, da die bosonischen Beiträge stets gegensätzliches Vorzeichen zu den fermionischen haben [5]. Somit ist der Verlust der Sensitivität der HIGGS-Masse auf solche Kopplungen eine Voraussage der Supersymmetrie und das Hierarchieproblem ist in diesem Modell gelöst.

Eine solche Erklärung stellt jedoch auch Anforderungen an die Supersymmetrie. Der genannte Zusammenhang zwischen den Kopplungskonstanten fordert theoretisch gleiche Massen für alle Paare von Teilchen und deren supersymmetrischen Partnern. Da jedoch bisher keins der zusätzlichen Teilchen gefunden wurde, müssen die SUSY-Massen größer, und daher die Fermion-Boson-Symmetrie gebrochen sein. Damit die Lösung des Hierarchieproblems aber weiterhin möglich ist, dürfen sich die Massen nicht allzu sehr unterscheiden. Diese Tatsache lässt hoffen, dass Supersymmetrie tatsächlich auf der TeV-Skala am LHC gefunden werden kann.

2.2.2 Vereinigung der Kräfte

Bereits 1967 schlugen WEINBERG und SALAM eine Theorie vor, die den Elektromagnetismus und die schwache Wechselwirkung vereint, und postulierten damit ein zusätzliches neutrales Z -Boson. Die daraus resultierenden neutralen Ströme wurden schließlich 1971 am CERN entdeckt und brachten den Durchbruch für eine einheitliche elektroschwache Theorie. Damit waren zwei der fundamentalen

ABBILDUNG 2.2: Die Energieabhängigkeit der Kopplungskonstanten der Eichkopplungen im Standardmodell und seiner supersymmetrischen Erweiterung. Die gestrichelten Linien zeigen das Verhalten im Standardmodell und weisen keinen Schnittpunkt auf. Die durchgezogenen Linien sind die Kopplungskonstanten in der minimalen supersymmetrischen Erweiterung des Standardmodells und schneiden sich bei etwa 10^{16} GeV. Dabei sind die beiden Linien für eine Kopplung der theoretische Verlauf für verschiedenen SUSY-Massenskalen von 250 GeV und 1 TeV (aus [4]).



Kräfte in einer einzigen Eichtheorie ($SU(2)_L \times U(1)_Y$) vereint. Das Standardmodell basiert jedoch auf den Eichtheorien dreier Kräfte:

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

Die zusätzliche Farb-Symmetrie-Gruppe $SU(3)_C$ der starken Wechselwirkung konnte bisher noch nicht in einen einheitlichen Rahmen mit der elektroschwachen Kraft gestellt werden. Es ist jedoch kaum überraschend, dass seither viele Versuche unternommen wurden, auch die starke und die elektroschwache Kraft als niederenergetische Aspekte einer übergeordneten Kraft zu erklären. Eine solche Vereinheitlichung im Bereich hoher Energien würde jedoch die Gleichheit der einzelnen Kopplungskonstanten $\alpha_i = g_i^2/4\pi$ erfordern. Tatsächlich weist die Extrapolation der Energieabhängigkeit der Kopplungskonstanten $\alpha_i(Q)$ im Standardmodell aber keinen Schnittpunkt aller drei Konstanten im Grenzwert hoher Energien auf.

Da die Energieabhängigkeit der Kopplungskonstanten allerdings auch vom Teilcheninhalt eines Modells abhängt, wird sich der Verlauf der Kopplungskonstanten durch eventuelle neue Teilchen auf einer höheren Energieskala ändern. Dies führt durch die zusätzlich von Supersymmetrie postulierten Teilchen zu einer Modifikation der Kopplungskonstanten. Insbesondere im Energiebereich der SUSY-Massen $Q = M_{\text{SUSY}}$, wird dies einen signifikanten Unterschied im Verlauf der $\alpha_i(Q)$ machen. In der Tat gelingt mit solchen Korrekturen die Vereinheitlichung aller Kopplungskonstanten bei einer Energie von etwa 10^{16} GeV [4], wie in Abbildung 2.2 zu sehen ist. Dabei ist

$$\alpha_i = \frac{g_i^2}{4\pi} \quad \text{mit} \quad g_1 = \sqrt{\frac{5}{3}} g' \quad \text{und} \quad g_2 = g$$

aus Gleichung 2.8, und α_3 ist die Kopplung der starken Wechselwirkung.

2.2.3 Gravitation

Obwohl die Vereinigung der starken und elektroschwachen Kraft bisher nicht gelungen ist, können beide als Eichtheorien formuliert werden. Als Folge der Forderung nach lokaler Eichinvarianz, werden sie durch den Austausch von Bosonen vermittelt und stehen daher auf einer gleichen Grundlage. Die Gravitation basiert dagegen in der allgemeinen Relativitätstheorie auf geometrischen Konzepten der

Raum-Zeit-Transformationen. Eine Zusammenführung dieser beiden Grundlagen zur Klärung der beobachteten Kräfte ist bisher jedoch unerreicht.

Die Supersymmetrie liefert dazu einen vielversprechenden Ansatz. Wie sich zeigt, ist der Generator der Raum-Zeit-Transformationen p_μ auf kanonische Weise mit dem Generator der SUSY-Transformationen verbunden [4]. Damit gibt es eine Verbindung zwischen der inneren Symmetrie der SUSY-Transformationen und den Generatoren der Raum-Zeit-Transformationen, die die Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie bilden.

Die Gravitation findet darüber hinaus auch in manchen SUSY-Modellen ihren Platz als Überträger für die benötigte SUSY-Brechung. Die SUSY-Teilchen werden trotz theoretisch gleicher Massen mit ihren Standardmodell-Partnern (siehe Gleichung 2.22) auf einer höheren Massenskala erwartet. Supersymmetrie muss damit gebrochen sein. Ein Mechanismus zur Klärung dieser Brechung wäre eine flavor-blinde Wechselwirkung zwischen einem experimentell nicht zugänglichen, hochenergetischen Sektor und den SUSY-Teilchen auf der niederenergetischen SUSY-Skala. Ein möglicher Kandidat für diese Wechselwirkung ist die Gravitation [4].

2.2.4 Kosmologie und Dunkle Materie

Zahlreiche Beobachtungen der Kosmologie geben eindeutige Hinweise auf die Existenz nicht beobachteter Materie [6]. So lassen etwa die Kinematik von Spiralgalaxien und die Beobachtung von Galaxienhaufen auf Massen der Objekte schließen, die deutlich über der sichtbaren Masse liegen. Eine solche Dunkle Materie spielt auch in der Strukturbildung des Universums eine große Rolle [7], und daher ist die Kenntnis über ihren Ursprung eine der wichtigsten Fragen der Kosmologie. Das Standardmodell liefert allerdings keine Erklärung für die Dunkle Materie – die Möglichkeit einer Neutrinodichte im Universum, die trotz der geringen Masse des Neutrinos die zusätzliche Masse erklären würde, scheint ausgeschlossen. Zudem sprechen alle Beobachtungen für ein *Cold-Dark-Matter*-Szenario, das von den leichten Neutrinos nicht erfüllt würde.

Supersymmetrie liefert für Dunkle Materie eine mögliche Erklärung in Form eines massiven, aber nur schwach wechselwirkenden Teilchens. Die Stabilität des Protons fordert sogenannte *R*-Paritätserhaltung (siehe Abschnitt 2.3.4), und als Folge davon können die supersymmetrischen Teilchen nur paarweise erzeugt werden. Ebenso verbietet sich der Zerfall eines supersymmetrischen Teilchens in ausschließlich Standardmodell-Teilchen. Als Konsequenz dessen, muss das leichteste supersymmetrische Teilchen stabil sein. Ein solches Teilchen, sollte es nur schwach wechselwirken, stellt einen aussichtsreichen Kandidaten für Dunkle Materie dar. Im frühen, heißen Universum könnte in zahlreichen supersymmetrischen Prozessen ein große Menge dieser LSPs (Lightest Supersymmetric Particles) entstanden sein, die auf Grund ihrer hohen Masse (≈ 100 GeV) einen erheblichen Beitrag zur Masse im Universum liefern könnten.

2.3 Supersymmetrie

Supersymmetrie ist eine der aussichtsreichsten Erweiterungen des Standardmodells. Ihr Erfolg resultiert insbesondere aus der Lösung aller oben genannten Probleme des Standardmodells, unter dem einzigen Postulat einer Symmetrie zwischen Bosonen und Fermionen. Eine solche Annahme hat natürlich weitreichende Konsequenzen und liefert zahlreiche Vorhersagen für viele Gebiete der Physik, die in den folgenden Abschnitten behandelt werden sollen. Nicht zuletzt wegen ihrer nunmehr 35-jährigen Geschichte, ist die Supersymmetrie jedoch, wenn experimentell auch noch unbestätigt, eine theoretisch ausgereifte Hypothese, deren umfassende Darstellung den Rahmen

dieser Arbeit überschreiten würde. Es sollen vielmehr einige Grundlagen erläutert, und die daraus folgenden Ergebnisse präsentiert werden, die für die Phänomenologie an *Collider*-Experimenten wichtig sind.

2.3.1 Der Transformationsgenerator

Symmetrie im Allgemeinen bezeichnet die Invarianz der das System beschreibenden Bewegungsgleichungen unter einer Transformation. Dies ist immer der Fall wenn die Wirkung S invariant unter der Transformation ist, da sich die Bewegungsgleichungen aus der Variation δS ergeben. Da

$$S = \int d^4x \mathcal{L} \quad (2.19)$$

gilt, ist die Invarianz gewährleistet, wenn nach der Transformation für die LAGRANGE-Dichte \mathcal{L}' gilt:

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = \mathcal{L} + \partial_\mu K^\mu \quad (2.20)$$

Der letzte Term aus Gleichung 2.20 verschwindet in Gleichung 2.19 nach dem Satz von GAUSS, da das Volumenintegral der Ableitung von K als Oberflächenintegral im Unendlichen über K geschrieben werden kann. Da K eine Funktion der Felder ist, die im Unendlichen verschwinden, ist dort auch dieser Term Null. Gleichung 2.20 ist insbesondere erfüllt, wenn schon die LAGRANGE-Dichte \mathcal{L} an sich invariant unter der Transformation ist.

Zu solchen Transformationen gehören in jedem Fall die POINCARÉ-Transformationen, wenn das System der speziellen Relativitätstheorie gerecht werden soll. Darüber hinaus kann ein System noch weitere innere Symmetrien haben. Die Invarianz der LAGRANGE-Dichte 2.4 unter den Transformationen 2.2 und 2.3 ist ein Beispiel dafür. Eine allgemeine Transformation hat die Form

$$\Psi \rightarrow \Psi' = \exp\left(i \sum_{n=1}^N \omega_n T_n\right) \Psi.$$

Dabei sind T_n die Generatoren der Transformationsgruppe. Die Supersymmetrie ist nun eine innere Symmetrie, die Invarianz der LAGRANGE-Dichte unter der Transformation eines Bosons in ein Fermion (und umgekehrt) im Sinne von Gleichung 2.20 postuliert. Der Generator \mathcal{Q} dieser Transformation muss also

$$\mathcal{Q} |\text{Fermion}\rangle = |\text{Boson}\rangle \quad \text{und} \quad \mathcal{Q} |\text{Boson}\rangle = |\text{Fermion}\rangle \quad (2.21)$$

leisten, und die gesuchte LAGRANGE-Dichte muss bis auf eine totale Ableitung invariant unter dieser Transformation sein. Da zwischen verschiedenartigen Teilchen transformiert wird, also Bosonen und Fermionen in einem Multiplett (sog. Supermultiplett) vorkommen, muss dieser Generator ein Spinor sein und fermionischen Charakter tragen. Dabei gilt für den Operator \mathcal{Q} und seinen hermitesch konjugierten Operator \mathcal{Q}^\dagger [4]:

$$\{\mathcal{Q}, \mathcal{Q}^\dagger\} = P^\mu, \quad \{\mathcal{Q}^\dagger, \mathcal{Q}^\dagger\} = \{\mathcal{Q}, \mathcal{Q}\} = 0 \quad \text{und} \quad [P^\mu, \mathcal{Q}] = [\mathcal{Q}, P^\mu] = 0$$

Eine wichtige Folge der letzten Vertauschungsrelation ist die Gleichheit der Massen von fermionischen und bosonischen Partnern. Seien $|\Psi_f\rangle$ und $|\Psi_b\rangle$ zwei Superpartner, die über die Transformation 2.21 zusammenhängen mit ihren Massen m_f und m_b , dann gilt:

$$m_b^2 |\Psi_b\rangle = P_\mu P^\mu |\Psi_b\rangle = P_\mu P^\mu \mathcal{Q} |\Psi_f\rangle = \mathcal{Q} P_\mu P^\mu |\Psi_f\rangle = \mathcal{Q} m_f^2 |\Psi_f\rangle = m_f^2 \mathcal{Q} |\Psi_f\rangle = m_f^2 |\Psi_b\rangle \quad (2.22)$$

R-Parität = +1			R-Parität = -1		
Teilchen	Symbol	Spin	Teilchen	Symbol	Spin
Lepton	ℓ	$\frac{1}{2}$	Slepton	$\tilde{\ell}_L, \tilde{\ell}_R$	0
Neutrino	ν	$\frac{1}{2}$	Sneutrino	$\tilde{\nu}$	0
Quark	q	$\frac{1}{2}$	Squark	\tilde{q}_L, \tilde{q}_R	0
Gluon	g	1	Gluino	\tilde{g}	$\frac{1}{2}$
Photon	γ	1	Photino	$\tilde{\gamma}$	$\frac{1}{2}$
Z-Boson	Z^0	1	Zino	\tilde{Z}^0	$\frac{1}{2}$
W-Boson	W^\pm	1	Wino	\tilde{W}^\pm	$\frac{1}{2}$
Higgs	H_u^0, H_u^+	0	Higgsino	$\tilde{H}_u^+, \tilde{H}_u^0$	$\frac{1}{2}$
	H_d^0, H_d^-	0		$\tilde{H}_d^-, \tilde{H}_d^0$	$\frac{1}{2}$

TABELLE 2.2: Der Teilcheninhalt in minimalen supersymmetrischen Modellen. Die Standardmodell-Teilchen haben R-Parität = +1, während ihre supersymmetrischen Partner R-Parität = -1 haben.

Es muss also $m_f = m_b$ gelten. Desweiteren fordert eine Invarianz der Theorie unter der Operation 2.21, dass alle Teilchen die gleichen Quantenzahlen wie ihre Superpartner haben, abgesehen natürlich vom Spin. Ebenso lässt sich die Gleichheit der Freiheitsgrade zwischen Superpartnern zeigen [4].

2.3.2 Minimales supersymmetrisches Standardmodell

Die Transformation 2.21 fordert die Existenz von Teilchenpaaren mit identischen Quantenzahlen und gleicher Masse, die sich nur in ihrem Spin unterscheiden. Ein solches Paar ist jedoch im Standardmodell (SM) nicht enthalten – nicht einmal ohne der Forderung nach gleicher Masse. Daher sind die bekannten Teilchen aus Tabelle 2.1 nur jeweils eines der beiden Partnerteilchen. Supersymmetrie hat also eine schlagartige Verdopplung des Teilchenspektrums zur Folge. Da ihre Quantenzahlen außer dem Spin jedoch gleich sind, müssen die supersymmetrischen Teilchen schwerer als die Standardmodell-Teilchen sein. Denn ein zusätzliches leichtes, geladenes Boson, wie es zum Beispiel der Superpartner des Elektrons sein sollte, wäre sicherlich auf Grund der elektromagnetischen Wechselwirkung seiner Ladung bereits entdeckt.

Das Standardmodell der Teilchenphysik hat eine Vielzahl freier Parameter. Die sechs Quark- und drei Leptonen-Massen, die Massen der elektroschwachen Austauschbosonen, m_W und m_Z , die Kopplungen g_1, g_2, g_3 der $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Symmetriegruppe, die drei Winkel und eine Phase der CKM-Matrix stellen zusammen mit dem elektroschwachen Mischungswinkel insgesamt 19 Parameter, die nicht aus der Theorie vorhergesagt werden können. Dazu kommen die HIGGS-Masse, sowie weitere mögliche Parameter der Neutrino-Mischung [8].

Die Einführung von Supersymmetrie lässt diese Zahl deutlich anwachsen. Zusätzliche Massen, Mischungswinkel und Parameter zum Brechungsmechanismus der Supersymmetrie, führen zu einer Vielzahl neuer Parameter. Die minimale supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells (MSSM) [4] geht zunächst, abgesehen vom HIGGS-Sektor, von keinen weiteren Teilchenfeldern als denen im Standardmodell aus, und ist daher minimal im Sinne der beinhalteten Teilchen. Es gibt also nur noch die zusätzlichen Superpartner zu den bekannten Teilchen.

Das Teilchenspektrum in MSSM-Modellen ist in Tabelle 2.2 gezeigt. Dabei wird folgende Konvention zur Bezeichnung der Teilchen getroffen: Die Nicht-Standardmodell-Partner werden

durch eine Tilde über den Teilchen gekennzeichnet und ihre Antiteilchen erhalten zusätzlich einen Strich (“ $\bar{}$ ”) über ihrem Symbol ebenso wie die Standardmodell-Teilchen. Die Forderung nach gleichen Quantenzahlen der Superpartner führt zu der Existenz zweier Partner für die Quarks und Leptonen, da diese links- und rechtschiral sein können, also schwachen Isospin $T = 1/2$ oder $T = 0$ tragen. Diese beiden skalaren Teilchen gewährleisten die benötigte Beseitigung der Divergenzen in den fermionischen und bosonischen Schleifenkorrekturen zur HIGGS-Masse, wie in Abschnitt 2.2.1 gefordert. Die Indizes R und L von $\tilde{\ell}_L$ und $\tilde{\ell}_R$ beziehen sich also auf die Chiralität ihrer Partnerteilchen und haben nichts mit dem Spin zu tun, da sie skalare Teilchen sind. Da die Quantenzahlen gleich sind, nehmen Teilchen und Superpartner auch an den selben Wechselwirkungen teil. So trägt ein $\tilde{\tau}_L$ schwachen Isospin und koppelt an die W -Bosonen, während ein $\tilde{\tau}_R$ keinen schwachen Isospin trägt und somit nicht an die W -Felder koppelt.

2.3.3 SUSY-Brechung

Eine Erklärung für die nicht entdeckten SUSY-Teilchen wäre eine deutlich höhere Masse. Sie würde eine Erzeugung supersymmetrischer Teilchen auf bisher erreichten Energieskalen unmöglich machen und ihre Entdeckung somit verhindern. Eine solche Massendifferenz zwischen Partnerteilchen widerspricht jedoch Gleichung 2.22 – Supersymmetrie ist also eine gebrochene Symmetrie, die einen zusätzlichen Brechungsmechanismus benötigt, um verschiedene Massen zwischen den SUSY-Partnern zu generieren. Eine solche Brechung kann über die Einführung zusätzlicher Terme in die LAGRANGE-Dichte geschehen [9]:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SUSY}} + \mathcal{L}_{\text{soft}}$$

Dabei muss gewährleistet sein, dass die Brechung keine zu große Massendifferenz verursacht, da sonst die Lösung des Hierarchieproblems gefährdet wäre. Der Index “soft” bezeichnet eben diesen Umstand, der eine “weiche” Brechung fordert. Die Terme sind im Einzelnen [9]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{soft}} = & -\frac{1}{2} \left(M_3 \tilde{g}^\alpha \cdot \tilde{g}_\alpha + M_2 \tilde{W}^\beta \cdot \tilde{W}_\beta + M_1 \tilde{B} \cdot \tilde{B} + \text{h.c.} \right) & \alpha \in \{1, \dots, 8\}, \beta \in \{1, 2, 3\} \\ & \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Gaugino-Massen}} \\ & - \left(m_{\tilde{Q}}^2 \right)_{ij} \tilde{Q}_i^\dagger \cdot \tilde{Q}_j - (m_{\tilde{u}}^2)_{ij} \tilde{u}_i^\dagger \tilde{u}_j - \left(m_{\tilde{d}}^2 \right)_{ij} \tilde{d}_i^\dagger \tilde{d}_j & i, j \in \{1, 2, 3\} \\ & \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Squark-Massen}} \\ & - (m_{\tilde{L}}^2)_{ij} \tilde{L}_i^\dagger \cdot \tilde{L}_j - (m_{\tilde{e}}^2)_{ij} \tilde{e}_i^\dagger \tilde{e}_j & i, j \in \{1, 2, 3\} \\ & \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Slepton-Massen}} \\ & - a_u^{ij} \tilde{u}_i \tilde{Q}_j \cdot H_u + a_d^{ij} \tilde{d}_i \tilde{Q}_j \cdot H_d + a_e^{ij} \tilde{e}_i \tilde{L}_j \cdot H_d + \text{h.c.} & i, j \in \{1, 2, 3\} \\ & \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{trilineare Kopplungen}} \\ & - m_{H_u}^2 H_u^\dagger \cdot H_u - m_{H_d}^2 H_d^\dagger \cdot H_d - (b H_u \cdot H_d + \text{h.c.}) & \end{aligned} \quad (2.23)$$

HIGGS-Massen

Die Symbole sind in Tabelle 2.3 erklärt. Die Massen werden also explizit über Terme der Form $m_\Phi^2 \Phi_\mu \Phi^\mu$ eingeführt. Dabei nummeriert α die acht supersymmetrischen Partner der Gluonen, β die Partner der W -Felder aus 2.8 und i und j indizieren die drei Familien. Diese phänomenologische Einführung der SUSY-Massen liefert eine große Anzahl neuer Parameter. Die fünf Massen-Matrizen für Sfermionen, die drei Matrizen der trilinearen Kopplungen und die sechs Massenparameter der

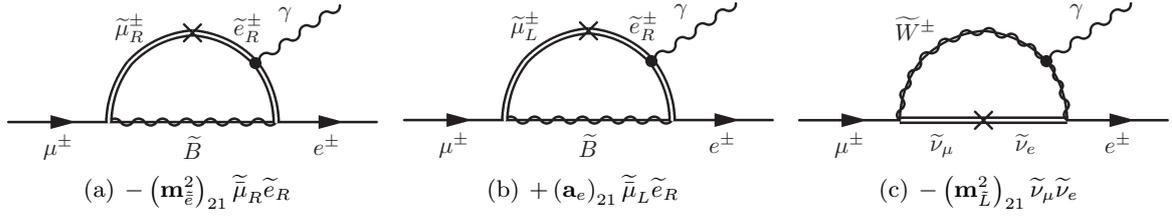


ABBILDUNG 2.3: FEYNMAN-Diagramme zu SUSY-Beiträgen zum Zerfall $\mu \rightarrow e\gamma$. Durch die nicht-diagonalen Beiträge in den Massen-Matrizen in $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ kann die Erhaltung der Leptonenzahl der einzelnen Generationen verletzt werden, und sie ermöglichen somit die gezeigten Zerfälle. Das Kreuz “ \times ” markiert die genannte, Leptonenzahl verletzende Kopplung.

HIGGS- und Gaugino-Felder führen eine Vielzahl neuer, unbestimmter Größen ein, die durch die Theorie nicht vorhergesagt werden können.

Eine beliebige Wahl der Parameter ist allerdings nicht möglich, denn viele der Größen haben einen Einfluss auf bereits beobachtbare, niederenergetische Observablen. Die nicht-diagonalen Einträge der Massenmatrix $\mathbf{m}_{\tilde{e}}$ ermöglichen beispielsweise eine Mischung der Leptonen-Flavours zwischen $\tilde{\mu}_R$ und \tilde{e}_R , und sorgen für die Verletzung der individuellen Leptonenzahl einer Generation. Die Matrix \mathbf{a}_e liefert dagegen eine Mischung zwischen $\tilde{\mu}_L$ und \tilde{e}_R , während $\mathbf{m}_{\tilde{L}}$ eine Mischung von $\tilde{\nu}_\mu$ und $\tilde{\nu}_e$ erlaubt. Damit gibt es Kopplungsterme

$$- \left(\mathbf{m}_{\tilde{e}}^2 \right)_{21} \tilde{\mu}_R \tilde{e}_R \quad + \quad (\mathbf{a}_e)_{21} \tilde{\mu}_L \tilde{e}_R \quad \text{und} \quad - \left(\mathbf{m}_{\tilde{L}}^2 \right)_{21} \tilde{\nu}_\mu \tilde{\nu}_e,$$

die den Übergang eines Smyons in ein Selektion, bzw. zwischen deren Sneutrinos erlaubt. Das Myon könnte daher über $\mu \rightarrow e\gamma$ zerfallen, wie in Abbildung 2.3 gezeigt. Die Zerfallswahrscheinlichkeit ist allerdings nach aktuellen Messungen kleiner als $\text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) < 1.2 \times 10^{-11}$ [10] und somit können schon durch niederenergetische Observablen Einschränkungen an einzelne Parameter aus $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ getroffen werden.

2.3.4 R-Parität

Die YUKAWA-Wechselwirkungen der Teilchen im MSSM werden durch das Superpotential beschrieben [4]:

$$W_{\text{MSSM}} = \bar{u}_i \mathbf{y}_u Q_i H_u - \bar{d}_i \mathbf{y}_d Q_i H_d - \bar{e}_i \mathbf{y}_e L_i H_d + \mu H_u H_d. \quad (2.24)$$

Die Inhalte der Supermultipletts Q , L , \bar{u} , \bar{d} , \bar{e} , H_u und H_d sind in Tabelle 2.3 zusammengefasst. Die YUKAWA-Kopplungen \mathbf{y} sind entsprechend der Anzahl der Familien 3×3 -Matrizen. Gleichung 2.24 ist jedoch nicht die allgemeinste Form eines eichinvarianten Potentials. Prinzipiell wären auch andere Terme erlaubt [4]:

$$W_{\Delta L=1} = \frac{1}{2} \lambda^{ijk} L_i L_j \bar{e}_k + \lambda'^{ijk} L_i Q_j \bar{d}_k + \mu'^i L_i H_u \quad (2.25)$$

$$W_{\Delta B=1} = \frac{1}{2} \lambda''^{ijk} \bar{u}_i \bar{d}_j \bar{d}_k \quad (2.26)$$

wobei i , j und k die Familien indizieren. Der erste Term in Gleichung 2.25 lässt dabei eine Kopplung zwischen Leptonen verschiedener Familien zu, die die Verletzung der Leptonenzahl einzelner Familien ermöglicht. Ebenso kann durch Gleichung 2.26 die Baryonenzahl verletzt werden,

Teilchen	spin 0	spin 1/2	B	L		
Quarks & Squarks	Q	$\tilde{u}_L \tilde{d}_L$	$u_L d_L$	$1/3$	$-$	} $\times 3$ Familien
	\bar{u}	$\tilde{\bar{u}}_R$	\bar{u}_R	$-1/3$	$-$	
	\bar{d}	$\tilde{\bar{d}}_R$	\bar{d}_R	$-1/3$	$-$	
Leptonen & Sleptonen	L	$\tilde{\nu} \tilde{e}_L$	νe_L	$-$	1	} $\times 3$ Familien
	\bar{e}	$\tilde{\bar{e}}_R$	\bar{e}_R	$-$	-1	
Higgs & Higgsino	H_u	$\tilde{H}_u^+ \tilde{H}_u^0$	$H_u^+ H_u^0$	$-$	$-$	}
	H_d	$\tilde{H}_d^0 \tilde{H}_d^-$	$H_d^- H_d^0$	$-$	$-$	

TABELLE 2.3: Der Inhalt der Supermultipletts Q , L , \bar{u} , \bar{d} , \bar{e} , H_u und H_d in der minimalen Erweiterung des Standardmodells mit der Baryonen- und der Leptonenzahl der Multipletts.

was allen experimentellen Befunden widerspricht. Das prominenteste Beispiel dafür ist der Zerfall des Protons. Die Kopplung λ''_{112} ermöglicht die Reaktion $u + d \rightarrow \tilde{s}_R^*$, während λ'_{112} den Zerfall $\tilde{s}_R^* \rightarrow e^+ u^*$ erlaubt. Damit könnte das Proton über $p(uud) \rightarrow \tilde{s}_R^* u \rightarrow \pi^0(u^* u) e^+$ zerfallen. Da die Lebensdauer des Protons allerdings größer als 10^{32} Jahre ist, sind solche Prozesse ausgeschlossen.

Um diese Beobachtungen in supersymmetrischen Modellen zu integrieren, müssen die Kopplungen in Gleichung 2.25 und 2.26 verschwinden. Dies wird durch die künstliche Einführung einer zusätzlichen Erhaltungsgröße, der R -Parität, gewährleistet:

$$R = (-1)^{3B+2S+L} . \quad (2.27)$$

Sie ist eine multiplikative Erhaltungsgröße und verbietet die genannten Prozesse, macht darüber hinaus aber auch noch andere Vorhersagen, die für die Signaturen supersymmetrischer Prozesse im Detektor relevant sind. Alle bekannten Standardmodell-Teilchen haben $R = 1$, während ihre supersymmetrischen Partner $R = -1$ haben, da sich diese nur durch den Spin um eine halbe Einheit unterscheiden und sich somit der Exponent von Gleichung 2.27 um Eins ändert. R -Paritätserhaltung fordert aber auch, dass jeder Wechselwirkungsververtex eine gerade Anzahl an Sparticles besitzt. Daher können die supersymmetrischen Teilchen nur paarweise erzeugt werden. Ebenso verbietet sich der Zerfall eines supersymmetrischen Teilchens in ausschließlich Standardmodell Teilchen und damit ist der Protonzerfall nicht möglich. Eine unmittelbare Konsequenz dessen ist die Stabilität des leichtesten supersymmetrischen Teilchens (LSP), da alle Zerfälle in die leichteren Standardmodell-Teilchen verboten sind. Diese Eigenschaft wurde bereits für die Klärung der Natur von Dunkler Materie gefordert. Das LSP sollte weiterhin nur schwach wechselwirken. Ein stabiles LSP mit elektrischer- oder Farbladung, wäre auf Grund seiner Wechselwirkungen sicherlich bereits entdeckt.

Ein massives, stabiles aber nur schwach wechselwirkendes Teilchen hat wichtige Effekte für SUSY-Prozesse. Da immer zwei SUSY-Teilchen erzeugt werden, können diese über Zerfallsketten in stabile LSPs zerfallen, die nicht detektiert werden und man erwartet fehlende transversale Energie. Denn in guter Näherung ist der Transversalimpuls des Protonenstrahls vor der Kollision Null, und somit müssen die Transversalimpulse aller Teilchen nach der Kollision in der Summe Null sein. Da aber durch das LSP entscheidende Beiträge nicht rekonstruiert werden können, erhält man einen transversalen Impuls ungleich Null. Auch die Rekonstruktion der Teilchenmassen wird dadurch erschwert. Da der Viererimpuls der LSPs nicht gemessen werden kann, sind die Teilchenmassen nicht als Peaks in den Spektren invarianter Massen zu sehen. Vielmehr müssen die Endpunkte invarianter Massenverteilungen gemessen werden, um die entsprechenden Massen zu rekonstruieren [11], [12].

2.3.5 Mischung

Der HIGGS-Sektor des MSSM ist gegenüber dem des SM um ein zusätzliches HIGGS-Dublett erweitert. Dieses zusätzliche HIGGS-Supermultiplett wird dabei für die Generierung der Massen der Standardmodell-Fermionen benötigt. Die für die Massengenerierung nötige YUKAWA-Kopplung der HIGGS-Bosonen an die Fermionen, lässt sich im Rahmen supersymmetrischer Theorien für *up-type* Quarks nur mit einem $Y = 1$ HIGGS (H_u), und für die *down-type* Quarks sowie die geladenen Leptonen nur mit einem $Y = -1$ (H_d) erreichen [4]. Somit gibt es mit dem schwachen Isospin $T = 1/2$ und der dritten Komponente $T_3 = \pm 1/2$ vier HIGGS-Felder, von denen nach Gleichung 2.15 zwei geladen und zwei neutral sind. Die vier komplexen Felder entsprechen acht Freiheitsgraden, von denen drei für die longitudinalen Zustände der W^\pm - und Z -Bosonen benötigt werden. Die verbleibenden fünf Freiheitsgrade zeigen sich als die h_0 , H_0 , A_0 und H^\pm HIGGS-Bosonen

Mit diesen Teilchen gibt es insgesamt acht komplexe bosonische Felder, vier geladene Felder (H_u^+ , H_d^- , W^+ , W^-) und vier neutrale (B^0 , W^3 , H_u^0 , H_d^0) mit ihren Superpartnern. Ähnlich den Austauscheteilchen der elektroschwachen Theorie, sind diese Superpartner jedoch nicht die messbaren Masseneigenzustände, sondern ihre Mischungszustände [13]. Diese bilden vier neutrale $\tilde{\chi}_j^0$ mit $j = 1, \dots, 4$ und vier geladene $\tilde{\chi}_i^\pm$ mit $i = 1, 2$. Betrachtet man die neutralen Zustände, so sind diese in der Basis der Bino-, Wino- und HIGGSino-Felder über die Neutralino-Massenmatrix gegeben [13]:

$$M = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -\cos\beta \sin\vartheta_W m_Z & \sin\beta \sin\vartheta_W m_Z \\ 0 & M_2 & \cos\beta \cos\vartheta_W m_Z & -\sin\beta \cos\vartheta_W m_Z \\ -\cos\beta \sin\vartheta_W m_Z & \cos\beta \cos\vartheta_W m_Z & 0 & -\mu \\ \sin\beta \sin\vartheta_W m_Z & -\sin\beta \cos\vartheta_W m_Z & -\mu & 0 \end{pmatrix}$$

Dabei sind die Parameter:

$$\begin{aligned} \mu &= \text{der HIGGS-Massenparameter} \\ M_1 &= \text{die Bino-Masse aus } \mathcal{L}_{\text{soft}}^{\text{MSSM}} \\ M_2 &= \text{die Wino-Masse aus } \mathcal{L}_{\text{soft}}^{\text{MSSM}} \\ \vartheta_W &= \text{der elektroschwache Mischungswinkel} \\ \tan\beta &= \frac{\langle H_u^0 \rangle}{\langle H_d^0 \rangle} \text{ Verhältnis der Vakuumerwartungswerte der beiden HIGGS-Doublets} \end{aligned}$$

Um die Massen der Neutralinos zu bestimmen, muss die Matrix M diagonalisiert werden. Dafür benötigt man die Basistransformation der Matrix N . Die Eigenwerte auf der Diagonalen sind dann die Massen als Funktionen der obigen Parameter:

$$\left[N^* M N^\dagger \right]_{ij} = m_{\tilde{\chi}_i^0} \delta_{ij}, \quad (2.28)$$

und die Matrix N ist die Mischungsmatrix der Neutralinos. Sie nennt die Beiträge der \tilde{B} -, \tilde{W} -, \tilde{H}_u - und \tilde{H}_d -Felder zu den eigentlich messbaren Zuständen $\tilde{\chi}_j^0$ und es gilt [13]:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\chi}_1^0 \\ \tilde{\chi}_2^0 \\ \tilde{\chi}_3^0 \\ \tilde{\chi}_4^0 \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} \tilde{B} \\ \tilde{W}^0 \\ \tilde{H}_d^0 \\ \tilde{H}_u^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} & N_{14} \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} & N_{24} \\ N_{31} & N_{32} & N_{33} & N_{34} \\ N_{41} & N_{42} & N_{43} & N_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{B} \\ \tilde{W}^0 \\ \tilde{H}_d^0 \\ \tilde{H}_u^0 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

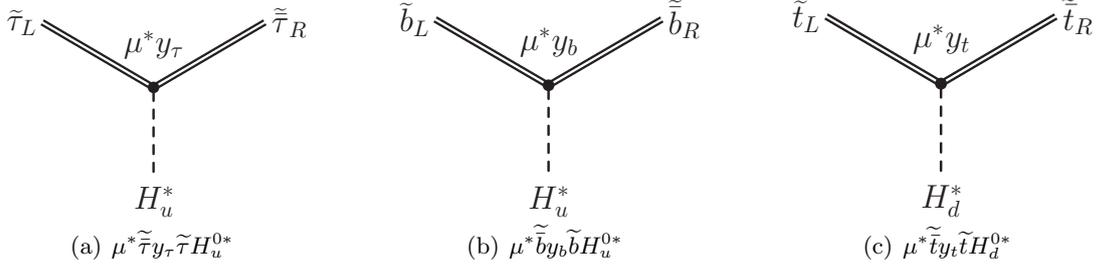


ABBILDUNG 2.4: Kopplungen zur Mischung zwischen (a) $\tilde{\tau}_L$ und $\tilde{\tau}_R$, (b) \tilde{b}_L und \tilde{b}_R und (c) \tilde{t}_L und \tilde{t}_R . Durch die hohen Massen der Fermionen der dritten Generation koppeln die links- und rechts-händigen Sfermionen an die gezeigten HIGGS-Bosonen. Diese erhalten durch die elektroschwache Symmetriebrechung einen Vakuumerwartungswert, und damit mischen die Sfermionen zu den Masseneigenzuständen \tilde{f}_1 und \tilde{f}_2 .

Die Einträge der Mischungsmatrix N_{ij} werden für die Polarisation der Taus eine große Rolle spielen. In der gleichen Weise können die Charginozustände dargestellt werden. Ihre Massenmatrix lautet [4]:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & M_2 & \sqrt{2} \cos \beta m_W \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \sin \beta m_W & \mu \\ M_2 & \sqrt{2} \sin \beta m_W & 0 & 0 \\ \sqrt{2} \cos \beta m_W & \mu & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Mit der Basistransformation C , die die obige Matrix diagonalisiert, gilt dann

$$\begin{pmatrix} \tilde{\chi}_1^+ \\ \tilde{\chi}_2^+ \\ \tilde{\chi}_1^- \\ \tilde{\chi}_2^- \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \tilde{W}^+ \\ \tilde{H}_u^+ \\ \tilde{W}^- \\ \tilde{H}_d^- \end{pmatrix}$$

Auch die Sfermionen treten im Allgemeinen nicht als die Eigenzustände \tilde{f}_R und \tilde{f}_L auf, sondern als Mischzustände \tilde{f}_1 und \tilde{f}_2 . Da die Mischung der Masse der Teilchen proportional ist, sind die Mischungen der Teilchen der dritten Generation am ausgeprägtesten. Das MSSM lässt im Allgemeinen Kopplungen der Art

$$\mu^* \tilde{\tau} y_\tau \tilde{\tau} H_u^{0*} \quad \mu^* \tilde{b} y_b \tilde{b} H_u^{0*} \quad \text{und} \quad \mu^* \tilde{t} y_t \tilde{t} H_d^{0*} \quad (2.30)$$

zu [4]. Die FEYNMAN-Graphen für die Kopplungen 2.30 sind in Abbildung 2.4 gezeigt. Mit der elektroschwachen Symmetriebrechung erhalten die HIGGS-Felder einen nicht verschwindenden Vakuumerwartungswert. Mit diesem koppeln die Superpartner der links- und rechtschiralen Teilchen über die Hintergrundfelder H_u und H_d , und tragen damit zur Mischung zu den Masseneigenzuständen \tilde{f}_1 und \tilde{f}_2 bei.

Insbesondere die Mischung der $\tilde{\tau}_{R,L}$ -Zustände ist dabei für diese Arbeit wichtig, denn diese wird ein bestimmender Parameter für die Polarisation der Taus sein. Die Mischung wird im Allgemeinen durch den Mischungswinkel $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ über

$$\begin{pmatrix} \tilde{\tau}_1 \\ \tilde{\tau}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \vartheta_{\tilde{\tau}} & \sin \vartheta_{\tilde{\tau}} \\ -\sin \vartheta_{\tilde{\tau}} & \cos \vartheta_{\tilde{\tau}} \end{pmatrix}}_{(U_{\tilde{\tau}})_{kl}} \begin{pmatrix} \tilde{\tau}_L \\ \tilde{\tau}_R \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

parametrisiert. Dies sorgt dafür, dass die $\tilde{\tau}$ s nur als Mischungszustände messbar sind, und nicht als reine Superpartner der links- und rechtshändigen τ s. Dabei ist zu beachten, dass in dieser Konvention der ungemischte Fall, also $\tilde{\tau}_1 = \tilde{\tau}_R$ und $\tilde{\tau}_2 = \tilde{\tau}_L$, für einen Mischungswinkel $\vartheta_{\tilde{\tau}} = \pi/2$ gegeben ist.

Die Mischungsmatrix diagonalisiert die Stau-Massenmatrix und liefert über deren Eigenwerte die Massen der Mischungszustände [9]:

$$\begin{pmatrix} m_{\tilde{\tau}_1}^2 & 0 \\ 0 & m_{\tilde{\tau}_2}^2 \end{pmatrix} = U_{\tilde{\tau}} \begin{pmatrix} m_{\tilde{\tau}_L}^2 + m_{\tilde{\tau}}^2 + \Delta_L & m_{\tilde{\tau}}(A_0 - \mu \tan \beta) \\ m_{\tilde{\tau}}(A_0 - \mu \tan \beta) & m_{\tilde{\tau}_R}^2 + m_{\tilde{\tau}}^2 + \Delta_R \end{pmatrix} U_{\tilde{\tau}}^T, \quad (2.32)$$

wobei

$$\Delta_L = \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \vartheta_W \right) m_Z^2 \cos 2\beta \quad \text{und} \quad \Delta_R = \frac{1}{3} \sin^2 \vartheta_W m_Z^2 \cos 2\beta. \quad (2.33)$$

2.3.6 mSUGRA

Das MSSM ist in Sinne der Teilchenfelder das kleinste vorstellbare supersymmetrische Modell, das mit dem Standardmodell vereinbar ist. Allerdings führt dieses Modell über 100 neue Parameter ein, die nicht aus der Theorie vorhergesagt werden können. Eine Reduktion der Parameter ist durch spezielle Annahmen möglich. Das mSUGRA-Modell (**m**inimal **S**uper **G**ravity) macht dabei Annahmen über den Brechungsmechanismus und setzt die Vereinigung der Massen aller fermionischer (bosonischer) Teilchen auf die universelle Masse $m_{\nu/2}$ (m_0) an der GUT-Skala voraus. Mit diesen Annahmen kann die Zahl der freien Parameter des Modells auf Fünf begrenzt werden:

- die universelle fermionische Masse an der GUT-Skala $m_{\nu/2}$
- die universelle skalare Masse an der GUT-Skala m_0
- das Verhältnis der Vakuumerwartungswerte der HIGGS-Dubletts $\tan \beta = \frac{\langle H_u \rangle}{\langle H_d \rangle}$
- die universelle trilineare HIGGS-Sfermion-Sfermion-Kopplung A_0
- das Vorzeichen des HIGGS-Massen-Parameters $\text{sgn } \mu$

Die Annahme gleicher Massen an der GUT-Skala vereinfacht insbesondere die Terme von $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ aus Gleichung 2.23. Für die Massen-Matrizen und skalaren Massen würde hier

$$\mathbf{m}_Q^2 = \mathbf{m}_u^2 = \mathbf{m}_d^2 = \mathbf{m}_L^2 = \mathbf{m}_e^2 = m_0^2 \mathbf{1} = m_{H_u}^2 \mathbf{1} = m_{H_d}^2 \mathbf{1} \quad (2.34)$$

gelten, während für die fermionischen Felder und die trilinearen Kopplungen

$$M_1 = M_2 = M_3 = m_{\frac{1}{2}} \quad \text{und} \quad \mathbf{a}_u = \mathbf{a}_d = \mathbf{a}_e = A_0 \mathbf{1} \quad (2.35)$$

gilt.

Das mSUGRA-Modell zeichnet sich zusätzlich durch einen Brechungsmechanismus aus. Die Aufhebung der Massen-Entartung zwischen SUSY- und Standardmodell-Teilchen, also die SUSY-Brechung, wurde technisch durch die Einführung der Massenterme in die LAGRANGE-Dichte (Gleichung 2.23) realisiert, ohne dafür eine Erklärung zu nennen. Ein Mechanismus zur SUSY-Brechung, der den

bekanntem experimentellen und theoretischen Einschränkungen gerecht wird, kann nicht im MSSM gefunden werden [4]. Die Brechung kann daher in einen hochenergetischen Sektor verlegt werden, der experimentell nicht zugänglich ist. Das MSSM wäre damit nur der niederenergetische Grenzfall eines übergeordneten Modells, das sich der Beobachtung entzieht. In diesem sogenannten *hidden sector* tritt SUSY-Brechung durch spontane Symmetriebrechung auf.

Die beobachtbare Brechung im MSSM könnte durch eine *flavour*-blinde Wechselwirkung übertragen werden, die für die Terme in $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ verantwortlich ist. Durch diese Kopplung an den sogenannten *visible sector* (MSSM), tritt auch auf niedrigeren Energieskalen SUSY-Brechung auf. Ein möglicher Kandidat für diese Wechselwirkung ist die Gravitation.

In dem verbleibenden, fünf-dimensionalen Parameterraum des mSUGRA-Modells werden für Studien sechs Parameter-Punkte ($SU1$ bis $SU6$) festgelegt, die charakteristische Eigenschaften haben. Mit der Wahl eines Satzes der fünf Parameter können über die Renormierungsgruppen-Gleichungen die niederenergetischen Parameter des Modells berechnet werden, die über die FEYNMAN-Regeln die beobachtbaren Observablen, wie Massen, Mischungen, Zerfallswahrscheinlichkeiten etc., bestimmen [4]. Da die vereinheitlichten Massen nur auf der GUT-Skala gelten, wird diese Entartung auf kleineren Energieskalen aufgehoben und man erhält wie bei den Kopplungskonstanten laufende Massen.

2.3.7 Die SU3-Bulk-Region

Da in dieser Arbeit $SU3$ -ähnliche Spektren untersucht werden, soll im Folgenden dieser Punkt genauer vorgestellt werden. Insbesondere die Phänomenologie der Observablen auf der TeV-Skala und der daraus folgenden Detektorsignaturen sind dabei von Bedeutung. Am $SU3$ -Punkt sind die fünf Parameter durch

$$m_0 = 100 \text{ GeV} \quad m_{\frac{1}{2}} = 300 \text{ GeV} \quad A_0 = -300 \text{ GeV} \quad \tan(\beta) = 6 \quad \text{sgn}(\mu) = +1 \quad (2.36)$$

gegeben. Tabelle 2.4 zeigt einen Teil des Massenspektrums mit einigen Zerfällen, die Massenhierarchie ist in Abbildung 2.5 gezeigt. Die Werte wurden mit **SPheno** 2.2.3 berechnet [14] und die Auswahl der gezeigten Teilchen orientiert sich an dem untersuchten Prozess und den Prozessen, die für die Phänomenologie der $SU3$ -Ereignisse im Detektor bestimmend sind. Die Squarks und Gluinos sind insbesondere wichtig, da in pp -Kollisionen dominant SUSY-Teilchen über die starke Wechselwirkung erzeugt werden. $\tilde{g}\tilde{g}$ -, $\tilde{g}\tilde{q}$ - oder $\tilde{q}\tilde{q}$ -Paare sind daher die häufigsten erzeugten SUSY-Teilchen, die über ihren Zerfall andere SUSY-Teilchen erzeugen.

Ein erzeugtes Gluon zerfällt zu fast 100% in ein Squark und dabei bevorzugt in ein rechtshändiges. Im Allgemeinen ist der Zerfall $\tilde{g} \rightarrow \tilde{q}X$ durch die starke Wechselwirkung bestimmt, und somit nicht sensitiv auf die unterschiedlichen $SU(2)_L$ -Kopplungen der \tilde{q} . Die Zerfallswahrscheinlichkeiten des \tilde{g} sind damit von dem durch den Massenunterschied vorhandenen Phasenraum bestimmt. Da das \tilde{q}_R aber auf Grund seiner fehlenden $SU(2)_L$ -Kopplung eine geringere Masse durch die Renormierungsgruppen-Gleichungen als das \tilde{q}_L erhält, sind die Zerfälle des \tilde{g} in ein \tilde{q}_R bevorzugt. Für das \tilde{q}_R existiert kein leichteres, stark wechselwirkendes SUSY-Teilchen, in das es zerfallen kann, und damit zerfällt es elektroschwach in ein Gaugino. Dabei koppelt es nur über seine $U(1)_Y$ -Ladung und zerfällt somit zu fast 100% in das leichte, binoartige $\tilde{\chi}_1^0$. Eine solche Zerfallskette zeichnet sich durch die zwei harten Jets der hochenergetischen Quarks von den \tilde{g} - und \tilde{q} -Zerfällen aus.

Ein \tilde{q}_L kann durch seine zusätzliche $SU(2)_L$ -Kopplung noch an andere Teilchen koppeln. Dabei sind in erster Linie die Zerfälle in die winoartigen $\tilde{\chi}_2^0$ und $\tilde{\chi}_1^\pm$ möglich. Da das Chargino noch zusätzlich elektromagnetisch koppelt, ist dieser Zerfall bevorzugt, obwohl die Massen der beiden Teilchen nahezu gleich sind. Zerfällt das linkshändige Squark in ein $\tilde{\chi}_1^\pm$, zerfällt dieses hauptsächlich

Der $SU3$ -Punkt

Teilchen	Masse [GeV]	Zerfälle	$\frac{\Gamma_i}{\Gamma_{\text{tot}}}$	Teilchen	Masse [GeV]	Zerfälle	$\frac{\Gamma_i}{\Gamma_{\text{tot}}}$
\tilde{g}	714.88	$\tilde{q}_L q$ $\tilde{q}_R q$ $\tilde{t}_1 t$ $\tilde{b}_1 b$ $\tilde{b}_2 b$ $\tilde{\chi}_1^\pm t b$	14.97% 33.12% 23.56% 19.6% 8.68% 0.0443%	$\tilde{\chi}_2^0$	223.23	$\tilde{\ell}_R^\pm \ell^\mp$ $\tilde{\tau}_1^\pm \tau^\mp$ $\tilde{\nu}_\ell \nu_\ell$ $\tilde{\nu}_\tau \nu_\tau$ $\tilde{\chi}_1^0 Z$ $\tilde{\chi}_1^0 \tau^\pm \tau^\mp$	13.77% 58.4% 15.51% 9.66% 2.18% 0.113%
$\tilde{\chi}_1^0$	118.44	stabil	–	$\tilde{\tau}_1^\pm$	151.55	$\tilde{\chi}_1^0 \tau^\pm$	100%
\tilde{q}_L	≈ 667	$\tilde{\chi}_2^0 q$ $\tilde{\chi}_1^\pm q$	32.1% 64.3%	\tilde{q}_R	≈ 643.5	$\tilde{\chi}_1^0 q$ $\tilde{\chi}_2^0 q$	99.2% 0.48%
\tilde{t}_1	448.39	$\tilde{\chi}_1^0 t$ $\tilde{\chi}_2^0 t$ $\tilde{\chi}_1^+ b$	25.92% 12.44% 61.6%	\tilde{b}_1	600.52	$\tilde{\chi}_2^0 b$ $\tilde{t} W^-$ $\tilde{\chi}_1^- t$	26.73% 32.19% 38.34%
$\tilde{\chi}_1^\pm$	222.99	$\tilde{\tau}_1^\pm \nu_\tau$ $\tilde{\nu}_\ell \ell^\pm$ $\tilde{\nu}_\tau \tau^\pm$ $\tilde{\chi}_1^0 W^\pm$	48.5% 16.54% 10.23% 24.31%	\tilde{b}_2	642.4	$\tilde{\chi}_1^0 b$ $\tilde{t} W^-$ $\tilde{\chi}_2^0 b$ $\tilde{\chi}_1^- t$	53.79% 25.94% 6.39% 9.22%
$\tilde{\nu}_\tau$	217.1	$\tilde{\chi}_1^0 \nu_\tau$	100%	$\tilde{\nu}_\ell$	217.78	$\tilde{\chi}_1^0 \nu_\ell$	100%

TABELLE 2.4: Die Massen und wichtigsten Zerfälle einiger Teilchen am $SU3$ -Punkt. q und ℓ beinhalten die Teilchen der ersten und zweiten Generation. Die Werte wurden mit *SPheno 2.2.3* berechnet [14].

in ein $\tilde{\tau}$ und ν_τ , in ein Sneutrino mit zugehörigem Lepton oder in ein $\tilde{\chi}_1^0$ und ein W^\pm . Die sichtbaren Zerfallsprodukte dieser Teilchen sind entweder ein Lepton oder der Jet eines hadronisch zerfallenden W^\pm , da die anderen Zerfallsprodukte nur schwach wechselwirken und somit nicht detektiert werden. Diese Zerfallskette würde sich damit durch ein Lepton, bzw. ein Jet aus dem $\tilde{\chi}_1^\pm$ und zwei Jets aus den \tilde{g} und \tilde{q} Zerfall auszeichnen.

Für diese Arbeit ist der Zerfall des \tilde{q}_L in ein $\tilde{\chi}_2^0$ wichtig. Letzteres zerfällt überwiegend über ein Slepton mit zugehörigem Lepton in zwei gegensätzlich geladene Leptonen und das $\tilde{\chi}_1^0$, oder unsichtbar über ein Sneutrino und ein Neutrino. Ein Endzustand mit zwei Leptonen ist besonders interessant, da er eine gut sichtbare Signatur im Detektor hinterlässt, die die Identifikation solcher Prozesse erleichtert. Der Zerfall über ein $\tilde{\tau}_1$ ist dabei aus zweierlei Gründen wichtig. Zum einen ist dieser Zerfall wegen der kleineren Masse des leichteren Staus als die der anderen Leptonen und dem daraus folgenden größeren Phasenraum bevorzugt. Zudem koppelt das winoartige $\tilde{\chi}_2^0$ bevorzugt an linkshändige Teilchen. Da aber die Zerfälle in die linkshändigen Slep-tonen \tilde{e}_L , $\tilde{\mu}_L$ und $\tilde{\tau}_2$ auf Grund ihrer Masse kinematisch nicht möglich sind, ist durch die Mischung der $\tilde{\tau}$ s die Kopplung des $\tilde{\chi}_2^0$ an das $\tilde{\tau}_1$ bevorzugt, denn dieses besitzt den größten linkshändigen Beitrag unter den leichten Slep-tonen. Dieser Prozess ist daher etwa zehn mal häufiger als der Zerfall in ein Selepton oder ein Smuon, wobei der zusätzliche Phasenraum durch die kleinere $\tilde{\tau}_1$ -Masse einen untergeordneteren Effekt im Vergleich zu der stärkeren Kopplung des $\tilde{\chi}_2^0$ an das $\tilde{\tau}_1$ spielt. Zum anderen ist dieser Prozess geeignet, um die Eigenschaften des Staus zu vermessen. Es wird sich zeigen, dass sowohl die

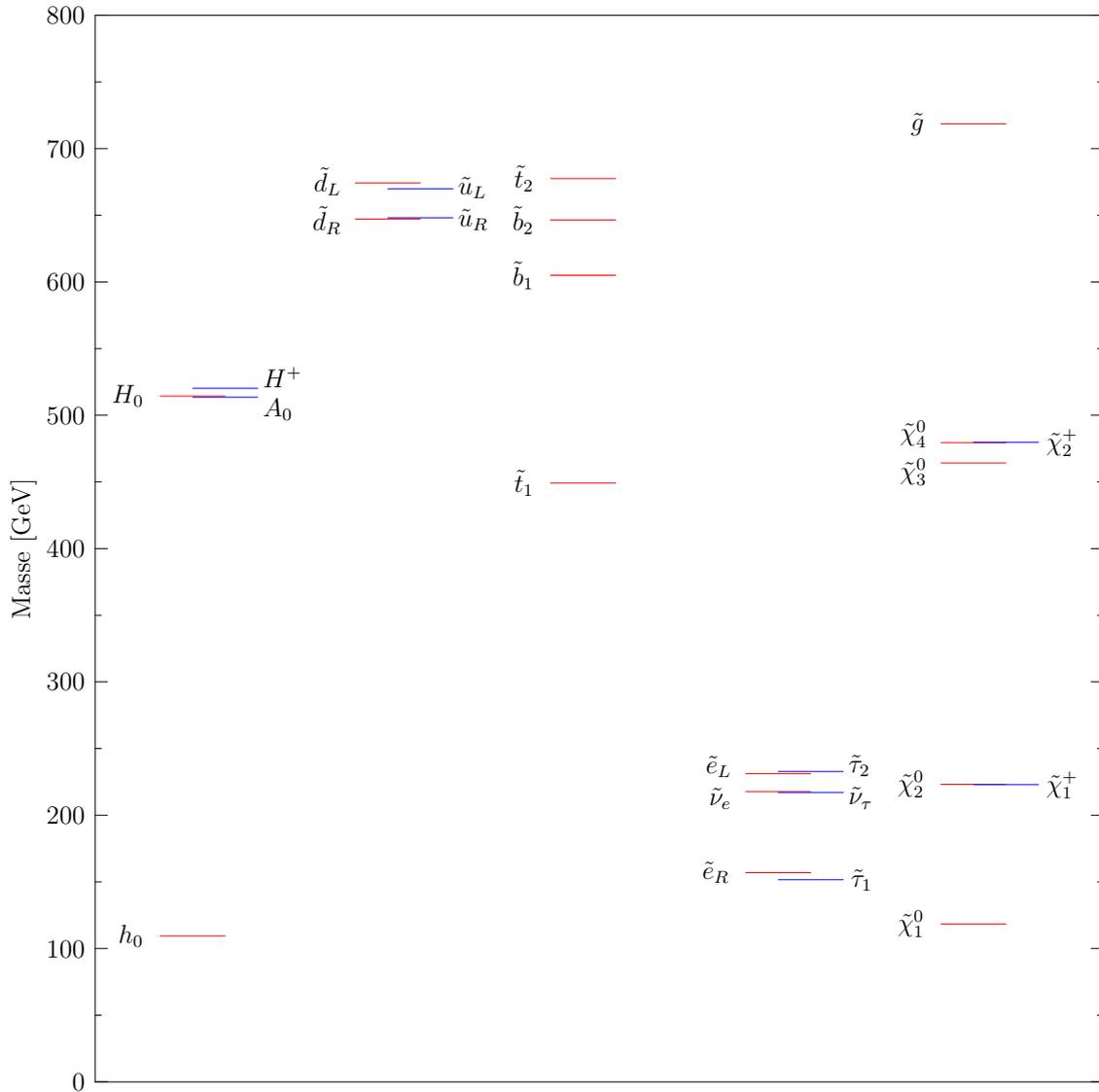


ABBILDUNG 2.5: Das Massenspektrum der supersymmetrischen Teilchen am $SU3$ -Punkt im $mSUGRA$ Modell. \tilde{e} und $\tilde{\nu}_e$ bzw. \tilde{u} und \tilde{d} repräsentieren die erste und zweite Generation die in guter Näherung entartetet Massen haben. Die Werte wurden mit *SPheno 2.2.3* berechnet [14].

Masse des Staus, als auch der Mischungswinkel $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ einen Einfluss auf die messbare invariante Masse der beiden Taus hat.

Das $\tilde{\chi}_1^0$ am Ende der Zerfallskette ist das leichteste supersymmetrische Teilchen und damit stabil, da die Erhaltung der R -Parität dessen Zerfall verbietet. Das $\tilde{\chi}_1^0$ wechselwirkt zudem nur schwach, und somit zeigt es sich als fehlende Transversalenergie im Detektor.

KINEMATIK IM ZERFALL

$$\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\tau}\tau \rightarrow \tau\tau\tilde{\chi}_1^0$$

Um die zu untersuchenden Aspekte in der Kaskade zu verstehen, muss die Kinematik aller einzelnen Prozesse verstanden sein. Zu diesem Zweck sollen sämtliche relevanten Verläufe von einem theoretischen Standpunkt untersucht werden, um die Grundlage für messbare Voraussagen zu schaffen.

3.1 Der Signalprozess

Der untersuchte Prozess ist der sequenzielle Zerfall des $\tilde{\chi}_2^0$ in das Tau und ein Stau, mit dessen anschließendem Zerfall in den Endzustand mit zwei Taus und einem $\tilde{\chi}_1^0$:

$$\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\tau}^\pm \tau^\mp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tau^\pm \tau^\mp. \tag{3.1}$$

Der Endzustand zeichnet sich also durch zwei entgegengesetzt geladene Leptonen und fehlende transversale Energie durch das undetektierte $\tilde{\chi}_1^0$ aus. Die Zerfälle in Elektronen und Myonen sind ebenfalls möglich, werden hier allerdings nicht untersucht. In vielen Gebieten des Parameterraums in mSUGRA-Modellen ist der Zerfall des $\tilde{\chi}_2^0$ in das Tau und Stau deutlich wahrscheinlicher, und für die Bestimmung der $\tilde{\tau}$ -Eigenschaften ist eine Untersuchung von Endzuständen mit Taus unumgänglich.¹ Zudem zeichnen sich Taus durch deren schnellen Zerfall in Leptonen oder Hadronen aus. Die Taus sind also nicht direkt beobachtbar, sondern nur ihre sichtbaren Zerfallsprodukte. Das macht Endzustände mit Taus experimentell schwierig, da sie immer mit einem unvermeidlichen Energieverlust durch das unsichtbare ν_τ verbunden sind, bei leptonischen Zerfällen sogar durch zwei Neutrinos, der eine Energie- und Impulsmessung der Taus aus dem betrachteten Endzustand prinzipiell unmöglich macht. Allerdings ist es auch der Zerfall des Taus, der eine Sensitivität des Detektors auf die Polarisation der Leptonen ermöglicht. Abbildung 3.1 zeigt den Signalprozess, die möglichen Zerfälle des Taus sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

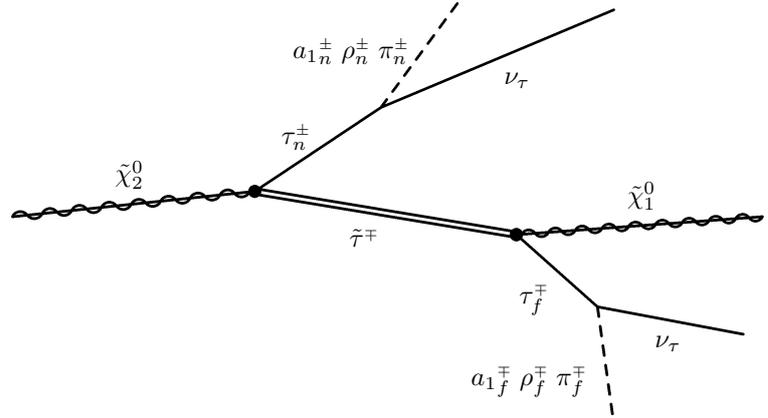
3.2 Relativistische Kinematik

Da die Energien der Teilchen alle vergleichbar oder größer als deren Ruhemasse sind, müssen die Effekte der speziellen Relativitätstheorie beachtet werden. Es sollen an dieser Stelle grundlegende Ergebnisse gezeigt werden, um diese später ohne längere Rechnungen zitieren zu können.

¹Dies gilt nur für Modelle mit Lepton-Flavour-Erhaltung

ABBILDUNG 3.1: Der Zerfall des schweren Neutralinos $\tilde{\chi}_2^0$ in zwei Mesonen, zwei ν_τ und das leichtere Neutralino $\tilde{\chi}_1^0$. Es wurden nur die drei häufigsten hadronischen Zerfälle des Taus gekennzeichnet. Die Indizes n und f stehen für near und far zur begrifflichen Unterscheidung der beiden Tau-Leptonen.

Die beiden ν_τ , sowie das $\tilde{\chi}_1^0$ wechselwirken nur schwach und werden daher nicht detektiert. Die Viererimpulse der Mesonen stellen also die einzig messbare Größe dar. Diese hängen jedoch von der Polarisation der τ s ab.



Alle einzelnen Zerfälle in der Kaskade sind Zweikörperzerfälle der Form $A \rightarrow B + C$. Im Ruhesystem von Teilchen A gilt:

$$m_A = E_A = E_B + E_C \quad \text{und} \quad \vec{p}_B + \vec{p}_C = 0$$

Damit erhält man:

$$\begin{aligned} m_A^2 &= p_A^2 = (p_B + p_C)^2 = m_B^2 + m_C^2 + 2(p_B \cdot p_C) \\ &= m_B^2 + m_C^2 + 2E_B E_C - 2(\vec{p}_B \cdot \vec{p}_C) \\ &= m_B^2 + m_C^2 + 2E_B(m_A - E_B) + 2|\vec{p}_B|^2 \\ &= m_B^2 + m_C^2 + 2E_B m_A \underbrace{-2E_B^2 + 2|\vec{p}_B|^2}_{=-2m_B^2} = m_C^2 - m_B^2 + 2E_B m_A \end{aligned}$$

und somit:

$$E_B = \frac{m_A^2 + m_B^2 - m_C^2}{2m_A}. \quad (3.2)$$

Ebenso lässt sich

$$|\vec{p}_B| = \frac{\sqrt{(m_A^2 - (m_B + m_C)^2)(m_A^2 - (m_B - m_C)^2)}}{2m_A} = |\vec{p}_C| \quad (3.3)$$

zeigen. Die entsprechende Energie E_C erhält man durch Vertauschen von $B \leftrightarrow C$. In natürlichen Einheiten ($c = 1$) gilt für die Energie $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$. Damit kann die Geschwindigkeit β des Teilchens berechnet werden:

$$E^2 = \vec{p}^2 + m^2 = \frac{m^2 \beta^2}{1 - \beta^2} + m^2 = m^2 \left(\frac{\beta^2}{1 - \beta^2} + 1 \right) = \frac{m^2}{1 - \beta^2} = \frac{\vec{p}^2}{\beta^2} \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{|\vec{p}|}{E} \quad (3.4)$$

Eine wichtige Operation ist die Transformation eines Systems aus dem Ruhesystem des Mutterteilchens (A) in das Ruhesystem in eines der Tochterteilchen. Es soll dabei angenommen werden, dass $m_C \gg m_B$ gilt. Eine Transformation zwischen zwei Systemen ($S \rightarrow S'$) entlang der x -Achse ist über den LORENTZ-Faktor γ und die Geschwindigkeit β bestimmt. Dabei bewegt sich S' von S aus gesehen mit der Geschwindigkeit β entlang der x -Achse. Ganz allgemein gilt

$$E' = \gamma(E - \beta p_x) \quad \text{und} \quad p'_x = \gamma(p_x - \beta E). \quad (3.5)$$

Für die Rücktransformation erhält man

$$E = \gamma(E' + \beta p'_x) \quad \text{und} \quad p_x = \gamma(p'_x + \beta E'), \quad (3.6)$$

da hier $\beta' = -\beta$ und $\gamma' = \gamma$ gilt. Für die Transformation aus dem Ruhesystem von Teilchen A in das Ruhesystem von Teilchen B können γ und β über die Energie des Teilchens B bestimmt werden. Diese Energie E_B ist in beiden Systemen bekannt – zum einen aus dem Zweikörperzerfall des Teilchens A und zum anderen als Ruhemasse m_B . Die Transformation kann am einfachsten für den Boost vom Ruhesystem des Teilchens B (S') in das Ruhesystem des Mutterteilchens A (S) berechnet werden. Damit gilt für die gesuchte Transformation mit Gleichung 3.6:

$$\frac{m_A^2 - m_C^2}{2m_A} = E = \gamma(E' + \beta p'_x) = \gamma m_B \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{m_A^2 - m_C^2}{2m_A m_B}$$

Für β ergibt sich somit

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{4m_A^2 m_B^2}{(m_A^2 - m_C^2)^2}} = \sqrt{\frac{(m_A^2 - m_C^2)^2 - 4m_A^2 m_B^2}{(m_A^2 - m_C^2)^2}}. \quad (3.7)$$

Die Transformation in das Ruhesystem des Teilchens C ergibt sich analog:

$$\frac{m_A^2 + m_C^2}{2m_A} = E = \gamma(E' + \beta p'_x) = \gamma m_C \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{m_A^2 + m_C^2}{2m_A m_C}$$

und somit

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{4m_A^2 m_C^2}{(m_A^2 + m_C^2)^2}} = \sqrt{\frac{(m_A^2 + m_C^2)^2 - 4m_A^2 m_C^2}{(m_A^2 + m_C^2)^2}} = \frac{m_A^2 - m_C^2}{m_A^2 + m_C^2}. \quad (3.8)$$

Dies stimmt mit den Gleichungen 3.2 – 3.4 im Grenzwert $m_B = 0$ überein.

Abschließend soll die Transformation von Winkeln unter LORENTZ-Boosts gezeigt werden. Dazu seien folgende Konventionen getroffen: Im Zerfall $A \rightarrow B + C$ sei α der Winkel zwischen dem Teilchenimpuls \vec{p}_C und einer x -Achse im Ruhesystem des Teilchens A . Die x -Achse sei so gewählt, dass sie im Laborsystem mit der Richtung des Impulses des Teilchens A zusammenfällt. Die Richtung dieser Achse ist unter der Transformation vom Laborsystem in das Ruhesystem von A invariant, da sie entlang des Boosts liegt. Im Ruhesystem von A gilt für das Teilchen C

$$\vec{p}_C = (|\vec{p}_C| \cos(\alpha), |\vec{p}_C| \sin(\alpha), 0)$$

wenn die y -Achse in der Ebene liegt, die durch \vec{p}_A und \vec{p}_B aufgespannt wird. Im Laborsystem gilt für den Winkel

$$\tan(\alpha') = \frac{p'_y}{p'_x} = \frac{p_y}{\gamma(p_x + \beta E_C)} = \frac{|\vec{p}_C| \sin(\alpha)}{\gamma(|\vec{p}_C| \cos(\alpha) + \beta E_C)} = \frac{\beta_C \sin(\alpha)}{\gamma(\beta_C \cos(\alpha) + \beta)}, \quad (3.9)$$

wobei die Größen $|\vec{p}_C|$, β_C und E_C im Ruhesystem des Teilchens A zu verwenden sind (vgl. Gleichung 3.4).

3.3 Invariante Masse der Taus

Die invariante Masse der beiden τ s ist eine wichtige kinematische Größe des Signalprozesses:

$$m_{\tau\tau}^2 = (p_{\tau_n} + p_{\tau_f})^2 = 2m_\tau^2 + 2E_{\tau_n}E_{\tau_f} - 2(\vec{p}_{\tau_n} \cdot \vec{p}_{\tau_f}) \approx 2E_{\tau_n}E_{\tau_f}(1 - \cos(\vartheta)). \quad (3.10)$$

ϑ bezeichnet den Winkel zwischen den beiden Taus, der ebenso wie die beiden Energien der Taus von dem Bezugssystem abhängt. Die Größe 3.10 ist aber dennoch LORENTZ-invariant. Die beiden Energien der Taus sind durch den Zweikörperzerfall bekannt, allerdings nur in verschiedenen Bezugssystemen, nämlich dem Ruhesystem des $\tilde{\chi}_2^0$ und des $\tilde{\tau}$. Um die invariante Masse zu berechnen, muss die Energie E_{τ_n} in das Ruhesystem des $\tilde{\tau}$ transformiert werden. Das dafür benötigte γ und β erhält man aus der Energie des $\tilde{\tau}$. Diese ist in beiden Bezugssystemen bekannt – einmal aus dem Zweikörperzerfall im Ruhesystem des $\tilde{\chi}_2^0$, und einmal in seinem eigenen Ruhesystem, in dem es nur seine Masse als Energie hat. Man erhält also mit $m_{\tilde{\tau}} \gg m_\tau$ und $m_{\tilde{\chi}_2^0} \gg m_\tau$ nach Gleichung 3.8

$$\gamma = \frac{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 + m_{\tilde{\tau}}^2}{2m_{\tilde{\chi}_2^0}m_{\tilde{\tau}}} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 - m_{\tilde{\tau}}^2}{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 + m_{\tilde{\tau}}^2}. \quad (3.11)$$

Die Energie des τ_n im Ruhesystem des $\tilde{\tau}$ ist

$$E_{\tau_n} = \gamma(E'_{\tau_n} + \beta p'_{\tau_n}) \approx \gamma(1 + \beta)E'_{\tau_n}.$$

Dabei ist E'_{τ_n} die Energie im Ruhesystem des $\tilde{\chi}_2^0$. Die erste Gleichheit gilt, da der *Boost* genau entgegen dem Tau-Impuls im Ruhesystem des $\tilde{\chi}_2^0$ liegt und somit $p_x = -p'_{\tau_n}$ ist. Mit Gleichung 3.11 erhält man:

$$\gamma(1 + \beta) = \frac{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 + m_{\tilde{\tau}}^2}{2m_{\tilde{\chi}_2^0}m_{\tilde{\tau}}} \left(1 + \frac{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 - m_{\tilde{\tau}}^2}{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 + m_{\tilde{\tau}}^2} \right) = \frac{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 + m_{\tilde{\tau}}^2}{2m_{\tilde{\chi}_2^0}m_{\tilde{\tau}}} \left(\frac{2m_{\tilde{\chi}_2^0}^2}{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 + m_{\tilde{\tau}}^2} \right) = \frac{m_{\tilde{\chi}_2^0}}{m_{\tilde{\tau}}},$$

und somit ergibt sich:

$$E_{\tau_n} = \frac{m_{\tilde{\chi}_2^0}}{m_{\tilde{\tau}}} E'_{\tau_n} = \frac{m_{\tilde{\chi}_2^0}}{m_{\tilde{\tau}}} \frac{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 - m_{\tilde{\tau}}^2}{2m_{\tilde{\chi}_2^0}} = \frac{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 - m_{\tilde{\tau}}^2}{2m_{\tilde{\tau}}}$$

Dies kann nun in 3.10 eingesetzt werden:

$$\begin{aligned} m_{\tau\tau}^2 &= 2E_{\tau_n}E_{\tau_f}(1 - \cos(\vartheta_f)) = \frac{1}{2} \left(\frac{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 - m_{\tilde{\tau}}^2}{m_{\tilde{\tau}}} \right) \left(\frac{m_{\tilde{\tau}}^2 - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2}{m_{\tilde{\tau}}} \right) (1 - \cos(\vartheta_f)) \\ &= \frac{1}{2} (1 - \cos(\vartheta_f)) m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 \left(1 - \frac{m_{\tilde{\tau}}^2}{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2} \right) \left(1 - \frac{m_{\tilde{\chi}_1^0}^2}{m_{\tilde{\tau}}^2} \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Die invariante Masse des Di-Tau-Systems ist also nur von dem Winkel abhängig, unter dem das τ_f ausgesendet wird. Der Winkel ϑ_f ist hier im Ruhesystem des $\tilde{\tau}$ zu wählen, da die beiden Energien der Taus in dieses System transformiert wurden. Normiert man die invariante Masse der beiden Taus auf den Maximalwert der Gleichung 3.12 für $\vartheta_f = \pi$, gilt für diese neue Variable $\hat{m}_{\tau\tau}$:

$$\hat{m}_{\tau\tau}^2 = \frac{m_{\tau\tau}^2}{(m_{\tau\tau})_{\max}^2} = \frac{1}{2} (1 - \cos \vartheta_f) \Leftrightarrow \cos \vartheta_f = 2\hat{m}_{\tau\tau}^2 - 1$$

Da das Mutterteilchen, das $\tilde{\tau}$, ein skalares Teilchen mit Spin $s = 0$ ist, sind alle Winkel ϑ_f gleich wahrscheinlich. In einem solchen Zerfall gilt für die Wahrscheinlichkeit P für den Zerfall in einen Raumwinkel auf Grund von Phasenraumbetrachtungen:

$$\frac{dP}{d \cos \vartheta} = \frac{1}{2}$$

Für die Wahrscheinlichkeitsdichte der normierten invarianten Masse $\hat{m}_{\tau\tau}$ gilt dann [15]:

$$\frac{dP}{d\hat{m}_{\tau\tau}} = \frac{dP}{d \cos \vartheta} \frac{d \cos \vartheta}{d\hat{m}_{\tau\tau}} = 2\hat{m}_{\tau\tau} \quad (3.13)$$

Man erwartet also bei einer Messung der Verteilung der invarianten Masse $m_{\tau\tau}$ über viele Zerfälle eine linear ansteigende Funktion, die bei einem maximalen Wert abbricht. Dieser Wert ist aus der Wurzel der Gleichung 3.12 für $\vartheta_f = \pi$ gegeben. Die Form der Verteilung ist von den Massen der beteiligten Teilchen unabhängig, solange der Zerfall kinematisch offen ist [12].² Diese Dreiecksform macht eine Messung des Endpunktes, also des Maximalwertes, sehr bequem. Der abrupte Abbruch des linearen Anstiegs der invarianten Massenverteilung sollte gut messbar sein, und stellt eine wichtige Observable zur Bestimmung der SUSY-Massen dar. Für eine feste Wahl der Neutralinomassen gilt

$$m_{\tau\tau}^{\max} \rightarrow 0 \quad \text{für} \quad m_{\tilde{\tau}} \rightarrow m_{\tilde{\chi}_1^0} \quad \text{und} \quad m_{\tilde{\tau}} \rightarrow m_{\tilde{\chi}_2^0}.$$

Damit muss der Endpunkt für gewählte $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ und $m_{\tilde{\chi}_2^0}$ für $m_{\tilde{\chi}_2^0} > m_{\tilde{\tau}} > m_{\tilde{\chi}_1^0}$ ein Maximum annehmen. Aus der Forderung

$$\frac{\partial m_{\tau\tau}^{\max}}{\partial m_{\tilde{\tau}}} \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{folgt} \quad m_{\tilde{\tau}} = \sqrt{m_{\tilde{\chi}_1^0} \cdot m_{\tilde{\chi}_2^0}}.$$

Der maximale Endpunkt ist also gegeben, wenn die Stau-Masse das geometrische Mittel der Neutralinomassen ist. Setzt man dies in den Endpunkt ein, folgt

$$m_{\tau\tau}^{\max} \left(m_{\tilde{\tau}} = \sqrt{m_{\tilde{\chi}_1^0} \cdot m_{\tilde{\chi}_2^0}} \right) = m_{\tilde{\chi}_2^0} - m_{\tilde{\chi}_1^0}.$$

Da der Endpunkt der Verteilung also immer kleiner oder gleich der Massendifferenz der beiden Neutralinos ist, kann mit seiner Messung bereits auf einen minimalen Unterschied in den Neutralinomassen $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ und $m_{\tilde{\chi}_2^0}$ geschlossen werden. Die Messung des Endpunktes liefert also wichtige Informationen über die Massen der beteiligten SUSY-Teilchen.

Die Viererimpulse der beiden Taus sind jedoch experimentell nicht zugänglich. Da das Tau mit seiner kurzen Lebensdauer von etwa $290 \cdot 10^{-15}$ s [10] nahezu unmittelbar am Entstehungsort zerfällt, sind nur Teile seiner stabilen Zerfallsprodukte sichtbar. Eine unmittelbare Folge ist der Verlust von Energie durch mindestens ein Neutrino (ν_τ). Dieses verlässt den Detektor unentdeckt, und somit ist sein Energieanteil nicht mehr rekonstruierbar. Das Massenspektrum der Zerfallsprodukte wird also keine linear steigende Funktion mehr sein. Die Untersuchung der resultierenden Spektren soll Gegenstand der folgenden Abschnitte sein.

²Dies gilt nur für die *zero-width-approximation*, die eine verschwindende Breite der SUSY-Teilchen annimmt und keine Prozesse höherer Ordnung, also z. B. γ -Abstrahlung, stattfinden [16].

Tau-Zerfälle				
Zerfalls-Produkt	Wahrscheinlichkeit	Resonanz	Σ Prongs	ΣBR
$e\nu_e\nu_\tau$	17.84%		1	} lept. 35,16%
$\mu\nu_\mu\nu_\tau$	17.32%		1	
$\pi\nu_\tau$	10.83%		1	
$\pi\pi^0\nu_\tau$	25.47%	ρ	1	} 1 Pr. 49,42%
$\pi\pi^0\pi^0\nu_\tau$	9.24%	a_1	1	
$\pi\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$	0.98%		1	
1-Pr. mit K	2.90%		1	
$\pi\pi\pi\nu_\tau$	9.04%	a_1	3	
$\pi\pi\pi\pi^0\nu_\tau$	4.59%		3	} 3 Pr. 14,62 %
$\pi\pi\pi\pi^0\pi^0\nu_\tau$	0.39%		3	
$\pi\pi\pi\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$	0.01%		3	
3-Pr. mit K	0.59%		3	
$\pi\pi\pi\pi\pi\nu_\tau + \text{neutral}$	0.09%		5	
andere	0.71%		–	

TABELLE 3.1: Die Zerfallsmodi des Tau-Leptons mit ihren Zerfallswahrscheinlichkeiten, den resonanten Zwischenzuständen und der Anzahl geladener Teilchen. Die rechte Spalte gibt die Zerfallswahrscheinlichkeiten für leptonische sowie hadronische Ein- und Drei-Prong-Zerfälle an. Die Werte sind aus [17].

3.4 Tau-Zerfälle

Der Zerfall des Taus macht eine Messung seines Viererimpulses in diesem Zerfall unmöglich, da immer ein ν_τ den Detektor unentdeckt verlässt, bei leptonischen Zerfällen sogar zwei Neutrinos. Für die Tau-Rekonstruktion werden jedoch ausschließlich die hadronischen Zerfälle berücksichtigt, in denen nur ein Neutrino entsteht. Daher werden in den folgenden Abschnitten nur diese Zerfälle betrachtet. Insbesondere soll dabei der Einfluss der Polarisation des Tau-Leptons auf die Zerfallskinetik erläutert werden. Tabelle 3.1 zeigt die Wahrscheinlichkeiten für die wichtigsten Zerfälle des Tau-Leptons.

3.4.1 Der $\tau \rightarrow \nu_\tau\pi$ -Zerfall

Der Zerfall des τ stellt einen wichtigen Prozess für die Polarisationseffekte dar. Bei ihm hat je nach Polarisation der τ s, das Pion eine bevorzugte Flugrichtung im Ruhesystem des τ . Bei der Transformation in das Laborsystem erhält damit das Pion eine hohe oder niedrige Energie, je nachdem ob es mit, oder entgegen des Tau-Impulses emittiert wird. Da auf Detektorniveau nur die Viererimpulse der sichtbaren Zerfallsprodukte zugänglich sind, ändern sich somit auch je nach Polarisation die invarianten Massenspektren [18]. Der Prozess soll zunächst im Ruhesystem eines τ^- betrachtet werden. Die Quantisierungsachse für den Spin sei so gewählt, dass sie mit dem τ^- -Impuls zusammenfallen würde, wenn das Ruhesystem in das Laborsystem transformiert würde. Dies stellt eine klar definierte Achse in dem Ruhesystem des τ^- s dar, da der entsprechende *Boost* entlang des Tauimpulses, und somit entlang der Quantisierungsachse läge.

Das τ^- mit Spin $s = 1/2$ zerfällt in ein linkshändiges ν_τ ($s = 1/2$) und ein π^- ($s = 0$). Da das Pion ein skalares Teilchen ist, wird der Spin des Neutrinos wegen der Drehimpulserhaltung in

die gleiche Richtung gezwungen wie die des τ -Spins. Hat das Mutterteilchen die Spinprojektion $\lambda_\tau = +1/2$ (Helizität = 1), also entlang der Quantisierungsachse, so muss auch das ν_τ seinen Spin entlang dieser Achse haben. Da aber das ν_τ immer linkshändig ist, muss das Neutrino entgegen der Quantisierungsachse emittiert werden. Auf Grund der Impulserhaltung im Ruhesystem des τ^- wird sich daher das Pion entgegen der Neutrino-Richtung bewegen, also in Richtung der Spinprojektion des τ .

Ebenso verhält es sich für ein linkshändiges Tau mit Spinprojektion $\lambda_\tau = -1/2$ (Helizität = -1). Auch hier muss das Neutrino entgegen der Spinrichtung des Taus fliegen und das Pion somit entlang der Spinrichtung. Im Ruhesystem des τ^- wird das π^- also bevorzugt in Richtung des τ -Spin emittiert, während es für das τ^+ genau umgekehrt ist, da hier die Händigkeit des $\bar{\nu}_\tau$ entgegengesetzt ist. Der Zerfall des Taus in ein Pion ist also nicht rotationssymmetrisch. Man erwartet demnach eine Zerfallswahrscheinlichkeit $d\Gamma/d\cos\vartheta \propto 1/2(1 + P_\tau \cos(\vartheta))$ für das τ^- . Dabei bezeichnet ϑ den Winkel zwischen der Impulsrichtung des π^- und der des Taus und P_τ ist die Polarisation des τ ausgedrückt in Helizität. Der Faktor $(1 + \cos\vartheta)$ ergibt sich aus der Projektion der Spin-Wellenfunktion des Taus auf die des Neutrinos. Die Amplitude für den Zerfall ist $\mathcal{M} \propto \cos(\vartheta/2)$ und mit $\Gamma \propto \mathcal{M}^2$ ergibt sich die genannte Winkelabhängigkeit. Die entsprechenden Spins und Impulse sind in Abbildung 3.2 dargestellt.

Das τ^- zerfällt nicht nur in ein Pion und ein Neutrino. Die auf die gesamte Zerfallsbreite Γ_τ normierte, partielle Zerfallsbreite in das π^- , Γ_π , ergibt sich in differentieller Form zu [19]:

$$\frac{1}{\Gamma_\tau} \frac{d\Gamma_\pi}{d\cos(\vartheta)} = \text{BR}(\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau) \frac{1}{2} (1 + P_\tau \cos(\vartheta)). \quad (3.14)$$

Dabei ist $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau)$ die relative Zerfallswahrscheinlichkeit für den genannten Zerfall, und P_τ bezeichnet erneut die Polarisation in Helizität. Die Zerfallskinetik ist also nicht rotationssymmetrisch, sondern hängt von der Polarisation der τ s ab. Die Betrachtung bezog sich bisher auf das Ruhesystem des Taus. Aus der Transformation in das Laborsystem resultiert ein wichtiger Effekt: Da die Pionen bezüglich der Quantisierungsachse (die im Laborsystem die Bewegungsrichtung des τ^- ist) eine Vorzugsrichtung haben, wird der Impuls der Pionen je nach Polarisation der Taus systematisch verändert. Pionen mit Flugrichtung entlang der Quantisierungsachse erhalten einen höheren Impuls als solche mit Bewegung entgegen der Quantisierungsachse, da sie mit oder entgegen der τ -Flugrichtung emittiert werden. Um dies quantitativ zu fassen, definiert man die Größe

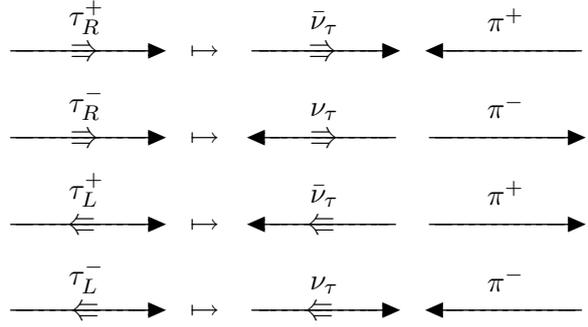
$$z = \frac{E_\pi}{E_\tau} = \frac{E_\pi}{m_\tau},$$

wobei die letzte Gleichheit im Ruhesystem des τ gilt. Für die Transformation in das Laborsystem benötigt man den entsprechenden LORENTZ-Boost aus Gleichung 3.5. Dabei ist β dem Impuls des Taus im Laborsystem entgegen gerichtet, also $-\beta p_x = +\beta p_\tau$, und man erhält:

$$z_{\text{Lab}} = \frac{\gamma(E_\pi + \beta p_x)}{\gamma m_\tau} = \frac{E_\pi + \beta \cos(\vartheta) |\vec{p}_\pi|}{m_\tau} \approx \frac{E_\pi + \beta \cos(\vartheta) E_\pi}{m_\tau} = \frac{E_\pi (1 + \beta \cos(\vartheta))}{m_\tau}. \quad (3.15)$$

Die Annahme relativistischer Pionen, also $|\vec{p}_\pi| \approx E_\pi$, legitimiert Gleichung 3.8. Hier gilt $m_B = m_{\nu_\tau} \approx 0$ und $m_A = m_\tau \gg m_C = m_\pi$ und daher $\beta_\pi \approx 1$. Dies ist zwar die Geschwindigkeit im

ABBILDUNG 3.2: Die Polarisierungseffekte beim Zerfall des Tau in ein Pion im Ruhesystem des τ . Die Indizes R und L kennzeichnen die Helizitäten. Als Projektionsachse für den Spin wurde die Richtung des Impulses des τ im Laborsystem gewählt. Die Ladung des τ bestimmt, ob es in ein Neutrino oder dessen Antiteilchen zerfällt und legt damit die Händigkeit des Neutrinos fest. Aus Gründen der Drehimpulserhaltung ist somit die Flugrichtung des Neutrinos bestimmt und zur Erhaltung des Impulses also auch die Flugrichtung des Pions.



Ruhesystem des Taus, lässt aber dennoch auch im Laborsystem hochrelativistische Pionen erwarten. Im Folgenden wird der Index „Lab“ unterschlagen. Auflösen von Gleichung 3.15 nach $\cos(\vartheta)$ ergibt:

$$\begin{aligned} \cos(\vartheta) &= \frac{\left(\frac{zm_\tau}{E_\pi} - 1\right)}{\beta} = \frac{zm_\tau - E_\pi}{\beta E_\pi} = \frac{z - \frac{E_\pi}{m_\tau}}{\frac{1}{m_\tau} \beta \frac{m_\tau^2 + m_\pi^2}{2m_\tau}} = \frac{2\left(z - \frac{E_\pi}{m_\tau}\right)}{\beta\left(1 + \frac{m_\pi^2}{m_\tau^2}\right)} = \frac{2z - \frac{m_\tau^2 + m_\pi^2}{m_\tau^2}}{\beta\left(1 + \frac{m_\pi^2}{m_\tau^2}\right)} \\ &= \frac{2z - 1 - \frac{m_\pi^2}{m_\tau^2}}{\beta\left(1 + \frac{m_\pi^2}{m_\tau^2}\right)} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Im relativistischen Limit gilt $\beta \rightarrow 1$, und auf Grund der mehr als zehn mal so großen Masse des Taus kann man $m_\pi^2/m_\tau^2 \approx 0$ nähern. Die hochrelativistische Näherung für beide Taus, τ_n und τ_f , rechtfertigt Gleichung 3.7. Hier gilt $m_A = m_{\tilde{\chi}_2^0}$, $m_B = m_{\tau_n}$ und $m_C = m_{\tilde{\tau}}$, beziehungsweise $m_A = m_{\tilde{\tau}}$, $m_B = m_{\tau_f}$ und $m_C = m_{\tilde{\chi}_1^0}$. Das β in Gleichung 3.16 ist zwar die Geschwindigkeit des zerfallenden Taus im Laborsystem, allerdings liefert Gleichung 3.7 für das *near-* (*far-*)Tau am *SU3*-Punkt Abweichungen von dem Wert $\beta = 1$ im Ruhesystem des Mutterteilchen in der Größenordnung 10^{-4} (10^{-3}). Somit kann auch im Laborsystem von relativistischen τ s ausgegangen werden. Es gilt damit

$$\cos(\vartheta) = 2z - 1$$

und für Gleichung 3.14 erhält man:

$$\frac{1}{\Gamma_\tau} \frac{d\Gamma_\pi}{dz} (\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm \nu_\tau) = \frac{1}{\Gamma_\tau} \frac{d\Gamma_\pi}{d\cos(\vartheta)} \frac{d\cos(\vartheta)}{dz} = \text{BR} (\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm \nu_\tau) (1 \mp P_\tau(2z - 1)).$$

Dabei wurde zusätzlich berücksichtigt, dass beim Zerfall des τ^+ rechtshändige $\bar{\nu}_\tau$ entstehen, und daher die Vorzugsrichtung der Pionen genau umgekehrt wird. Die Fragmentationsfunktion

$$F_{\tau^\pm}(z) = (1 \mp P_\tau(2z - 1)) \quad (3.17)$$

gibt also die Wahrscheinlichkeit an, dass das Pion den Energieanteil z der Energie des τ^\pm mit Polarisation P_τ (in Helizität) mit sich nimmt.

3.4.2 Die Dilepton-Fragmentationsfunktionen für $\tau \rightarrow \pi \nu_\tau$

Die verschiedenen Polarisationszustände der τ s in der Zerfallskaskade beeinflussen Dilepton-Fragmentationsfunktionen. Letztere geben die Wahrscheinlichkeit für einen Anteil der invarianten Masse

der beiden Taus wieder, die von den Pionen getragen wird, und damit rekonstruierbar ist. Es wurden bereits die Fragmentationsfunktionen des einzelnen Taus für $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ gezeigt, allerdings entstehen in dem Signalprozess zwei τ s unterschiedlicher Ladung. Da diese jeweils zwei verschiedene Polarisationszustände haben können, gibt es insgesamt vier verschiedene Möglichkeiten, Ladung und Polarisation zu kombinieren. Es stellt sich heraus, dass zwei davon auf die gleichen Dilepton-Fragmentationsfunktionen führen. Um die Prozesse quantitativ zu erfassen, definiert man die Größe:

$$z = \frac{m_{\pi\pi}^2}{m_{\tau\tau}^2} = \frac{(p_{\pi_n} + p_{\pi_f})^2}{(p_{\tau_n} + p_{\tau_f})^2} \approx \frac{E_{\pi_n} E_{\pi_f} (1 - \cos(\phi))}{E_{\tau_n} E_{\tau_f} (1 - \cos(\vartheta))}.$$

Es wurden dabei erneut die Massen der Teilchen gegen ihre Energie vernachlässigt und ϕ (ϑ) ist der Winkel zwischen den Pionen (Taus). Geht man von relativistischen τ s aus, so liefert Gleichung 3.9 im Grenzwert $\beta \rightarrow 1$ (bzw. $\gamma \rightarrow \infty$) die Bedingung $\tan(\alpha') = 0$ und somit $\alpha' = 0$ an den Winkel α' zwischen dem Tau-Impuls und der Pion-Flugrichtung im Laborsystem. Für hochrelativistische τ s sind also die Impulse der Taus mit denen ihrer Pionen kollinear und man kann $\phi \approx \vartheta$ nähern. Damit erhält man

$$z = z_n \cdot z_f \quad \text{mit} \quad z_i = \frac{E_{\pi_i}}{E_{\tau_i}}. \quad (3.18)$$

Die Fragmentationsfunktionen der einzelnen Taus wurden bereits gezeigt. Es soll nun die Fragmentationsfunktion des Dileptonsystems untersucht werden, um dessen Massenspektrum zu verstehen. Das Teilchen „zwischen“ den beiden Taus ist das skalare $\tilde{\tau}$. Da dieses Teilchen keinen Spin trägt, kann es keine Drehimpulsinformationen von einem Tau zu dem anderen tragen und somit sind die Polarisierungen von τ_n und τ_f aus einem $\tilde{\chi}_2^0$ -Zerfall unkorreliert. Damit ist gemeint, dass in einer Zerfallskette die Entscheidung über den realisierten Polarisationszustand des *far*-Taus keine Abhängigkeit von dem realisierten Polarisationszustand des *near*-Taus hat, und in Folge dessen die Energieüberträge z_i der Taus an deren Pionen unabhängige Zufallsvariablen sind. Die mittleren Polarisierungen beider Taus sind aber dennoch auch durch die Eigenschaften des Staus beeinflusst.

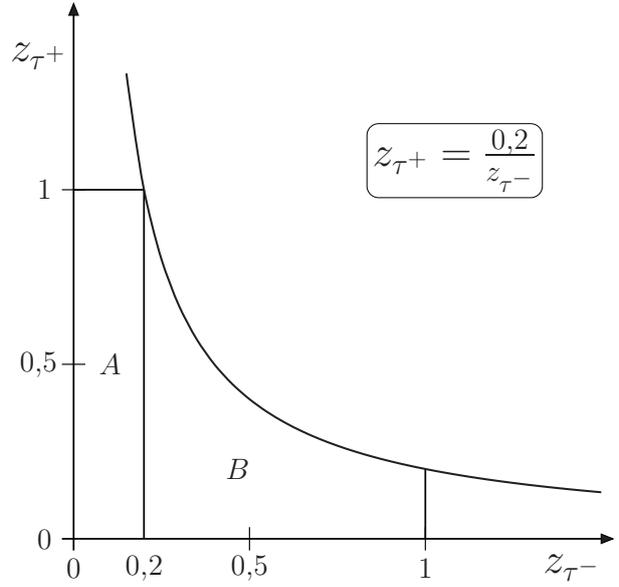
Die Dilepton-Fragmentationsfunktion $F(z)$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte der Zufallsvariable z . Um diese zu bestimmen, soll zunächst die Wahrscheinlichkeitsverteilung $W(z)$ von z berechnet werden. Es wird also nach der Wahrscheinlichkeit gefragt, dass zu einem gegebenen z die beiden Energieanteile der Pionen von der Energie des ursprünglichen Taus $z_n \cdot z_f < z$ erfüllen. Die beiden Taus werden im Folgenden nicht durch ihre Mutterteilchen, also über *near* und *far*, sondern über die Ladung unterschieden. Da das zerfallende $\tilde{\chi}_2^0$ und das $\tilde{\chi}_1^0$ neutral sind, müssen beide Taus immer gegensätzliche Ladung tragen. Desweiteren sollen die Polarisierungen nicht mehr durch Helizitäten, sondern der allgemeinen Konvention folgend, durch die Chiralitäten der Teilchen benannt werden. Dabei ist im hochrelativistischen Fall die Helizität des τ^- mit dessen Chiralität gleich, während sie für das τ^+ genau entgegengesetzt ist. In dieser Konvention lautet Gleichung 3.17

$$F_{\tau^\pm}(z) = (1 + P_\tau(2z - 1)), \quad (3.19)$$

wobei $P_\tau = +1$ einem rechtschiralen τ_R und $P_\tau = -1$ einem linkschiralen τ_L entspricht. Die Indizes R und L unterscheiden sich also von denen, die in Abschnitt 3.4.1 verwendet wurden. Die zusätzliche Ladungssensitivität von Gleichung 3.17 ist hier nicht mehr gegeben, da diese in der Chiralität beinhaltet ist.

Die Werte, für die $z_{\tau^-} \cdot z_{\tau^+} < z$ gilt, liegen unterhalb der Hyperbel $z_{\tau^+} = z/z_{\tau^-}$. Die Wahrscheinlichkeit für ein solches Wertepaar ist das Produkt der Fragmentationsfunktionen der Taus an

ABBILDUNG 3.3: Zur Herleitung der Wahrscheinlichkeitsverteilung $W(z)$ für den Fall $z = 0.2$. Alle Werte in der $z_{\tau^-} - z_{\tau^+}$ -Ebene, deren Produkt kleiner oder gleich $z = 0.2$ ist, liegen in den Flächen A und B. Die Hyperbel legt die Grenze $z_{\tau^-} \cdot z_{\tau^+} < z$ fest, während die Achsen, die obere Grenze von A und die rechte Grenze von B sicherstellen, dass $z_{\tau^-}, z_{\tau^+} \in [0;1]$ gilt. Es muss somit über das Produkt der Ein-Lepton-Fragmentationsfunktion, also den Wahrscheinlichkeitsdichten für z_{τ^-} und z_{τ^+} , auf der ganzen Fläche $A + B$ integriert werden, um die Wahrscheinlichkeitsverteilung für z zu erhalten.



diesen Stellen, da die Energieüberträge unabhängig sind. Es muss also über alle möglichen Werte der beiden Energieanteile mit $z_{\tau^-} \cdot z_{\tau^+} < z$ integriert werden. Dabei ist zu beachten, dass stets $z_{\tau^-}, z_{\tau^+} < 1$ gilt. In Abbildung 3.3 sind die möglichen Werte in der $z_{\tau^-} - z_{\tau^+}$ -Ebene gezeigt. Es ist also

$$\begin{aligned}
 W(z) &= \int_A F_{\tau^-}(z_{\tau^-}) \cdot F_{\tau^+}(z_{\tau^+}) dz_{\tau^-} dz_{\tau^+} + \int_B F_{\tau^-}(z_{\tau^-}) \cdot F_{\tau^+}(z_{\tau^+}) dz_{\tau^-} dz_{\tau^+} \\
 &= \int_0^z dz_{\tau^-} \int_0^1 dz_{\tau^+} F_{\tau^-}(z_{\tau^-}) \cdot F_{\tau^+}(z_{\tau^+}) + \int_z^1 dz_{\tau^-} \int_0^{z/z_{\tau^-}} dz_{\tau^+} F_{\tau^-}(z_{\tau^-}) \cdot F_{\tau^+}(z_{\tau^+}) . \quad (3.20)
 \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte $F(z)$ erhält man dann über:

$$F(z) = \frac{dW(z)}{dz}$$

Im Folgenden sollen die Grenzfälle untersucht werden, in denen die Taus vollständig polarisiert sind, also $P_{\tau} = \pm 1$. Dabei wird die Dilepton-Fragmentationsfunktion mit $F_{\rho\sigma}$ bezeichnet, wobei $\rho, \sigma \in \{R, L\}$ und ρ (σ) die Chiralität des τ^- (τ^+) kennzeichnet. Man hat drei Fälle zu unterscheiden:

1. Der Fall $\tau_R^- \tau_R^+$: In diesem Fall ist $P_{\tau^+} = +1$ und $P_{\tau^-} = +1$ und die Fragmentationsfunktionen 3.19 sind beide gleich $2z_i$. Einsetzen in Gleichung 3.20 liefert:

$$\begin{aligned}
 W_{RR}(z) &= 4 \int_A z_{\tau^-} z_{\tau^+} dA + 4 \int_B z_{\tau^-} z_{\tau^+} dB \\
 &= 4 \int_0^z dz_{\tau^-} \int_0^1 dz_{\tau^+} z_{\tau^-} z_{\tau^+} + 4 \int_z^1 dz_{\tau^-} \int_0^{z/z_{\tau^-}} dz_{\tau^+} z_{\tau^-} z_{\tau^+} \\
 &= 2 \int_0^z dz_{\tau^-} z_{\tau^-} + 2z^2 \int_z^1 dz_{\tau^-} \frac{1}{z_{\tau^-}} = z^2 + 2z^2 \ln\left(\frac{1}{z}\right) .
 \end{aligned}$$

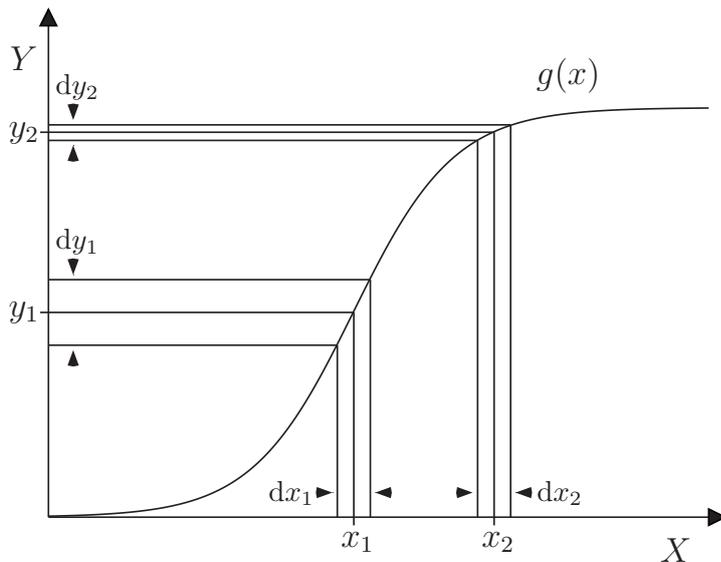


ABBILDUNG 3.4: Zur Herleitung von Gleichung 3.21. Für die Werte von y , bei deren zugehörigem x die Funktion $g(x)$ eine kleine Steigung hat, wird ein größerer Bereich um x auf die Umgebung von y projiziert. Dies erhöht die Wahrscheinlichkeit für ein solches y . Die Werte von x werden dabei mit der Wahrscheinlichkeit $f_X(x)$ angenommen.

Die Wahrscheinlichkeitsdichte $F(z)$ kann dann über die Ableitung nach z gewonnen werden:

$$F_{RR}(z) = 2z + 4z \ln\left(\frac{1}{z}\right) + 2z^2 z \frac{-1}{z^2} = 4z \ln\left(\frac{1}{z}\right).$$

2. Der Fall $\tau_L^- \tau_L^+$: Hier sind die Fragmentationsfunktionen beider Leptonen gleich $2(1 - z_i)$ und man erhält analog zu der obigen Berechnung

$$W_{LL}(z) = 5z^2 - 4z - 2z^2 \ln(z) - 4z \ln(z)$$

und somit:

$$F_{LL} = \frac{dW_{LL}(z)}{dz} = 4 \left[2z - 2 + (z + 1) \ln\left(\frac{1}{z}\right) \right].$$

3. Die Fälle $\tau_R^- \tau_L^+$ und $\tau_L^- \tau_R^+$ schließlich führen beide auf das gleiche Ergebnis. Hier gilt:

$$F_{RL}(z) = F_{LR}(z) = 4 \left[1 - z - z \ln\left(\frac{1}{z}\right) \right].$$

Die Dilepton-Fragmentationsfunktionen sind in Abbildung 3.5(a) gezeigt.

3.4.3 Massenspektren für $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$

Mit den Dilepton-Fragmentationsfunktionen können nun die Massenspektren für die beiden Pionen berechnet werden. Im Folgenden werden alle Werte von $m_{\pi\pi}$ und $m_{\tau\tau}$ auf den maximalen Wert der Verteilung 3.12, $m_{\tau\tau}^{\max}$, normiert. Damit sind die Größen $m_{\tau\tau}$ und $m_{\pi\pi}$ dimensionslos und es gilt immer $0 \leq m_{\pi\pi} \leq m_{\tau\tau} \leq 1$. Für die Spektren benötigt man zunächst die Wahrscheinlichkeitsdichte $\mathcal{F}_{\rho\sigma}$ für die Variable $m_{\pi\pi}/m_{\tau\tau} = \sqrt{z}$. Allgemein gilt bei einer Wahrscheinlichkeitsdichte $f_X(x)$ und einer Funktion $g(x) = y$ für die Wahrscheinlichkeitsdichte $f_Y(y)$:

$$f_Y(y) = \frac{f_X(g^{-1}(y))}{|g'(g^{-1}(y))|} \quad (3.21)$$

Dies lässt sich mit Abbildung 3.4 veranschaulichen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Wert in dem Bereich dy um y angenommen wird, ist $dy \cdot f_Y(y)$. In Folge der Erhaltung der Wahrscheinlichkeit gilt:

$$dy \cdot f_Y(y) = dx \cdot f_X(x) \quad \Rightarrow \quad f_Y(y) = f_X(x) \frac{dx}{dy} = \frac{f_X(x)}{g'(x)}.$$

Unter Berücksichtigung von $x = g^{-1}(y)$ ergibt sich Gleichung 3.21. Für $y = m_{\pi\pi}/m_{\tau\tau}$, $x = m_{\pi\pi}^2/m_{\tau\tau}^2$ und $y = g(x) = \sqrt{x}$ erhält man:

$$\mathcal{F}_{\rho\sigma} \left(\frac{m_{\pi\pi}}{m_{\tau\tau}} \right) = 2 \frac{m_{\pi\pi}}{m_{\tau\tau}} F_{\rho\sigma} \left(\frac{m_{\pi\pi}^2}{m_{\tau\tau}^2} \right).$$

Die Massenspektren sind nun die Wahrscheinlichkeitsdichten $\mathcal{N}_{\rho\sigma}$ der Größe $m_{\pi\pi}$, also das Produkt der Zufallsvariablen $m_{\pi\pi}/m_{\tau\tau}$ und $m_{\tau\tau}$. Es soll zunächst der allgemeine Fall betrachtet werden. Seien A und B unabhängige Zufallsgrößen im Bereich $[0, \infty]$ mit den Wahrscheinlichkeitsdichten $f_A(a)$ und $f_B(b)$ und $C = A \cdot B$ mit Wahrscheinlichkeitsdichte $f_C(c)$ und Wahrscheinlichkeitsverteilung $F_C(c)$. Nach Abbildung 3.3 liegen alle Werte in der A - B -Ebene mit $a \cdot b < c$ unterhalb der Hyperbel $b = c/a$. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für c ist also das Integral unter dieser Hyperbel über alle möglichen Kombinationen für a und b , gewichtet mit der Wahrscheinlichkeit für eine solche Kombination. Da die beiden Zufallsgrößen unabhängig sind, ist dies das Produkt der beiden Wahrscheinlichkeitsdichten $f_A(a)$ und $f_B(b)$. Es gilt also:

$$\begin{aligned} f_C(c) &= \frac{dF_C(c)}{dc} = \frac{d}{dc} \int_0^\infty da \int_0^{c/a} db f_A(a) \cdot f_B(b) = \int_0^\infty da \frac{d}{dc} \int_0^{c/a} db f_A(a) \cdot f_B(b) \\ &= \int_0^\infty da \frac{d}{dc} \left[S \left(a, b = \frac{c}{a} \right) - S(a, b = 0) \right]. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Dabei ist $S(a, b)$ eine Stammfunktion von $f_A(a) \cdot f_B(b)$ bezüglich der Variable b . Da der zweite Term von der Variable c unabhängig ist, verschwindet die Ableitung. Die c -Abhängigkeit des ersten Terms kann über die Kettenregel zu

$$\frac{d}{dc} S \left(a, b = \frac{c}{a} \right) = \left(\frac{d}{db} S(a, b) \right) \cdot \left(\frac{d}{dc} \frac{c}{a} \right) = f_A(a) \cdot f_B(b) \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} f_A(a) \cdot f_B \left(\frac{c}{a} \right)$$

berechnet werden und für Gleichung 3.22 erhält man:

$$f_C(c) = \int_0^\infty \frac{1}{a} f_A(a) f_B \left(\frac{c}{a} \right) da. \quad (3.23)$$

Mit $A = m_{\tau\tau}$, $B = m_{\pi\pi}/m_{\tau\tau}$ und $C = m_{\pi\pi}$ gilt $f_B(b) = \mathcal{F}_{\rho\sigma}(m_{\pi\pi}/m_{\tau\tau})$ und $f_A(a) = 2m_{\tau\tau}$ entsprechend Gleichung 3.13. Auch die Grenzen müssen noch angepasst werden. Da immer $m_{\pi\pi} \leq m_{\tau\tau}$ gilt, haben die Werte von 3.23 für $m_{\tau\tau} < m_{\pi\pi}$ die Wahrscheinlichkeit Null und tragen nichts

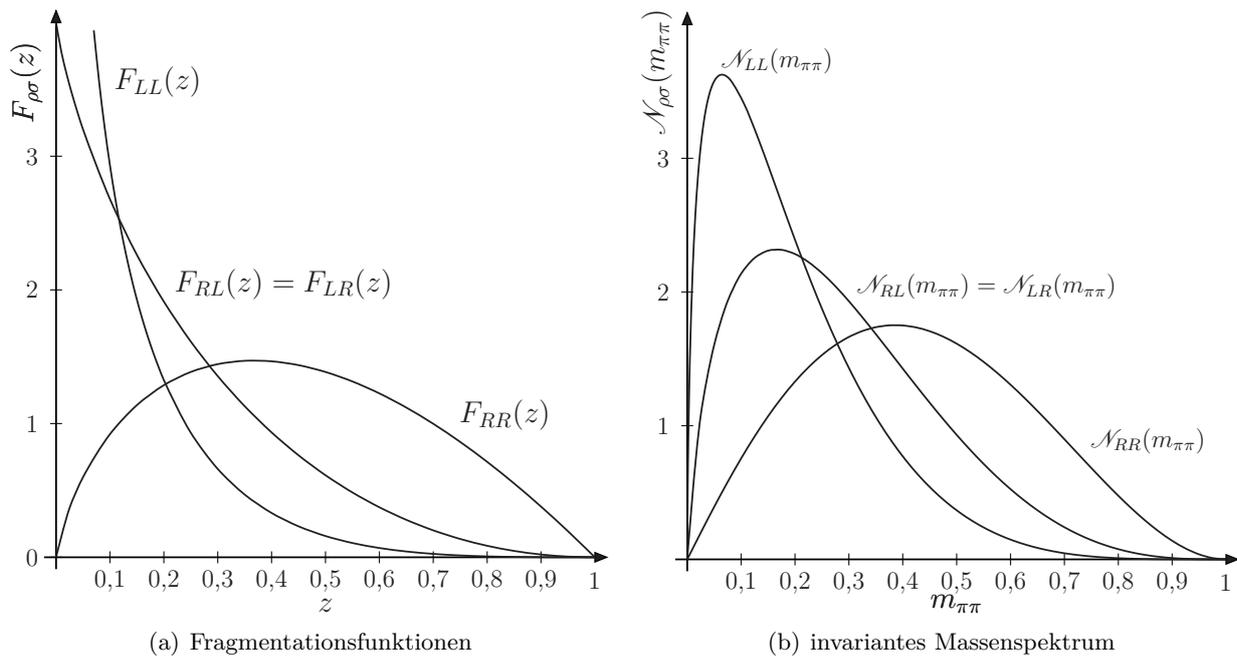


ABBILDUNG 3.5: Die Dilepton-Fragmentationsfunktionen und die daraus folgenden invarianten Massenspektren der Pionen, wenn beide Taus in ein Pion zerfallen. Die invariante Massenachse wurde auf den Maximalwert aus Gleichung 3.12 und die Spektren entsprechend einer Wahrscheinlichkeitsdichte auf eins normiert, R und L bezeichnen die Chiralitäten.

bei. Ebenso gilt immer $m_{\tau\tau} \leq 1$, da alle Werte auf den Maximalwert aus Gleichung 3.12 normiert sind. Man erhält also:

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_{\rho\sigma}(m_{\pi\pi}) &= 4m_{\pi\pi} \int_{m_{\pi\pi}}^1 \frac{1}{m_{\tau\tau}} F_{\rho\sigma} \left(\frac{m_{\pi\pi}^2}{m_{\tau\tau}^2} \right) dm_{\tau\tau} \\ &= \begin{cases} 8m_{\pi\pi} \{ m_{\pi\pi}^2 [\ln(m_{\pi\pi}^2) - 1] + 1 \} & \rho\sigma = RR \\ 4m_{\pi\pi} \{ [2m_{\pi\pi}^2 + \ln(m_{\pi\pi}^2)] \ln(m_{\pi\pi}^2) + 8 \ln(m_{\pi\pi}) + 6(1 - m_{\pi\pi}^2) \} & \rho\sigma = LL \\ 8m_{\pi\pi} \{ m_{\pi\pi}^2 [2 - \ln(m_{\pi\pi}^2)] - 2 [\ln(m_{\pi\pi}) + 1] \} & \rho\sigma = RL, RL \end{cases} \quad (3.24) \end{aligned}$$

Die Spektren sind in Abbildung 3.5(b) dargestellt. Die Verteilung der invarianten Massen ist also von der Polarisation abhängig. Dies liefert eine experimentell zugängliche Größe, die sensitiv auf die Polarisation der τ s ist und diese prinzipiell messbar macht. Dabei ist zu beachten, dass eine Unterscheidung, welche Beiträge zu dem Polarisationszustand beider Taus vom τ_n und welche vom τ_f kommen, nicht möglich ist. Diese Information verliert man bei der Summierung der Viererimpulse der Pionen bei der Bildung der invarianten Masse. So ist zum Beispiel für den Fall RL nicht aus dem Spektrum ersichtlich, welches der Taus rechts-, und welches linkschiral ist.

Der größte Teil der Taus zerfällt nicht über ein Pion und ein Tau-Neutrino und damit sind die Ereignisse, in denen beide Taus über diesen Prozess zerfallen, selten. Die gezeigten Spektren leisten also keinen dominanten Beitrag zu den Spektren aller Zerfallsprodukte, sollen aber dennoch genauer untersucht werden. Denn die einfachen Fragmentationsfunktionen der Taus für den Zerfall in Pionen (vgl. Gleichung 3.19) erlauben eine analytische Bestimmung der resultierenden Spektren, und ermöglichen so eine genaue Untersuchung der Spektren von einem theoretischen Standpunkt. Diese Untersuchung soll zeigen, welche Parameter aus den Spektren bestimmt werden können, und

welche Abhängigkeiten von diesen Parametern bestehen. Wie im Folgenden gezeigt wird, wäre eine Messung der Größe

$$\mathcal{P}_{[\tau\tau]} = P_{\tau_n} + P_{\tau_f} \quad (3.25)$$

denkbar. Dabei entspräche $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} = -2$ dem Fall LL , $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} = 2$ dem Fall RR und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} = 0$ dem Fall RL bzw. LR .

Um zu zeigen, welchen Einfluss die Polarisierungen auf das Spektrum haben, muss der allgemeinere Fall betrachtet werden, in denen die beiden Taus nicht vollständig polarisiert sind. Dafür können zwei Ansätze verfolgt werden. Zum einen ist eine Berechnung analog zu der obigen ohne eine Annahme einer speziellen Polarisation möglich. Hierfür wird die Polarisation als freier Parameter betrachtet und die gleiche Rechnung durchgeführt. Für die Dilepton-Fragmentationsfunktion erhält man damit:

$$F_{\rho\sigma}(z) = [P_2 + P_1 - P_1P_2 - 4zP_1P_2 - 1] \ln(z) + 2(z-1)(2P_1P_2 - P_2 - P_1). \quad (3.26)$$

Hierfür wurde in Gleichung 3.20 für die Fragmentationsfunktionen Gleichung 3.19 ohne eine spezielle Wahl der Polarisation verwendet. Mit der Dilepton-Fragmentationsfunktion können dann die allgemeinen Spektren berechnet werden. Dies führt zu dem Ergebnis:

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_{P_n, P_f}(m_{\pi\pi}) = & 4m_{\pi\pi} \left[m_{\pi\pi}^2 (P_n + P_f - 4P_nP_f) + 4P_nP_f - P_n - P_f + 4m_{\pi\pi}^2 P_nP_f \ln(m_{\pi\pi}) \right. \\ & \left. + \ln^2(m_{\pi\pi}) (1 - P_n - P_f + P_nP_f) - 2 \ln(m_{\pi\pi}) (P_n + P_f - 2P_nP_f) \right]. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Die Größen P_n und P_f bezeichnen hier die mittlere Polarisation aller *near*- und *far*-Taus – ein einzelnes Tau ist natürlich immer entweder links- oder rechtschiral. Die Fälle $P_{n,f} = \pm 1$ führen wieder auf die Gleichungen 3.24. Gleichung 3.27 macht auch deutlich, dass die Spektren unter der Vertauschung $P_n \leftrightarrow P_f$ invariant sind, und somit keine Unterscheidung der Beiträge zur Polarisation vom *near*- und *far*-Tau möglich ist.

Ein zweiter Zugang zu den Spektren für allgemeine Polarisierungen kann auch über die Gleichungen 3.24 geschehen. In Gleichung 3.26 und 3.27 bezeichnen P_n und P_f die mittlere Polarisation der Taus. Ein einzelnes Tau ist aber immer entweder links- oder rechtschiral. Die Wahrscheinlichkeit $Z_{R,L}(P)$, dass ein Tau bei gegebener mittlerer Polarisation P links- oder rechtschiral ist, kann als

$$Z_R(P) = \frac{1}{2}(1+P) \quad \text{und} \quad Z_L(P) = \frac{1}{2}(1-P)$$

geschrieben werden. Sind die mittleren Polarisierungen der beiden Taus aus dem Signalprozess P_n und P_f , so ist die Wahrscheinlichkeit für zwei rechtschirale Taus $1/4(1+P_n)(1+P_f)$, für zwei linkschirale Taus $1/4(1-P_n)(1-P_f)$ und für ein links- und ein rechtschirales Tau $1/4(1+P_n)(1-P_f) + 1/4(1-P_n)(1+P_f)$. Damit können die Beiträge der Spektren aus Gleichungen 3.24 zum resultierenden Gesamtspektrum berechnet werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_{P_n, P_f}(m_{\pi\pi}) = & \frac{1}{4}(1+P_n)(1+P_f)\mathcal{N}_{RR}(m_{\pi\pi}) + \frac{1}{4}(1-P_n)(1-P_f)\mathcal{N}_{LL}(m_{\pi\pi}) \\ & + \frac{1}{4}[(1+P_n)(1-P_f) + (1-P_n)(1+P_f)]\mathcal{N}_{RL}(m_{\pi\pi}). \end{aligned} \quad (3.28)$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung 3.24 führen 3.28 und 3.27 auf das selbe Ergebnis.

Die Spektren für allgemeine Polarisierungen erlauben nun einen tieferen Einblick in die Abhängigkeiten von den Polarisierungen. Aus Gleichung 3.27 erkennt man, dass es sowohl Terme proportional

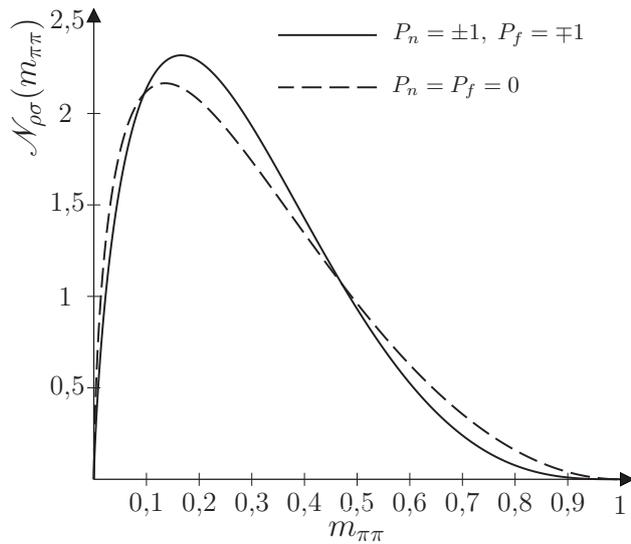


ABBILDUNG 3.6: Die invarianten Massenspektren der beiden Pionen für die Fälle, in denen die beiden Taus links- und rechtschiral sind (durchgezogene Linie) und für zwei unpolarisierte Taus (gestrichelte Linie). Im Vergleich zu Abbildung 3.5 kann man deutlich erkennen, dass die Unterschiede zwischen solchen Spektren, deren Summe der Polarisierungen sich unterscheidet, größer ist, als zwischen Spektren, deren Produkt sich unterscheidet. Der hier dargestellte Unterschied ist dabei in zweierlei Hinsicht maximal. Zum einen lässt der Fall für $P_n + P_f = 0$ die größtmögliche Unterscheidung der einzelnen Polarisierungen bei fester Summe zu. Zum anderen sind die Pionspektren von der Polarisation am meisten betroffen und haben daher auch die größte Sensitivität auf diesen Effekt.

zur Summe, als auch zum Produkt der beiden Polarisierungen gibt. Damit existiert auch eine Unterscheidungskraft zwischen verschiedenen Produkten der Polarisierungen, die eine weitere Information zusätzlich zur Summe liefert. So könnten die Spektren also prinzipiell unterscheiden, ob beide Taus jeweils immer mit gleicher Wahrscheinlichkeit zufällig die Zustände R oder L annehmen, also unpolarisiert sind, oder ob eines der beiden Taus immer links- und das andere immer rechtschiral ist. Das wäre mit einer alleinigen Messung von $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ nicht möglich, da sich diese Fälle nur durch das Produkt der Polarisierungen der Taus unterscheiden. Damit beinhalten die Spektren im Prinzip mehr Information als nur die Summe der beiden Polarisierungen. Im Folgenden soll dieser Effekt genauer untersucht werden, um zu zeigen, dass sich die entscheidenden Beiträge zu den Polarisierungseffekten durch den Parameter $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ beschreiben lassen. Dafür soll zusätzlich der Parameter

$$\mathcal{D}_{[\tau\tau]} = P_n \cdot P_f \quad (3.29)$$

eingeführt werden. Es wird sich zeigen, dass dieser eine vernachlässigbare Rolle für die Form der Spektren spielt. Um dies quantitativ zu fassen, kann zum Beispiel der auf den Endpunkt normierte Mittelwert der Verteilung 3.27 betrachtet werden:

$$\begin{aligned} \langle m_{\pi\pi} \rangle &= \int_0^1 m_{\pi\pi} \mathcal{N}_{P_n, P_f}(m_{\pi\pi}) dm_{\pi\pi} = \frac{8}{675} P_n P_f + \frac{8}{135} P_n + \frac{8}{135} P_f + \frac{8}{27} \\ &= \frac{8}{675} \mathcal{D}_{[\tau\tau]} + \frac{8}{135} \mathcal{P}_{[\tau\tau]} + \frac{8}{27}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Offensichtlich ist die Sensitivität auf das Produkt der Polarisierungen um einen Faktor Fünf gegenüber $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ unterdrückt. Der dominante Einfluss durch Polarisation auf den Mittelwert resultiert also aus der Summe der einzelnen Polarisierungen. Zudem ist das Produkt im Fall nicht vollständiger polarisierter Taus, zusätzlich unterdrückt, da zwei Zahlen mit Beträgen kleiner 1 multipliziert werden. Dieses Argument gilt auch für Gleichung 3.27 und 3.26.

Um die Unterschiede nicht nur für den Mittelwert, sondern auch in den Spektren zu vergleichen, können die Verteilungen für den Fall $P_n = \pm 1$ und $P_f = \mp 1$ und den Fall $P_n = 0$ und $P_f = 0$ betrachtet werden. Diese unterscheiden sich nur in $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$, jedoch nicht in $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ und sind in Abbildung 3.6 dargestellt. Man kann deutlich erkennen, dass die Unterschiede zwischen Spektren mit gleicher Summe der Polarisierungen, aber verschiedenem Produkt geringer sind, als bei Spektren mit

verschiedener Summe der Polarisationen, wie sie zum Beispiel in Abbildung 3.5 zu sehen sind. Dabei sind die gezeigten Unterschiede in Abbildung 3.6 maximal in dem Sinne, dass der Fall $P_n + P_f = 0$ die größtmögliche Unterscheidung der einzelnen Polarisationen bei gleicher Summe zulässt. Für andere Summen der Polarisation sind die Unterschiede kleiner – bis hin zu den Grenzfällen $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} = 2$ bzw. $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} = -2$, in denen nur eine Kombination von Polarisationen möglich ist und immer $\mathcal{D}_{[\tau\tau]} = 1$ gilt.

Die möglichen Abweichungen der Spektren, in denen die Summe der Polarisation gleich ist, kann auch quantitativ erfasst werden. Dazu kann eine Größe definiert werden, die ein Maß für den Unterschied dieser Spektren ist:

$$\mathcal{L}(\mathcal{P}_{[\tau\tau]}) = \sqrt{\int_0^1 [\mathcal{N}_1(\mathcal{P}_{[\tau\tau]}, \mathcal{D}_{[\tau\tau]}, m_{\pi\pi}) - \mathcal{N}_2(\mathcal{P}_{[\tau\tau]}, \mathcal{D}'_{[\tau\tau]}, m_{\pi\pi})]^2 dm_{\pi\pi}}. \quad (3.31)$$

Dabei sind \mathcal{N}_1 und \mathcal{N}_2 Spektren mit gleicher Summe der Polarisationen, die sich maximal durch den Parameter $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ unterscheiden. Dieses Maß hat den Vorteil, dass es über alle quadratischen Unterschiede integriert, und so für jedes $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ einen Wert liefert. Andererseits gibt es keine Informationen, in welchen Bereichen der Spektren die Unterschiede erscheinen. Die Ergebnisse von 3.31 müssen mit

$$\int_0^1 \mathcal{N}_{\rho\sigma} dm_{\pi\pi} = 1$$

verglichen werden. Um nun die Extremfälle verschiedener Spektren mit gleichem $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ zu finden, hilft die Struktur der Gleichung 3.27. Die Spektren sind linear in den beiden Parametern $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ und $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$. Da auch kein Produkt-Term dieser beiden Parameter existiert, können die Spektren also in drei Summanden zerlegt werden, von denen einer proportional zu $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$, und einer zu $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ ist, während der dritte von der Polarisation unabhängig ist. Die Spektren mit gleichem $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ unterscheiden sich damit am meisten für die beiden Fälle, in denen sich $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ maximal ändert. Da beide aber von den gleichen Parametern, also P_n und P_f abhängen, ist eine Variation von $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$, bei einer festen Wahl von $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$, nur in gewissen Grenzen möglich, die wiederum von $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ abhängen.

Um die beiden Kombinationen für P_n und P_f mit konstanter Summe zu finden, bei denen sich $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ maximal unterscheidet, werden verschiedene Werte für eine Polarisation, im Folgenden P_1 genannt, betrachtet. Dabei ist wegen der Ununterscheidbarkeit von P_n und P_f irrelevant, welches der beiden Taus gewählt wird. Es gilt:

$$\mathcal{D}_{[\tau\tau]} = P_1 \cdot P_2 = P_1(\mathcal{P}_{[\tau\tau]} - P_1) = P_1 \mathcal{P}_{[\tau\tau]} - P_1^2. \quad (3.32)$$

Für eine spezielle Wahl von P_1 ist dies eine Geradengleichung in der Variable $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$, die aber auf Grund der Forderung $P_1 + P_2 = \mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ nur auf dem Bereich $\mathcal{D}_{[\tau\tau]} \in [P_1 - 1; P_1 + 1]$ definiert ist, da P_2 die Summe um maximal Eins (\pm) ändern kann. Um das Maximum für $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ bei festem $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ zu erhalten, muss die Ableitung von Gleichung 3.32 nach P_1 Null sein:

$$\frac{\partial \mathcal{D}_{[\tau\tau]}}{\partial P_1} \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad P_1 = \frac{\mathcal{P}_{[\tau\tau]}}{2} \quad \Rightarrow \quad P_2 = \frac{\mathcal{P}_{[\tau\tau]}}{2} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{D}_{[\tau\tau]} = \frac{\mathcal{P}_{[\tau\tau]}^2}{4}. \quad (3.33)$$

Da die zweite Ableitung von 3.32 nach P_1 negativ ist, wäre damit das größte $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ für eine feste Summe der Polarisationen gefunden. Der minimale Wert von $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ lässt sich am besten grafisch

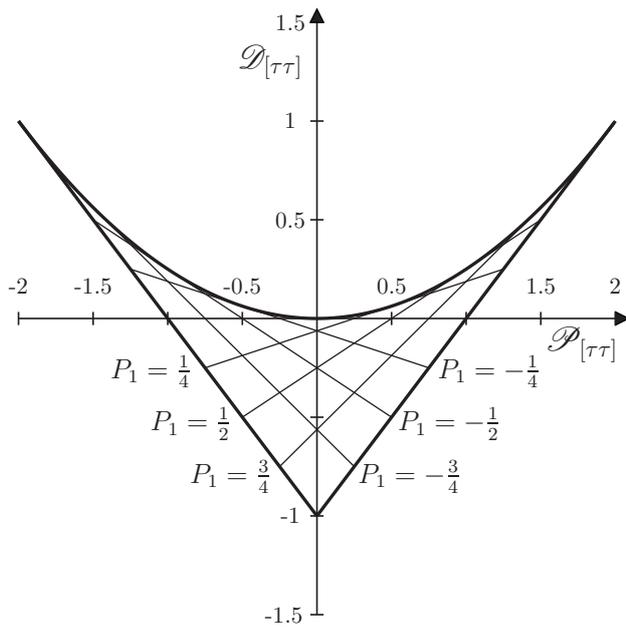


ABBILDUNG 3.7: Die möglichen $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ bei gegebenen $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$. Gezeigt ist die Gerade 3.32 für verschiedene Wahl der Polarisation P_1 . Jede der Geraden ist auf dem Bereich $[P_1 - 1; P_1 + 1]$ definiert, da die Polarisation des zweiten Taus die Summe um maximal Eins verändern kann. Man kann deutlich die obere Einhüllende $\mathcal{D}_{[\tau\tau]} = \mathcal{P}_{[\tau\tau]}^2/4$ erkennen. Diese legt also das maximal mögliche $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ für festes $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ fest, das für $P_1 = P_2 = \mathcal{P}_{[\tau\tau]}/2$ erreicht wird.

Die beiden Geraden für $P_1 = \pm 1$ sind hier fett dargestellt und legen die untere Grenze für $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ fest. Das minimale $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ ist für $P_1 = \pm 1$ erreicht, also für den Fall, dass immer eins der Taus vollständig polarisiert ist.

bestimmen. Zu diesem Zweck sind in Abbildung 3.7 die Geraden 3.32 für verschiedene P_1 dargestellt. Dabei wurde die Parabel aus Gleichung 3.33 eingezeichnet, die die obere Einhüllende für alle Geraden ist. Der untere Wert für $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ wird durch den Fall $P_1 = \pm 1$ beschrieben und liefert den Wert $\mathcal{D}_{[\tau\tau]} = \pm \mathcal{P}_{[\tau\tau]} - 1$ je nachdem, ob $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ größer oder kleiner als Null ist. Die beiden Kombinationen von P_1 und P_2 mit gleicher Summe, aber maximal verschiedenem Produkt, sind also genau die Fälle für maximal verschiedene Differenz der einzelnen Polarisierungen in einem Paar und sind in Abbildung 3.8(a) dargestellt. Der Fall kleinster Differenz, also $P_1 = P_2$, entspricht der Diagonalen, während im Falle größter Differenz, die Polarisation eines Taus wie der untere Arm, und die Polarisation des anderen Taus wie der obere Arm verläuft. In beiden Fällen ist die Summe der Polarisierungen identisch.

Mit den nun bekannten Extremfällen für $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ kann der maximale Unterschied der Spektren mit gleichem $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ im Maß aus Gleichung 3.31 berechnet werden. In dem Bereich $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} \in [-2; 0]$ werden die Polarisierungen für die beiden Fälle durch

$$P_1 = \mathcal{P}_{[\tau\tau]} + 1 \quad \text{und} \quad P_2 = -1 \quad \text{sowie} \quad P_1 = P_2 = \frac{\mathcal{P}_{[\tau\tau]}}{2}$$

parametrisiert. Einsetzen in Gleichung 3.27 und Auswertung des Integrals 3.31 liefert:

$$\mathcal{L}(\mathcal{P}_{[\tau\tau]}) = \frac{2\sqrt{30338}}{11025} (2 + \mathcal{P}_{[\tau\tau]})^2 \approx 0.0316 (2 + \mathcal{P}_{[\tau\tau]})^2 \quad (3.34)$$

Für den Bereich $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} \in [0; 2]$ ergibt sich analog:

$$\mathcal{L}(\mathcal{P}_{[\tau\tau]}) = \frac{2\sqrt{30338}}{11025} (2 - \mathcal{P}_{[\tau\tau]})^2 \approx 0.0316 (2 - \mathcal{P}_{[\tau\tau]})^2 \quad (3.35)$$

Die Funktionen 3.34 und 3.35 sind in Abbildung 3.8(b) gezeigt. Offensichtlich unterscheiden sich die Spektren mit fester Summe der Polarisierungen in dem Maß (3.31) maximal um ca. 12% von ihrer Normierung. Der Unterschied ist für den Fall $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} = 0$ erwartungsgemäß am größten und zeigt auch deutlich, dass für die Grenzfälle $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} = \pm 2$ keine Unterschiede bestehen können, da hier nur jeweils

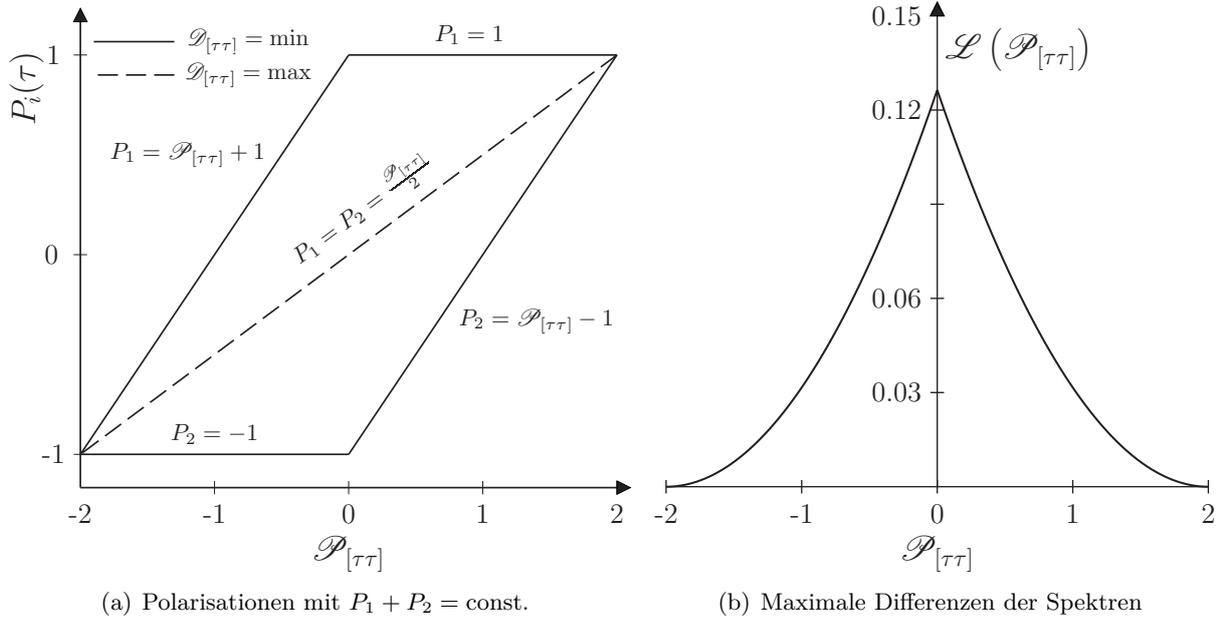


ABBILDUNG 3.8: Die Beiträge durch eine verschiedene Wahl der Polarisierungen mit gleicher Summe. (a): Die maximal verschiedenen Paare von Polarisierungen mit gleicher Summe. (b): Der Unterschied der Spektren im Maß 3.31. Diese Werte sind mit dem Integral über die Spektren, also mit Eins, zu vergleichen. Unterschiede existieren demzufolge höchstens im Bereich von 12% bezogen auf die Normierung der Spektren.

eine Kombination für die Polarisierungen möglich ist. Der quadratische Abfall der Unterschiede vom Maximum bei $P_1 + P_2 = 0$ kann auch mittels Abbildung 3.7 verstanden werden. Hier nimmt der mögliche Unterschied in der Wahl für das Produkt quadratisch mit von Null verschiedenen Summen der Polarisierungen ab.

Der Vergleich des Unterschiedes in dem gewählten Maß mit der Normierung der Spektren erlaubt eine Aussage über den relativen Unterschied zwischen Spektren mit fester Summe aber verschiedenem Produkt der Polarisierungen. Dieser Unterschied kann auch mit der Abweichung für verschiedene Summen der Polarisierungen verglichen werden. Dazu werden für $\mathcal{N}_1(m_{\pi\pi})$ und $\mathcal{N}_2(m_{\pi\pi})$ in Gleichung 3.31 zwei Spektren mit gleichem Produkt aber maximal unterschiedlicher Summe der Polarisierungen gewählt. Dies sind genau die Fälle RR und LL und man erhält:

$$\mathcal{L} = \sqrt{\int_0^1 [\mathcal{N}_{RR}(m_{\pi\pi}) - \mathcal{N}_{LL}(m_{\pi\pi})]^2 dm_{\pi\pi}} = \frac{32}{1575} \sqrt{4130} \approx 1.31. \quad (3.36)$$

Dieser Wert ist mehr als das Zehnfache des Maximums aus 3.34 und 3.35 für $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} = 0$. Daher ist der relative Unterschied der Spektren für verschiedene Produkte von Polarisierungen der Taus gegenüber dem Unterschied zwischen verschiedenen Summen vernachlässigbar.

Schließlich kann noch untersucht werden, wie groß die Sensitivität auf die Summe und das Produkt der Polarisierungen in einzelnen Bereichen der Spektren ist. Gleichung 3.27 ist linear in den Parametern $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$. Um nun die Beiträge dieser Parameter in einzelnen Bereichen der Spektren zu untersuchen, kann für jeden Wert von $m_{\pi\pi}$ die Ableitung nach $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ und $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$

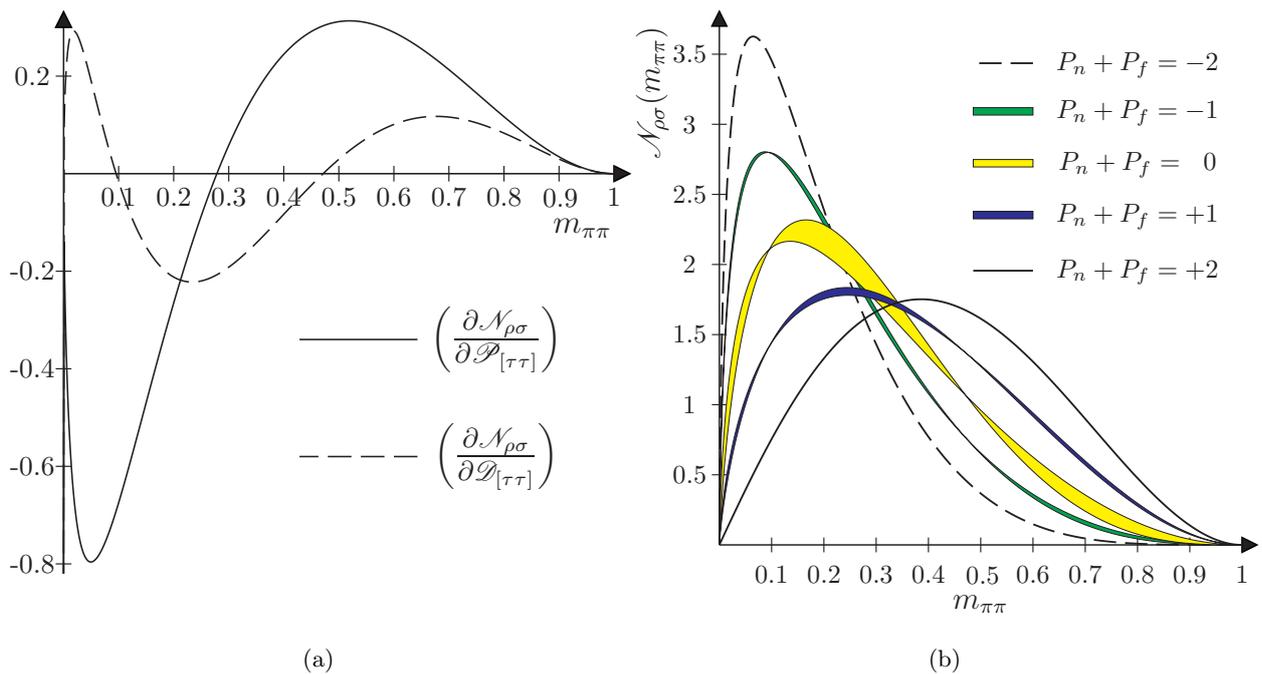


ABBILDUNG 3.9: (a): Die Änderungen der Di-Pion-Spektren unter der Variation der Summe (durchgezogene Linie) und des Produkts der Polarisierungen (gestrichelte Linie). (b): Die theoretischen Unsicherheiten durch die Vernachlässigung des Produktes der beiden Polarisierungen. Gezeigt sind die Kurvenscharen der möglichen Spektren für feste Summe der Polarisierungen. Die Bänder sind erwartungsgemäß für $P_n + P_f = 0$ am größten und haben keine Breite für $P_n + P_f = \pm 2$.

betrachtet werden, also die Änderung des Spektrums unter der Variation der Parameter. Dies ist ein Maß für den Einfluss der beiden Größen auf die Form der Spektren.

$$\left(\frac{\partial \mathcal{N}_{\rho\sigma}}{\partial \mathcal{P}_{[\tau\tau]}} \right) = 4m_{\pi\pi} \left(m_{\pi\pi}^2 - \ln^2(m_{\pi\pi}) - 1 - 2 \ln(m_{\pi\pi}) \right) \quad (3.37)$$

$$\left(\frac{\partial \mathcal{N}_{\rho\sigma}}{\partial \mathcal{D}_{[\tau\tau]}} \right) = 4m_{\pi\pi} \left(4m_{\pi\pi}^2 \ln(m_{\pi\pi}) - 4m_{\pi\pi}^2 + \ln^2(m_{\pi\pi}) + 4(1 + \ln(m_{\pi\pi})) \right) \quad (3.38)$$

Die Funktionen 3.37 und 3.38 sind in Abbildung 3.9(a) dargestellt und zeigen, dass das Spektrum in fast allen Bereichen hauptsächlich auf eine Änderung der Summe der beiden Polarisierungen sensitiv ist und nur wenig auf eine Änderung des Produktes. Dabei ist zu beachten, dass der numerische Wert für $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ stärker geändert werden kann, als der für $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$. Für diesen gelten die Grenzen aus Abbildung 3.7. Natürlich können die beiden Parameter $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ nicht immer unabhängig voneinander geändert werden. Die Funktionen in Abbildung 3.9(a) sind als Vorfaktoren der Parameter $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ und $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ zu verstehen:

$$\mathcal{N}_{\rho\sigma}(m_{\pi\pi}) = \mathcal{P}_{[\tau\tau]} \left(\frac{\partial \mathcal{N}_{\rho\sigma}}{\partial \mathcal{P}_{[\tau\tau]}} \right) + \mathcal{D}_{[\tau\tau]} \left(\frac{\partial \mathcal{N}_{\rho\sigma}}{\partial \mathcal{D}_{[\tau\tau]}} \right) + 4m_{\pi\pi} \ln^2(m_{\pi\pi}) \quad (3.39)$$

Abbildung 3.9(a) zeigt weiterhin, wie sich die Form der Spektren für den Wechsel $P_n + P_f = -2$ zu $P_n + P_f = +2$ zu höheren invarianten Massen verschiebt. Aus Abbildung 3.9(b) können die Unsicherheiten durch die Vernachlässigung des Produktes der beiden Polarisierungen abgeschätzt werden. Es sind die Kurvenscharen möglicher Spektren mit fester Summe der Polarisierungen als

Bänder gezeigt. Offensichtlich ist die Summe $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ ein sinnvoller Parameter zur Beschreibung der Effekte durch Polarisation. Die Bänder sind wie erwartet für $P_n + P_f = 0$ am größten, während schon für die Fälle $P_n + P_f = \pm 1$ kaum noch eine Unterscheidung möglich ist, bis hin zu den Fällen $P_n + P_f = \pm 2$, für die die Spektren eindeutig sind. Die Bänder haben alle eine verschwindende Breite an den Nullstellen der gestrichelten Linie aus Abbildung 3.9(a), da hier keine Variation der Spektren durch verschiedene Produkte möglich ist.

Diese Untersuchung soll motivieren, dass der entscheidende Beitrag zu den Polarisationseffekten durch die Summe beschrieben werden kann. Physikalisch ist dies kaum überraschend, da der Mittelwert der Fragmentationsfunktion eines Taus 3.19 linear mit der Polarisation skaliert:

$$\langle z_i \rangle = \int_0^1 z F_{\tau\pm} dz = \int_0^1 z (1 + P_\tau (2z - 1)) dz = \frac{1}{6} P_\tau + \frac{1}{2} \quad (3.40)$$

Damit nimmt das Pion im Mittel aus einem rechtschiralen Tau $2/3$ der Tau-Energie mit sich, während das Pion aus einem linkschiralen Tau nur die Hälfte, also $1/3$ mit sich trägt. Der mittlere Anteil der τ -Energie, der von den Pionen mitgenommen wird, skaliert also linear mit der Polarisation der Taus. Die Sensitivität auf das Produkt der beiden Polarisationen erklärt Gleichung 3.18. Da die beiden Fragmentationen der Taus in einer Zerfallskette auf Grund des skalaren Charakters des $\tilde{\tau}$ unabhängig voneinander sind, gilt für den Erwartungswert von $z = z_1 \cdot z_2$ mit Gleichung 3.40

$$\langle z \rangle = \langle z_1 \rangle \cdot \langle z_2 \rangle = \left(\frac{1}{6} P_1 + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{6} P_2 + \frac{1}{2} \right). \quad (3.41)$$

Dies kann auch mit Gleichung 3.26 überprüft werden. Mit dieser gilt:

$$\langle z \rangle = \int_0^1 z F_{\rho\sigma}(z) dz = \frac{1}{36} P_1 P_2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} P_1 + \frac{1}{12} P_2 \quad (3.42)$$

Auch hier zeigt sich der dominante Beitrag durch die Summe der Polarisationen.

Die Untersuchung dieser Effekte sind natürlich nur für die Spektren gültig, in denen beide Taus in ein Pion und ein ν_τ zerfallen. Dennoch kann man erwarten, dass auch für andere Zerfälle die Effekte dominant durch die Summe der Polarisationen beschrieben werden. Insbesondere da die Zerfälle in Pionen am meisten von der Polarisation betroffen sind. Allerdings sind die Zerfälle in die Vektormesonen ρ und a_1 deutlich wahrscheinlicher und sollen daher separat im folgenden Abschnitt untersucht werden.

Zuletzt können noch die Effekte der SUSY-Massen auf die Spektren untersucht werden. Bisher wurden die Spektren auf der Massenachse auf den maximalen Wert aus Gleichung 3.12 normiert. Die Spektren skalieren also linear auf der Massenachse mit dem Endpunkt der Verteilung, und ändern ihre intrinsische Form nicht für verschiedene Massen. Dies liegt an der von den SUSY-Massen unabhängigen Dreiecksform der Massenverteilung der Taus, und der Beschreibung der Polarisationseffekte durch Fragmentationsfunktionen. Die Form der Spektren wird von Wahrscheinlichkeiten für bestimmte Anteile der Tau-Energie bestimmt, die von den sichtbaren Zerfallsprodukten (Hadronen) mitgenommen werden. Daher skalieren die Spektren mit der Energie der ursprünglichen Taus. Diese Verteilung ist aber durch die Dreiecksform in ihrer Erscheinung von den Massen unabhängig, lediglich der Endpunkt ist durch die Massen bestimmt.

Damit kann auch verstanden werden, warum der Endpunkt der Di-Pion-Verteilung für alle Polarisationen gleich ist, denn unabhängig von der Polarisation gibt es immer eine endliche Wahr-

scheinlichkeit, dass beide Pionen (fast) die ganze Energie der Taus mit sich nehmen.³ In hinreichend vielen Zerfällen gibt es somit auch immer ein Paar von Taus, das die maximale invariante Masse besitzt und beide Taus ihre ganze Energie an die sichtbaren Zerfallsprodukte abgeben. In einem solchen Ereignis liegt also auch auf Detektorniveau die invariante Masse der Zerfallsprodukte der Taus an dem Maximalwert aus Gleichung 3.12 und es gilt $m_{\pi\pi}^{\max} = m_{\tau\tau}^{\max}$.

Es gilt daher immer, dass die intrinsische Form der Spektren nur durch die polarisationsabhängige Fragmentation der Taus bestimmt wird, die Dreiecksform vorausgesetzt, und nur die Skalierung der Massenachse, und somit der Endpunkt, durch die SUSY-Massen beeinflusst wird. Dieses Ergebnis gilt prinzipiell für alle Tau-Zerfälle, da in jedem Fall nur das Neutrino verloren geht und immer die endliche Wahrscheinlichkeit besteht, dass alle Energie des Taus in sichtbare Zerfallsprodukte geht.

Aus den Spektren sollen also zwei Parameter bestimmt werden, die Polarisation und der Endpunkt. Für Spektren mit beliebigem Endpunkt muss in Gleichung 3.27

$$m_{\pi\pi} \rightarrow \frac{m_{\pi\pi}}{m_{\tau\tau}^{\max}} \quad (3.43)$$

substituiert werden. Damit wird der Endpunkt, der bisher immer bei Eins lag, auf den Wert $m_{\tau\tau}^{\max}$ verschoben. Um nach wie vor normierte Spektren zu erhalten, muss dann noch mit $1/m_{\tau\tau}^{\max}$ multipliziert werden. Es wird sich herausstellen, dass aus den experimentell erhaltenen Spektren eine Ablesung des Endpunktes nicht ohne weiteres möglich ist. Daher müssen Observablen in den Spektren betrachtet werden, die auf den Endpunkt sensitiv sind. Ein Beispiel wäre der Mittelwert der Verteilung. Mit der Hinzunahme eines variablen Endpunktes und Vernachlässigung des Produkts der beiden Polarisationen, erhält man für den Mittelwert der Verteilung 3.27:

$$\langle m_{\pi\pi} \rangle \left(\mathcal{P}_{[\tau\tau]}, m_{\tau\tau}^{\max} \right) = m_{\tau\tau}^{\max} \left(\frac{8}{135} \mathcal{P}_{[\tau\tau]} + \frac{8}{27} \right). \quad (3.44)$$

Damit ist mit einer Messung des Mittelwerts der Verteilung noch nicht klar, wie groß die Summe der Polarisationen, und wie groß der Endpunkt ist. Da beide Größen in die Observable eingehen, können lediglich Paare der beiden Parameter eingeschränkt werden, die auf den gleichen Mittelwert führen. Diese Korrelation zwischen den zu bestimmenden Parametern kann durch die Beobachtung von Observablen aufgehoben werden, die in ihren Abhängigkeiten von den Parametern $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ und $m_{\tau\tau}^{\max}$ linear unabhängig sind. Mit zwei solchen Observablen ließen sich beide Parameter zweifelsfrei bestimmen.

3.4.4 Der Zerfall $\tau \rightarrow \rho\nu_\tau, \mathbf{a}_1\nu_\tau$

Die Zerfälle über die Resonanzen ρ oder a_1 liefern die größten Beiträge zur Zerfallswahrscheinlichkeit eines Taus. Daher spielen sie eine große Rolle für die Form des Spektrums und sollen genauer untersucht werden. Die Vektormeson-Resonanzen unterscheiden sich ganz erheblich von dem Zerfall in ein Pion. Zunächst sind die Massen der beiden Mesonen nicht mehr wie beim Pion gegenüber der des Taus vernachlässigbar, was eine ganze Reihe bequemer Näherungen verhindert. Dazu hat eine Resonanz eine endliche Breite und muss nicht auf einer Massenschale erzeugt werden. Die Fragmentationsfunktion müsste somit für eine beliebige Masse berechnet werden und mit der entsprechenden BREIT-WIGNER-Verteilung gefaltet werden. Die obere Grenze für die Masse der Resonanz ist jedoch m_τ . Schließlich besitzen die genannten Resonanzen drei Polarisationszustände, zwischen denen

³Dies gilt natürlich nur für eine verschwindende Neutrinomasse, was auf Grund aktueller Einschränkungen ($m(\nu_\tau) < 18.2$ MeV [10]) für diesen Fall eine gute Näherung ist.

unterschieden werden muss. Eine analytische Bestimmung der Dilepton-Fragmentationsfunktionen, und damit der sichtbaren Massenspektren ist daher für diese Fälle nur sehr umständlich möglich, und es wird hier davon abgesehen. Eine detaillierte Beschreibung dieser Zerfälle kann in [19] und [20] gefunden werden.

Betrachtet man den Zerfall eines τ^- im Ruhesystem des Taus in ein Vektormeson v und ein ν_τ , so führen die Fälle der longitudinalen und der transversalen Polarisation des Mesons auf verschiedene Ergebnisse. Dabei wird die folgende Konvention zur Bezeichnung der verschiedenen Polarisationen der Vektormesonen getroffen (vgl. z. B. [19], [21]): Ein Vektormeson mit Spinprojektion $\lambda_v = 0$ auf seine Impulsrichtung wird als longitudinales Vektormeson bezeichnet, während eine Spinprojektion von $\lambda_v = \pm 1$ auf die Impulsrichtung als transversales Vektormeson bezeichnet wird. Diese Konvention hat ihren Ursprung in der Tatsache, dass die physikalischen Felder der Teilchen senkrecht auf dem Impuls stehen.⁴ λ bezeichnet wieder die Helizität der Mesonen.

Ist das Meson longitudinal, also in der Notation von Abschnitt 3.4.1 mit Spinprojektion $\lambda_v = 0$, verhält es sich für den Zerfall des Taus ähnlich wie ein skalares Teilchen. Die Richtung des Neutrinos bleibt damit unverändert gegenüber dem Zerfall $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$, da auch hier der Spin des Taus von dem ν_τ mitgetragen werden muss, und man erwartet die gleiche Richtungsabhängigkeit der Mesonen von der Polarisation der Taus.

Für ein transversales Vektormeson v_T ist diese allerdings genau umgekehrt. Die Drehimpulserhaltung fordert, dass die Projektion des Spins des Vektormesons ($\lambda_v = \pm 1$) in der gleichen Richtung wie die des Taus ($\lambda_\tau = \pm 1/2$) liegt, während der Spin des Neutrinos ($\lambda_{\nu_\tau} = -1/2$) diesem entgegen gerichtet ist. Dies ist genau entgegen dem Fall für ein skalares Pion oder longitudinales Vektormeson. Da die Händigkeit des ν_τ aber die gleiche ist, dreht sich die Impulsrichtung des Neutrinos, und daher auch die der Mesonen. Die größeren invarianten Massen würde man hier für τ_R^+ , τ_L^- (entsprechend den LL -Zuständen in Chiralität) erwarten und die niedrigsten für τ_L^+ , τ_R^- (entsprechend den RR -Zuständen in Chiralität). Die Konfigurationen sind in Abbildung 3.10 dargestellt.

Die Impulskonfigurationen für longitudinale und transversale Vektormesonen sind demnach genau entgegengesetzt. Der erwartete Effekt auf die Spektren ist dann von der Zerfallswahrscheinlichkeit in longitudinale und transversale Vektormesonen abhängig. Die Winkelverteilung der longitudinal und transversal polarisierten Vektormesonen ist über

$$\frac{1}{\Gamma_\tau} \frac{d\Gamma_T}{d\cos\vartheta} = \frac{1}{2} \text{BR}(\tau \rightarrow v\nu_\tau) \frac{2m_v^2}{m_\tau^2 + 2m_v^2} (1 - P_\tau \cos\vartheta) \quad (3.45)$$

$$\frac{1}{\Gamma_\tau} \frac{d\Gamma_L}{d\cos\vartheta} = \frac{1}{2} \text{BR}(\tau \rightarrow v\nu_\tau) \frac{m_\tau^2}{m_\tau^2 + 2m_v^2} (1 + P_\tau \cos\vartheta) \quad (3.46)$$

gegeben [19]. Dabei bezeichnet T und L den Zerfall in transversale und longitudinale Vektormesonen und P die Chiralität der Taus. Das unterschiedliche Vorzeichen in der Winkelabhängigkeit ist Ausdruck der gegensätzlichen Flugrichtung des Vektormesons im Ruhesystem des Taus. Das Analogon für den Zerfall in ein Pion ist Gleichung 3.14.

Die verschiedenen Vorfaktoren in Gleichung 3.45 und 3.46 bestimmen in dem Zerfall $\tau \rightarrow v\nu_\tau$ die relative Häufigkeit transversaler und longitudinaler Mesonen. Für die a_1 und ρ -Resonanz ergeben sich dabei sehr unterschiedliche Abhängigkeiten. Die Massen der beteiligten Teilchen sind

⁴Das Photon hat z.B. immer $\lambda_\gamma = \pm 1$, ist aber ein transversales Boson, da $\vec{E} \perp \vec{p}_\gamma$ und $\vec{B} \perp \vec{p}_\gamma$ gilt.

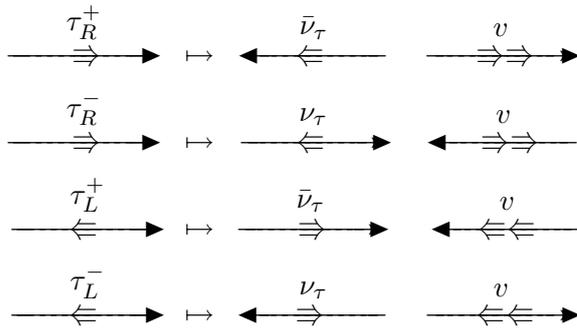


ABBILDUNG 3.10: Die Spin- und Impuls-Konfigurationen im Zerfall des Taus in sein Neutrino und ein transversales Vektormeson. Die Indizes R und L sind die Helizitäten der Teilchen, ein „ \Rightarrow “ entspricht $s = 1/2$. Die Drehimpulserhaltung ermöglicht nur eine Konfiguration der transversalen Polarisation. Das Ergebnis ist dem Zerfall in longitudinale Vektormesonen oder Pionen genau entgegengesetzt (vgl. Abb. 3.2).

$m_\tau = 1777$ MeV, $m_{a_1} = 1230$ MeV und $m_\rho = 776$ MeV [10]. Mit diesen Werten sind die relativen Zerfallswahrscheinlichkeiten:

$$\begin{array}{ll}
 \begin{array}{l} a_1 \\ \frac{2m_{a_1}^2}{m_\tau^2 + 2m_{a_1}^2} = 0.49 \\ \frac{m_\tau^2}{m_\tau^2 + 2m_{a_1}^2} = 0.51 \end{array} & \begin{array}{l} \rho \\ \frac{2m_\rho^2}{m_\tau^2 + 2m_\rho^2} = 0.28 \\ \frac{m_\tau^2}{m_\tau^2 + 2m_\rho^2} = 0.72 \end{array} \\
 & \begin{array}{l} \text{(Transversal)} \\ \text{(Longitudinal)} \end{array}
 \end{array}$$

Für die a_1 -Resonanz sind die Zerfälle in beide Polarisationszustände nahezu gleich wahrscheinlich. Bei der Mittelung über Gleichung 3.45 und 3.46 hebt sich die Winkelabhängigkeit weg und im Ruhesystem des Taus gibt es keine Vorzugsrichtung für die Emission des a_1 . Man würde also keine Abhängigkeit von der Polarisation erwarten. Die invarianten Massenspektren für den Zerfall $\tau \rightarrow a_1 \nu_\tau$ sollten also von der Polarisation unabhängig sein.

Anders verhält es sich bei den ρ s. Hier sind die Zerfälle über longitudinale Zustände wahrscheinlicher, und man erwartet somit eine Abhängigkeit von der Polarisation. Dabei sollte sich prinzipiell die gleiche Abhängigkeit von der Polarisation wie bei den Pionen ergeben. Da longitudinale ρ s den Spin-Konfigurationen aus Abbildung 3.2 gehorchen, würde man also hier, genau wie beim Zerfall in Pionen, höhere invariante Massen für zwei rechtschirale Taus erwarten, während zwei linkschirale Taus die kleinsten invarianten Massen liefern. Dieser Umstand verbessert die Perspektiven, die genannten Effekte messen zu können, denn obwohl die Effekte um

$$\frac{m_\tau^2}{m_\tau^2 + 2m_\rho^2} - \frac{2m_\rho^2}{m_\tau^2 + 2m_\rho^2} \approx 0.44$$

unterdrückt sind, kompensiert die höhere Anzahl der Zerfälle in ρ s diesen Effekt:

$$\text{BR}(\tau \rightarrow \pi \nu_\tau) \approx 0.44 \text{ BR}(\tau \rightarrow \rho \nu_\tau) .$$

Die a_1 -Mesonen sind dabei zur Unterscheidung der verschiedenen Polarisierungen nicht geeignet. Sie stellen dagegen eine sehr nützliche Referenz dar, da eine Selektion der Zerfälle über die a_1 -Resonanz Spektren liefern würde, die von der Polarisation unabhängig sind. Um die Zerfallsprodukte der a_1 -Mesonen zu selektieren, kann die resonante Struktur der a_1 - und ρ -Mesonen genutzt werden. Da die Neutrinos im τ -Zerfall verloren gehen, ist die invariante Masse des Tau-Jets nicht die des Taus, sondern die seiner sichtbaren Zerfallsprodukte. Das invariante Massenspektrum der sichtbaren Tau-Zerfallsprodukte sollte also zwei scharfe Spitzen für die Zerfälle in π^\pm und K^\pm bei den entsprechenden Massen zeigen, sowie die beiden Resonanzen ρ und a_1 . Diese lassen sich trennen, solange die Summe der Breiten der Resonanzen kleiner als die Differenz der Massen ist. Diese Möglichkeit wird in einem späteren Kapitel untersucht.

3.5 Polarisation der Taus

Die Taus aus dem Zerfall $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\tau}\tau_n \rightarrow \tau_n\tau_f\tilde{\chi}_1^0$ können verschiedene Polarisationen haben. Dies hängt von den Kopplungen zwischen den Teilchen an den beiden Zerfallspunkten ab und ist modellabhängig. Die Kopplung zwischen Taus, Staus und Neutralinos ist

$$\langle \tilde{\chi}_j^0 | \tilde{\tau}_k | \tau_\beta \rangle = ig A_{jk\beta}^\tau. \quad (3.47)$$

Dabei ist β die Polarisation des Taus und die Indizes k und j nummerieren die verschiedenen Staus und Neutralinos. Die Koeffizienten $A_{jk\beta}^\tau$ sind durch

$$A_{jkL}^\tau = -\frac{m_\tau}{\sqrt{2}m_W \cos\beta} N_{j3}^* (U_{\tilde{\tau}})_{k2} + \frac{1}{\sqrt{2}} (N_{j2}^* + N_{j1}^* \tan\vartheta_W) (U_{\tilde{\tau}})_{k1} \quad (3.48)$$

$$A_{jkR}^\tau = -\frac{m_\tau}{\sqrt{2}m_W \cos\beta} N_{j3} (U_{\tilde{\tau}})_{k1} - \sqrt{2} N_{j1} \tan\vartheta_W (U_{\tilde{\tau}})_{k2} \quad (3.49)$$

gegeben [22], wobei N_{ij} und $U_{\tilde{\tau}}$ die Einträge der Neutralino- und Stau-Mischungsmatrix sind. Diese spielen eine substanzielle Rolle für die Kopplungen (vgl. Abbildung 3.11(c)) zwischen den Teilchen. Die Elemente N_{j4} haben für beide Kopplungen keine Relevanz, da sie die Beimischung des \tilde{H}_u parametrisieren. Dieses hat jedoch keine YUKAWA-Kopplung an das *down-type* τ . In der Kopplung an das rechtshändige Tau (Gleichung 3.49) ist zusätzlich keine Sensitivität auf N_{j2} gegeben, da es die Beiträge durch das \tilde{W} regelt, und dieses nicht an rechtshändige Teilchen koppelt. Die resultierende Polarisation ist:

$$P_\tau = \frac{(A_{jkR}^\tau)^2 - (A_{jkL}^\tau)^2}{(A_{jkR}^\tau)^2 + (A_{jkL}^\tau)^2} \quad (3.50)$$

Der erste Term in den Gleichungen 3.48 und 3.49 entspricht der YUKAWA-Kopplung der \tilde{H}_d -Beiträge zu den Neutralinos, und ist daher proportional zur Tau-Masse sowie zum Beitrag N_{j3} . Bei der Kopplung über die HIGGSino Komponente trägt mit

$$|\tilde{\tau}_k\rangle = (U_{\tilde{\tau}})_{k1} |\tilde{\tau}_L\rangle + (U_{\tilde{\tau}})_{k2} |\tilde{\tau}_R\rangle = \begin{cases} \cos(\vartheta_{\tilde{\tau}}) \tilde{\tau}_L + \sin(\vartheta_{\tilde{\tau}}) \tilde{\tau}_R & \text{für } k = 1 \\ -\sin(\vartheta_{\tilde{\tau}}) \tilde{\tau}_L + \cos(\vartheta_{\tilde{\tau}}) \tilde{\tau}_R & \text{für } k = 2 \end{cases}$$

eine große Beimischung von $\tilde{\tau}_R$ ($(U_{\tilde{\tau}})_{k2} \approx 1$) also zu einem linkshändigen τ_L bei, während ein $\tilde{\tau}_L$ dominiertes $\tilde{\tau}_k$ ($(U_{\tilde{\tau}})_{k1} \approx 1$) einen Zerfall in rechtshändige τ_R bevorzugt. Dies liegt an der Eigenschaft der YUKAWA-Kopplung, die Chiralität zu wechseln. Denn bei der Kopplung über das HIGGSino zerfällt dieses über

$$\tilde{H}_d \rightarrow \tilde{\tau}_R \tau_L \quad \text{oder} \quad \tilde{H}_d \rightarrow \tilde{\tau}_L \tau_R.$$

Da die $U(1)_Y$ - und $SU(2)_L$ -Kopplungen chiralitätserhaltend sind, gilt für die anderen Terme

$$A_{jkL}^\tau \propto (U_{\tilde{\tau}})_{k1} \quad \text{und} \quad A_{jkR}^\tau \propto (U_{\tilde{\tau}})_{k2}.$$

Die Kopplung an das Bino (N_{j1}) ist dazu um den Faktor $\tan(\vartheta_W)$ unterdrückt und wird der Tatsache gerecht, dass das \tilde{B} eigentlich mit der Stärke g' der $U(1)_Y$ -Symmetriegruppe koppelt.

Um in Gleichung 3.47 aber die Kopplung g der $SU(2)_L$ -Gruppe vor alle Terme zu schreiben, wird dieser Faktor wegen $g' = g \tan(\vartheta_W)$ für die Beiträge N_{j1} benötigt. Die Kopplung der \tilde{B} -Beiträge ist außerdem an rechtschirale Taus um einen Faktor zwei größer, da das \tilde{B} an die schwache Hyperladung Y koppelt. Für diese gilt

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \quad \Rightarrow \quad Y = 2(Q - T_3) = \begin{cases} 2(-1 - (-1/2)) & = -1 \text{ für } \tau_L^- \\ 2(-1 - 0) & = -2 \text{ für } \tau_R^- \end{cases}$$

und damit tragen rechtschirale Teilchen die doppelte Hyperladung für diese Kopplung.

Für den Fall eines fast rechtshändigen $\tilde{\tau}_1$ ist $(U_{\tilde{\tau}})_{11} \approx 0$ und $(U_{\tilde{\tau}})_{21} \approx 1$. Geht man von einem winoartigen $\tilde{\chi}_2^0$, und einem binoartigen $\tilde{\chi}_1^0$ aus, so koppelt das $\tilde{\tau}_1 \approx \tilde{\tau}_R$ nur über die kleine HIGGSino-Komponente an das $\tilde{\chi}_2^0$, denn die Wino-Komponente koppelt nur an linkshändige Teilchen. Der Koeffizient A_{21R}^τ verschwindet, weil hier $(U_{\tilde{\tau}})_{11} \approx 0$ und $N_{21} \approx 0$ gilt, da das $\tilde{\chi}_2^0$ keine Bino-Beiträge besitzt. Damit wären die Taus aus dem $\tilde{\chi}_2^0$ -Zerfall immer linkschiral. Das Tau aus dem Zerfall des $\tilde{\tau}_R$ wäre dagegen immer rechtshändig, denn hier dominiert der zweite Term aus Gleichung 3.49 über den kleinen Beitrag von der Kopplung an die HIGGSino-Komponente aus dem ersten Term in Gleichung 3.48. Die Näherung eines winoartigen $\tilde{\chi}_2^0$ und eines binoartigen $\tilde{\chi}_1^0$ ist in mSUGRA-Szenarien gut erfüllt.

Mit der Neutralino-Mischungsmatrix und der Stau-Mischung kann ein allgemeinerer Ansatz verfolgt werden, bei dem allerdings nur das $\tilde{\tau}_1$ berücksichtigt wird. Durch seine kleinere Masse ist der Zerfall über das $\tilde{\tau}_1$ dominierend, am $SU3$ -Punkt ist der Zerfall in ein $\tilde{\tau}_2$ sogar kinematisch verboten, da $m_{\tilde{\tau}_2} > m_{\tilde{\chi}_2^0}$. In Modellen mit einem winoartigen $\tilde{\chi}_2^0$ und $m_{\tilde{\tau}_2} < m_{\tilde{\chi}_2^0}$ und einer kleinen $\tilde{\tau}$ -Mischung kann allerdings durch die fehlende $SU(2)_L$ -Kopplung des $\tilde{\tau}_R$ (und damit des $\tilde{\tau}_1$ wegen $\vartheta_{\tilde{\tau}} \approx \pi/2$) der Zerfall in ein $\tilde{\tau}_2$ dominieren. Da diese Untersuchung aber an $SU3$ -ähnlichen Spektren vorgenommen wurde, werden nur die $\tilde{\tau}_1$ berücksichtigt.

Betrachtet man zunächst die Polarisation des *near*-Taus, so ist $j = 2$ und $k = 1$. Einsetzen von Gleichung 3.48 und 3.49 in Gleichung 3.50 liefert die Polarisation des *near*-Taus als Funktion des Stau-Mischungswinkels, von $\cos(\beta)$ und der Einträge der Neutralino-Mischungsmatrix N_{21} , N_{22} und N_{23} . Letztere sind im allgemeinen komplizierte Funktionen der Parameter M_1 , M_2 , $\tan(\beta)$, μ und dem WEINBERG-Winkel ϑ_W . Für einige bestimmte Fälle, wie $M_{1,2}^2 \gg m_Z$ und $||M_{1,2}| \pm |\mu||^2 \gg m_Z$ oder $\tan(\beta) = 1$, sind kompakte analytische Lösungen möglich [13]. Im Allgemeinen muss die symmetrische, reelle 4×4 Neutralino-Massenmatrix diagonalisiert werden. Das charakteristische Polynom dieser Matrix ist dabei vierten Grades, dessen Nullstellen immer analytisch berechnet werden können, allerdings nur in sehr umständlichen Ausdrücken.

Für diese Arbeit soll vor allem auch der Einfluss des Stau-Mischungswinkels, $\vartheta_{\tilde{\tau}}$, betrachtet werden. Mit der Wahl einer Polarisation des *near*-Taus, folgt über die Gleichungen 3.48 bis 3.50 eine Bedingung an die Einträge der Mischungsmatrizen. Für die Forderung $P_{\tau_n} = +1$ ist

$$\vartheta_{\tilde{\tau}} = \arctan \left(\frac{m_W \cos(\beta) (N_{22}^* + N_{21}^* \tan(\vartheta_W))}{m_{\tilde{\tau}} N_{23}^*} \right). \quad (3.51)$$

Für ein linkschirales τ_n , also $P_{\tau_n} = -1$, muss

$$\vartheta_{\tilde{\tau}} = -\arctan \left(\frac{m_{\tilde{\tau}} N_{23}}{2N_{21} \tan(\vartheta_W) m_W \cos(\beta)} \right) \quad (3.52)$$

gelten. Ein unpolarisiertes *near*-Tau ($P_{\tau_n} = 0$) ist schließlich nur für

$$\vartheta_{\tilde{\tau}} = \arctan \left(\frac{m_W \cos(\beta) N_{22} \pm m_{\tau} N_{23} + \cos(\beta) \tan(\vartheta_W) N_{21} m_W}{m_{\tau} N_{23} \mp 2 \cos(\beta) \tan(\vartheta_W) N_{21} m_W} \right) \quad (3.53)$$

möglich, wobei im Zähler und Nenner jeweils gegensätzliche Vorzeichen zu verwenden sind. Für das *far*-Tau können völlig analoge Beziehungen hergeleitet werden. Dazu muss jeweils in den Gleichungen 3.51 bis 3.53 der erste Index an den Einträgen der Neutralino-Mischungsmatrix durch eine 1 ersetzt werden, also $N_{2n} \rightarrow N_{1n}$. Die Polarisationen beider Taus haben immer die Form

$$P_{n,f} = \frac{\overbrace{(A_{jkR}^{\tau})^2}^{(A_{jkR}^{\tau})^2} \underbrace{(A_{n,f} \cos(\vartheta_{\tilde{\tau}}) + B_{n,f} \sin(\vartheta_{\tilde{\tau}}))^2}_{(A_{jkR}^{\tau})^2} - \overbrace{(C_{n,f} \cos(\vartheta_{\tilde{\tau}}) + D_{n,f} \sin(\vartheta_{\tilde{\tau}}))^2}_{(A_{jkL}^{\tau})^2}}{\overbrace{(A_{n,f} \cos(\vartheta_{\tilde{\tau}}) + B_{n,f} \sin(\vartheta_{\tilde{\tau}}))^2}_{(A_{jkR}^{\tau})^2} + \overbrace{(C_{n,f} \cos(\vartheta_{\tilde{\tau}}) + D_{n,f} \sin(\vartheta_{\tilde{\tau}}))^2}_{(A_{jkL}^{\tau})^2}} \quad (3.54)$$

Aus der Forderung

$$\frac{\partial P_{n,f}}{\partial \vartheta_{\tilde{\tau}}} \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{folgt} \quad \vartheta_{\tilde{\tau}} = -\arctan \left(\frac{A_{n,f}}{B_{n,f}} \right) \quad \text{und} \quad \vartheta_{\tilde{\tau}} = -\arctan \left(\frac{C_{n,f}}{D_{n,f}} \right). \quad (3.55)$$

Die erste Gleichung führt dabei auf ein linkshändiges Tau, weil hier die Kopplung an das rechtshändige Tau verschwindet ($A_{jkR}^{\tau} = 0$), während für die zweite Bedingung die Kopplung an das linkshändige Tau verschwindet ($A_{jkL}^{\tau} = 0$) und daher der Fall eines rechtshändigen Taus gegeben ist. Der Vergleich mit Gleichungen 3.48 und 3.49 liefert die Gleichungen 3.51 und 3.52. Die Forderung von $P_{n,f} = 0$ in Gleichung 3.54 ergibt

$$\vartheta_{\tilde{\tau}} = -\arctan \left(\frac{A_{n,f} \pm C_{n,f}}{B_{n,f} \pm D_{n,f}} \right) \quad (3.56)$$

und erklärt somit Gleichung 3.53.

Mit dieser Betrachtung können die Polarisationen also durch $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ und die Neutralino-Mischungen beschrieben werden. Setzt man diese auf ihre nominellen $SU3$ -Werte⁵

$$\begin{array}{lll} N_{11} = -0.9915 & N_{12} = 0.0441 & N_{13} = -0.1131 \\ N_{21} = -0.0739 & N_{22} = -0.9642 & N_{23} = 0.2183 \end{array}$$

und lässt nur die Stau-Mischung als freien Parameter, so ergeben sich mit

$$\tan(\beta) = 6, \quad \vartheta_W = 28,74^\circ, \quad m_W = 80.4 \text{ GeV} \quad \text{und} \quad m_{\tau} = 1.777 \text{ GeV}$$

die in Abbildung 3.11(a) und 3.11(b) gezeigten Abhängigkeiten der Polarisationen des *far*- und des *near*-Taus vom Stau-Mischungswinkel. Das *near*-Tau ist dabei weitgehend auf Grund der Winoartigkeit des $\tilde{\chi}_2^0$ linkschiral. Die schmale Resonanz bei $\vartheta_{\tilde{\tau}} \approx \pi/2$ resultiert aus der konstruktiven Interferenz der Terme aus Gleichung 3.49, während durch den kleinen linkshändigen Anteil $(U_{\tilde{\tau}})_{11} \ll 1$ die großen N_{22} Beiträge in Gleichung 3.48 so gedämpft werden, dass sie genau mit den anderen Beiträgen verschwinden.

⁵Die Werte wurden mit SPheno 2.2.3 berechnet [14].

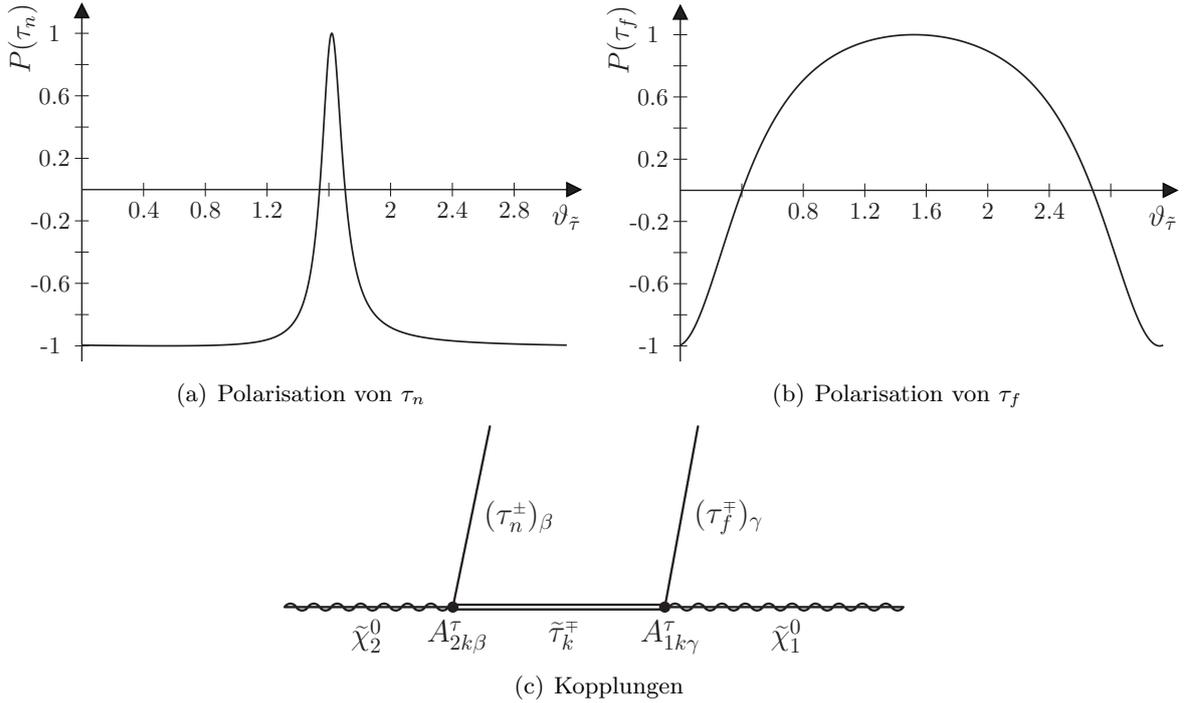


ABBILDUNG 3.11: (a) und (b): Die Polarisationen der beiden Taus als Funktion von $\vartheta_{\tilde{\tau}}$. Die Elemente der Neutralino-Mischungsmatrix wurden auf ihre $SU(3)$ -Werte gesetzt. Während das τ_n auf den schmalen Bereich um $\vartheta_{\tilde{\tau}} \approx \pi/2$ die größte Sensitivität besitzt, hat die Polarisation des τ_f eine starke Sensitivität für große und kleine $\vartheta_{\tilde{\tau}}$. (c): Die Kopplungen der Taus an die Neutralinos und das Stau sind durch $A_{jk\sigma}^\tau$ gegeben.

Für die Breite der Resonanz sind dabei die Wino-Beiträge, N_{21} , von bestimmender Rolle. Gleichung 3.53 liefert die beiden Mischungswinkel, für die das *near*-Tau unpolarisiert ist, und legt somit die Breite der Resonanz fest. Solange $m_\tau < 2 \cos(\beta) \tan(\vartheta_W) m_W$ gilt, spielen die HIGGSINO-Beiträge im Nenner eine vernachlässigbare Rolle in diesem Term. Für das $SU(3)$ -Szenario gilt $2 \cos(\beta) \tan(\vartheta_W) m_W \approx 8.1 m_\tau$. Im Zähler ist der Beitrag durch N_{23} ebenfalls vernachlässigbar da $m_W \cos(\beta) N_{22} \gg m_\tau N_{23}$ gilt.

Diese Argumentation lässt sich auch über die Gleichungen 3.49 und 3.48 führen. Die Spitze in Abbildung 3.11(a) ist nahe $\vartheta_{\tilde{\tau}} \approx \pi/2$, also $(U_{\tilde{\tau}})_{11} = \cos(\vartheta_{\tilde{\tau}}) \approx 0$ und $(U_{\tilde{\tau}})_{12} = \sin(\vartheta_{\tilde{\tau}}) \approx 1$. Hier verschwindet die Kopplung an das linkschirale Tau, während die Kopplung an das rechtschirale Tau wegen $(U_{\tilde{\tau}})_{11} \approx 0$ und $(U_{\tilde{\tau}})_{12} \approx 1$ von den \tilde{B} -Beiträgen (N_{21}) dominiert wird.

Unter der Annahme eines winoartigen $\tilde{\chi}_2^0$, können die Beiträge durch die Bino-Komponenten je nach Mischungswinkel $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ also einen großen Einfluss auf die Polarisation des *near*-Taus haben. In einem Szenario mit $\tilde{\chi}_2^0 \approx \tilde{W}$ könnte damit die Polarisation des *near*-Taus näherungsweise mit

$$|\tilde{\chi}_2^0\rangle = \cos(\vartheta_{\tilde{\chi}_2^0}) |\tilde{W}\rangle + \sin(\vartheta_{\tilde{\chi}_2^0}) |\tilde{B}\rangle \quad (3.57)$$

beschrieben werden, da die HIGGSINO-Beiträge eine vernachlässigbare Rolle spielen. Auch die Abhängigkeit von $\cos(\beta)$ wäre mit $N_{23} \approx 0$ nicht mehr gegeben (vgl. Gleichung 3.48 und 3.49). In dieser Näherung wäre ein rechtschirales *near*-Tau für $\vartheta_{\tilde{\tau}} = \pm\pi/2$ gegeben (vgl. Gleichung 3.51), während ein gänzlich linkschirales für $\vartheta_{\tilde{\tau}} = 0$ realisiert wäre. Die Polarisation wäre aber dennoch in fast allen Gebieten jenseits von $\vartheta_{\tilde{\tau}} \approx \pi/2$ linkschiral.

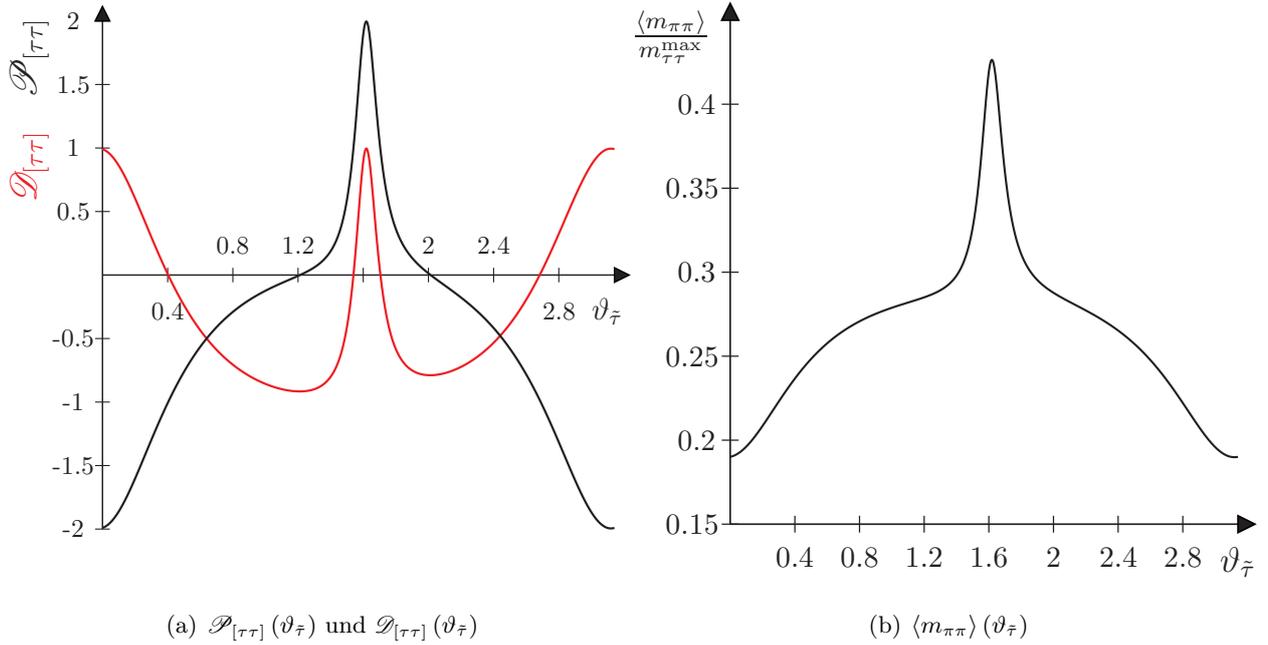


ABBILDUNG 3.12: (a): Die Summe und das Produkt der beiden Polarisationen als Funktion des Mischungswinkels und (b): der auf den Endpunkt normierte Mittelwert der $\pi\pi$ -Verteilung als Funktion des Mischungswinkels. Die Werte der Neutralino-Mischungen und $\cos(\beta)$ wurden auf die $SU3$ -Werte gesetzt. Die Ähnlichkeit der beiden schwarzen Kurven in (a) und (b) zeigt den dominanten Einfluss des Parameters $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ auf die Spektren.

Die Polarisation des far -Taus folgt hauptsächlich der chiralen Zusammensetzung des $\tilde{\tau}_1$. Dies liegt an der Binoartigkeit des $\tilde{\chi}_1^0$. Da die $U(1)_Y$ -Kopplung des \tilde{B} an links- und rechtschirale Teilchen koppelt, und zudem die Chiralität erhält, ist die Polarisation hauptsächlich über die Effekte der Stau-Mischung bestimmt. Die Kopplungen aus Gleichung 3.48 und 3.49 können hier zu

$$A_{11L}^{\tilde{\tau}} = \frac{1}{\sqrt{2}} N_{j1}^* \tan(\vartheta_W) \cos(\vartheta_{\tilde{\tau}}) \quad \text{und} \quad A_{11R}^{\tilde{\tau}} = -\sqrt{2} N_{j1} \tan(\vartheta_W) \sin(\vartheta_{\tilde{\tau}}) \quad (3.58)$$

genähert werden und für die Polarisation ergibt sich

$$P_f = \frac{2 \sin^2(\vartheta_{\tilde{\tau}}) - \frac{1}{2} \cos^2(\vartheta_{\tilde{\tau}})}{2 \sin^2(\vartheta_{\tilde{\tau}}) + \frac{1}{2} \cos^2(\vartheta_{\tilde{\tau}})} = \frac{5 \cos^2(\vartheta_{\tilde{\tau}}) - 4}{3 \cos^2(\vartheta_{\tilde{\tau}}) - 4}. \quad (3.59)$$

Diese Funktion approximiert die Polarisation aus 3.11(b) in allen Bereichen sehr gut. Die stärkere Kopplung des \tilde{B} an das τ_R (vgl. Gleichung 3.58) wegen dessen doppelter Hyperladung, kann darin gesehen werden, dass das τ_f über einen breiteren Bereich von $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ rechtschiral als linkschiral ist.

Mit der Kenntnis der Polarisationen kann auch der Einfluss von $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ auf die Di-Pion-Spektren und die Parameter $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ und $\mathcal{D}_{[\tau\tau]}$ berechnet werden. So kann beispielsweise der Mittelwert (vgl. Gleichung 3.30) als Funktion des Mischungswinkels geschrieben werden [18]. Setzt man alle Werte außer dem Stau-Mischungswinkel auf die $SU3$ -Werte, können die Polarisationen in Gleichung 3.30 eingesetzt werden. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.12(b) dargestellt. Unter der Annahme, dass die Neutralino-Mischungen bekannt sind, kann also der Stau-Mischungswinkel bestimmt werden. Die Bestimmung ist allerdings nicht eindeutig, da für jeden Wert von $\langle m_{\tau\tau} \rangle$ zwei Werte für $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ möglich

sind. Abbildung 3.12(a) zeigt die Summe und das Produkt der Polarisationen als Funktion von $\vartheta_{\tilde{\tau}}$. Mit der Annahme $\tilde{\chi}_1^0 \approx \tilde{B}$ und $\tilde{\chi}_2^0 \approx \tilde{W}$ kann dann die Summe der Polarisationen als

$$\mathcal{P}_{[\tau\tau]}(N_{11}, N_{12}, N_{13}, N_{21}, N_{22}, N_{23}, \vartheta_{\tilde{\tau}}, \cos(\beta)) \approx \mathcal{P}_{[\tau\tau]}(\vartheta_{\tilde{\tau}}, \vartheta_{\tilde{\chi}_2^0})$$

vereinfacht werden.

3.6 Zusammenfassung

Es sollen an dieser Stelle noch kurz die wichtigsten Ergebnisse der vorangegangenen Abschnitte zusammengefasst werden, um zu unterstreichen, welche Messung mit einem perfekten Experiment möglich wäre. Über die Messung des Di-Pion-Spektrums können über die Form sowohl der Endpunkt (vgl. Gleichung 3.12), als auch die Summe und das Produkt der Polarisationen (vgl. Gleichung 3.27 bzw. Gleichung 3.39) im Prinzip bestimmt werden. Damit ist ein eindeutiger Punkt in Abbildung 3.7 bestimmbar, in dem sich genau zwei Geraden schneiden. Die Polarisationen können also grundsätzlich bis auf die Vertauschung $P_n \leftrightarrow P_f$ bestimmt werden. Dies entspricht der Lösung des Gleichungssystems aus Gleichung 3.25 und 3.29 mit bekannter Summe und Produkt der Polarisationen der Taus. Allerdings legen die Abbildungen 3.9(b) und 3.8(b) nahe, dass eine Bestimmung des Produkts schwierig ist, und der dominante Einfluss durch die Summe der Polarisationen beschrieben wird.

Mit bekannten Polarisationen können über die Gleichungen 3.48 bis 3.50 Einschränkungen an die die Polarisation bestimmenden Parameter aus den Mischungsmatrizen getroffen werden. Setzt man die Mischung der Neutralinos als bekannt voraus, so kann der Mischungswinkel der Staus, $\vartheta_{\tilde{\tau}}$, bestimmt werden (vgl. Abbildung 3.12(b)). Ebenso kann mit bekannten Neutralino-Massen die Stau-Masse, $m_{\tilde{\tau}}$, über Gleichung 3.12 bestimmt werden. Ohne Kenntnis des Neutralino-Sektors können aber auch je nach Qualität der Messung starke Restriktionen an die Parameter aus den Mischungsmatrizen getroffen werden.

DER ATLAS-DETEKTOR UND SEINE SIMULATION

Der LHC (**L**arge **H**adron **C**ollider) wird Kollisionen von Protonen mit einer Schwerpunktsenergie von 14 TeV und somit teilchenphysikalische Prozesse in neuen Bereichen hoher Energie ermöglichen [23]. Dabei wird der LHC nicht nur erstmals die TeV-Skala erkunden, sondern zusätzlich eine bisher nicht dagewesene Ereignisrate erreichen. Eine solch schnelle Folge hochenergetischer Kollisionen stellt jedoch enorme Anforderungen sowohl an die Beschleunigeranlage, als auch an den Detektor. Der LHC wird dabei vier Detektoren besitzen, ATLAS, ALICE, CMS und LHCb, die zu verschiedenen Zwecken konzipiert wurden. In dem folgenden Kapitel sollen der Beschleuniger und der ATLAS-Detektor und seine Simulation vorgestellt werden, die die der Arbeit zu Grunde liegenden Experimente sind. In Verbindung damit sollen auch die experimentellen Schwierigkeiten für die Messung der im vorangegangenen Kapitel beschriebenen Parameter beschrieben werden.

4.1 Der LHC

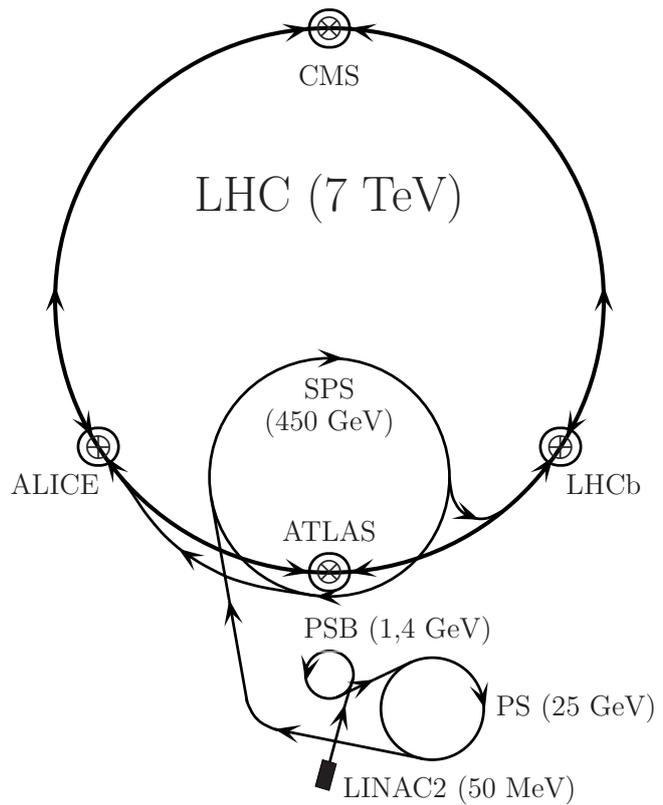
Der LHC ist kompliziertes Beschleunigersystem, dessen Kernstück ein 27 Kilometer langer Ringbeschleuniger ist, der zwischen 50 und 170 Metern unter der Erde sowohl durch die Schweiz, als auch durch Frankreich durchläuft [24, 25, 26]. Dabei laufen zwei Protonenstrahlen gegenläufig auf Beschleunigerbahnen und werden an den entsprechenden Experimenten zur Kollision gebracht. Die Protonenquelle ist ionisierter Wasserstoff, aus der das Protonenplasma in einen 175 cm langen *Radio Frequency Quadrupole* geleitet wird. In diesem werden die Protonen durch elektromagnetische Quadrupolfelder auf 750 keV beschleunigt und in Pakete geteilt. Von dort gelangen sie in den LINAC2, der die Protonen auf einer linearen Bahn auf 50 MeV beschleunigt. Diesen linearen Elementen folgen drei Kreisbeschleuniger, der *Proton Synchrotron Booster*, das *Proton Synchrotron* und das *Super Proton Synchrotron*, in denen die Protonen auf 1,4 GeV, 25 GeV und 450 GeV beschleunigt werden. Von den Vorbeschleunigern werden die Protonen über zwei Transferlinien in den eigentlichen LHC geleitet, in dem sie nun auf 7 TeV beschleunigt werden können. Die Anlage ist schematisch in Abbildung 4.1 zu sehen.

Für eine ausreichende Erkundung neuer Bereiche hoher Energie, muss die Schwerpunktsenergie dabei deutlich über der einem TeV liegen. Das Prinzip der Beschleunigung beruht auf der Kraft

ABBILDUNG 4.1: Die Beschleunigeranlage des Large Hadron Colliders. Es ist der Protonenverlauf mit den entsprechenden Energien nach den einzelnen Beschleunigerstufen dargestellt. Diese sind:

1. LINAC2 (50 MeV)
2. Proton Synchrotron Booster (1,4 GeV)
3. Proton Synchrotron (25 GeV)
4. Super Proton Synchrotron (450 GeV)
5. LHC (7 TeV)

ATLAS, ALICE, CMS und LHCb sind die vier größten Experimente am LHC, an denen die Protonen zur Kollision gebracht werden. Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu.



eines \vec{E} -Feldes auf die positiv geladenen Protonen. Der Energiegewinn E_{kin} beim Durchlaufen des Feldes ist

$$E_{\text{kin}} = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F} d\vec{s} = q \int_{s_1}^{s_2} \vec{E} d\vec{s}.$$

Für eine Beschleunigung auf 7 TeV muss also insgesamt eine Potentialdifferenz von 7 TV durchlaufen werden, die sich jedoch nicht auf einer geradlinigen Beschleunigerstrecke realisieren ließe. Diese wäre für 1 000 000 V pro Meter etwa 700 km lang, und somit ist eine Kreisbahn, die mehrfach durchlaufen werden kann, eine Möglichkeit, eine solche Energie aufzubringen. Um allerdings ein Proton mit einer Energie von 7 TeV auf einer Kreisbahn mit 27 km Umfang zu halten, benötigt man ein Magnetfeld von etwa 8 Tesla, was mit herkömmlichen Magneten nicht möglich ist. Daher müssen supraleitende Magnete die Protonen auf ihren Bahnen halten.

Die nun auf 7 TeV beschleunigten Protonen können dann an den entsprechenden Experimenten zur Kollision gebracht werden, in denen die Reaktionen mit verschiedenen Detektoren rekonstruiert werden können.

4.2 Der ATLAS Detektor

Der ATLAS-Detektor ist ein Mehrzweckdetektor, dessen Konstruktion auf eine möglichst vielseitige und umfassende Sensitivität angelegt ist [27, 28]. Dazu muss insbesondere ein größtmöglicher Raumwinkel um den Kollisionspunkt abgedeckt werden, und eine optimale Detektion aller Teilchen gewährleistet sein. Schalenförmig aufgebaute Detektoren haben sich dabei als besonders geeignet

gezeigt, deren einzelne Detektorkomponenten zu unterschiedlichen Zwecken gebaut wurden. Das Koordinatensystem des Detektors ist wie folgt definiert: Der Ursprung der Koordinatenachsen liegt im Kollisionspunkt, wobei die x -Achse in Richtung des Mittelpunktes des LHC, und die y -Achse senkrecht nach oben zeigt. Die z -Achse wird entlang des Strahls gewählt, so dass ein rechtshändiges, kartesisches Koordinatensystem entsteht. Für die Orientierung der Teilchen im Detektor werden die Koordinaten zumeist in ϕ und η angegeben, wobei

$$\tan(\phi) = \frac{x}{y} \quad \text{und} \quad \eta = -\ln\left(\tan\frac{\vartheta}{2}\right)$$

gilt und ϑ der Winkel zur z -Achse ist. Winkelabstände werden damit über $\Delta R = \sqrt{\Delta\phi^2 + \Delta\eta^2}$ angegeben. Im Folgenden sollen die einzelnen Komponenten des ATLAS-Detektors vorgestellt werden.

4.2.1 Der Innere Detektor

Der innere Detektor des ATLAS-Experiments nimmt etwa ein Volumen von sieben Metern Länge und einem Meter Durchmesser ein. Diesem Teil kommt dabei die Aufgabe der Spurrekonstruktion der geladenen Teilchen zu und er gliedert sich in drei Teile. Der innerste Teil ist ein Silizium-Pixel-Detektor, der mit etwa 5 cm Abstand zum Kollisionspunkt die nächste Komponente zur Strahlachse ist. Dieser Pixel-Detektor besteht aus drei konzentrischen Lagen um die Strahlachse, und jeweils drei Scheiben in beiden Strahlrichtungen, die aus insgesamt 1750 Modulen mit jeweils etwa 47000 Pixeln aufgebaut sind. Die Vielzahl der Pixel gewährleistet eine optimale Primärvertexrekonstruktion durch eine genaue Vermessung der einzelnen Teilchenspuren aus einem Ereignis mit einer Auflösung von ca. 14 μm .

Um diesen Pixeldetektor liegen fünf weitere Lagen aus Siliziumstreifen, die nach außen eine weitere Verfolgung der Teilchenspuren mit einer geringeren Auflösung erlauben. Der äußerste Teil des inneren Detektors ist ein *Transition Radiation Tracker* (TRT). Er besteht aus etwa 350000 dünner, gasgefüllter Röhren, in deren Mitte ein Anodendraht gespannt ist. Bei dem Durchgang geladener Teilchen wird das Gas entlang der Teilchenspur ionisiert, und erzeugt so ein elektrisches Signal, das zusätzlich zur Positionsbestimmung auch zur Teilchenidentifikation genutzt werden kann, da zum Beispiel Elektronen ein anderes Signal als geladene Pionen hinterlassen.

Der ganze innere Detektor ist in ein 2 Tesla starkes Magnetfeld eines supraleitenden Solenoidmagneten gebaut. Dies ermöglicht zusätzlich zu einer Vermessung der Spuren auch eine kombinierte (transversale) Impuls- und Ladungsmessung der Teilchen über die Krümmung der Spur im Magnetfeld.

4.2.2 Das Kalorimetersystem

Die Energiemessung der Teilchen geschieht in den Kalorimetern. Durch eine Folge von Absorberlagen, in denen die erzeugten Teilchen wechselwirken, und Nachweislagen, die die erzeugten elektrischen Signale auslesen, deponieren die Teilchen hier ihre Energie durch Schauer, die dann als Signal gemessen werden kann. Das elektromagnetische Kalorimeter hat dabei eine Akkordeon-ähnliche Struktur aus wechselnden Schichten aus Blei und flüssigem Argon. Diese Struktur ermöglicht eine Antwortfunktion des Kalorimeters, die von der Einfallsrichtung der Teilchen unabhängig ist. Die Deposition der Energie geschieht hauptsächlich durch die Übertragung von Energie auf Sekundärteilchen durch die Prozesse Ionisation, Emission von Bremsstrahlung und Photonkonversion.

Ein typisches geladenes Teilchen erzeugt also einen Schauer von Sekundärteilchen, der als der Energie proportionales Spannungssignal ausgelesen werden kann.

Um eine gute Rekonstruktion der Substruktur von Teilchen-Jets zu erhalten, hat das elektromagnetische Kalorimeter eine hohe Granularität. Dafür besteht es aus insgesamt etwa 190 000 Zellen, die eine eigene Ausleseelektronik haben, und so eine gute Auflösung der Teilchen-Jets ermöglichen. Eine große Herausforderung der Kalorimeter sind die hohen Ereignisraten von etwa 40 MHz. Da die komplette Auslesung eines Spannungspulses zu lange dauern würde, wird nur der initiale Ionisationsstrom, der ebenfalls proportional zur Energiedeposition ist, verwendet. Dies macht jedoch eine sehr genaue und aufwendige Kalibration der Kalorimeterzellen notwendig.

Um die elektromagnetischen Kalorimeter liegen schließlich die hadronischen Kalorimeter. Sie zielen auf eine Energiemessung der stark wechselwirkenden Teilchen ab, die auf Grund fehlender elektromagnetischer Ladung nicht ihre Energie im elektromagnetischen Kalorimeter deponieren.

4.2.3 Myon-Detektoren

Myonen stellen eine große Herausforderung an die Kalorimetrie. Da der Energieverlust von geladenen Teilchen mit ihrer Masse zusammenhängt, können die schweren Myonen nicht in den elektromagnetischen Kalorimetern gebremst werden und müssen mit einem separaten Detektorsystem erfasst werden. Dieses zielt auf eine möglichst genaue Messung der Bahn der Myonen in einem Magnetfeld ab, die eine Bestimmung des Impulses dieser Teilchen ermöglicht. Dazu wird ein eigenes Magnetfeld um die Kalorimeter durch einen supraleitenden Toroidmagneten erzeugt. Die Detektoren sind gasgefüllte Driftkammern. Beim Durchlauf dieser Kammern hinterlassen die Myonen eine Spur aus Ionen und Elektronen, die durch ein elektrisches Feld zu einem zentralen Anodendraht driften. Durch eine Messung der Driftzeiten ist eine Bestimmung der Myonspur in den Kammern möglich. Über die Krümmung der Spur lässt sich somit der transversale Impuls der Myonen bestimmen.

4.2.4 Das Triggersystem

Die große Luminosität des LHC stellt auch eine hohe Anforderung an die Aufnahme der Daten dar. Eine Speicherung aller Daten ist technisch nicht möglich, und so muss ein Triggersystem entscheiden, welche Ereignisse gespeichert werden sollen. Um einerseits der hohen Ereignisrate gerecht zu werden, und andererseits eine ausreichende Prüfung der einzelnen Ereignisse zu gewährleisten, ist das Triggersystem in drei Stufen gegliedert, die die Ereignisse mit steigenden Anforderungen hinsichtlich ihrer Eigenschaften untersuchen.

Der Level-1-Trigger nutzt dabei vorerst nur wenige Informationen des Myonsystems und des Kalorimeters. In dieser groben Vorselektion können nun Ereignisse hinsichtlich vorhandener Leptonen, harter Jets oder fehlender transversaler Energie geprüft werden. Von der ursprünglichen Ereignisrate von 40 MHz werden nur etwa 75 kHz an den Level-2-Trigger weitergeleitet, in dem die Ereignisse weiteren Untersuchungen unterzogen werden. Hier werden nun mehr Informationen der Detektoren verwendet, um über die Verwertbarkeit des Ereignisses zu entscheiden und die Ereignisrate für den Level-3-Trigger auf 1 kHz zu reduzieren. Erst der Level-3-Trigger führt eine vollständige Analyse des Ereignisses durch und entscheidet, welches Ereignis letztendlich für die weitere Analyse gespeichert wird. Nach diesem letzten Trigger ist die Ereignisrate auf 200 Hz reduziert worden.

Um eine große Flexibilität hinsichtlich der Suche und Analyse neuer Physik zu gewährleisten, sind die beiden letzten Triggerstufen adaptiv konstruiert, um die Suchalgorithmen anpassbar zu halten.

Damit können die Kriterien für die Speicherung von Ereignissen neuen Erkenntnissen angepasst, und eine Suche optimiert werden.

4.3 SUSY-Produktion am LHC

Für die Entdeckung und Untersuchung von supersymmetrischen Modellen müssen am LHC hinreichend viele supersymmetrische Teilchen erzeugt werden. Da die kollidierenden Elementarteilchen, also Gluonen und Quarks, ebenso wie ihre Superpartner der starken Wechselwirkung unterliegen, ist eine Erzeugung über die starke Wechselwirkung dominant. Abbildung 4.2 zeigt die möglichen FEYNMAN-Graphen auf BORN-Niveau für die Produktion supersymmetrischer Teilchen über die starke Wechselwirkung. Die primären SUSY-Teilchen sind also Gluinos und Quarks, die über ihren Zerfall in R -Parität erhaltenden Modellen andere SUSY-Teilchen erzeugen. Für ein solches Paar von Sparticles, muss natürlich die Schwerpunktsenergie der kollidierenden Teilchen größer als die Summe der Ruhemassen der SUSY-Teilchen sein. Dabei stehen aber nicht die 14 TeV der Schwerpunktsenergie der beiden Protonen zur Verfügung, sondern nur der Energieanteil, der von den kollidierenden Konstituenten getragen wird.

Die Aufteilung der Protonenenergie unter den einzelnen Partonen wird durch die *Parton-Density-Functions* (PDFs) beschrieben. Sie sind die Wahrscheinlichkeitsdichten $f_i(x)$ für ein einzelnes Parton den Energieanteil

$$x = \frac{E_{g,q}}{E_p}$$

des Protons zu tragen. Dabei müssen die verschiedenen Teilchensorten i unterschieden werden, also Gluonen, Valenzquarks und Seequarks. Die Erzeugung der für diese Arbeit wichtigen SUSY-Teilchen, der $\tilde{\chi}_2^0$, geschieht also hauptsächlich über Zerfallskaskaden, denen ein Squark und/oder ein Gluino vorangeht. Die Produktion ist auch über elektroschwache Prozesse wie $q\bar{q} \rightarrow Z \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_j^0$ möglich, allerdings sind die Wechselwirkungsquerschnitte für solche Prozesse deutlich kleiner als für die Produktion stark wechselwirkender Teilchen.

4.4 Tau-Rekonstruktion

Taus sind durch ihren Zerfall als solche nicht ohne weiteres zu erkennen. Die messbaren Endzustände sind entweder Myonen, Elektronen oder hadronische Jets. In vielen Prozessen, in denen Taus entstehen, können aber ebenso direkt Leptonen der ersten und zweiten Generation entstehen, wodurch eine Unterscheidung solcher Endzustände, in denen das Myon oder Elektron direkt erzeugt wurde von solchen, in denen das Lepton nur durch den Zerfall eines ursprünglichen Taus entstanden ist, schwer möglich ist. Daher werden nur die hadronischen Zerfälle der Taus berücksichtigt, die dann als Zerfallsprodukte eines Taus identifiziert werden müssen.

Die Rekonstruktion von Taus ist eine anspruchsvolle experimentelle Herausforderung, die eine Unterscheidung hadronischer Jets entsprechend ihrer Herkunft von Taus, oder aber von QCD-Prozessen und anderer Quellen benötigt [29, 30]. Dies hat wichtige Konsequenzen: Zum einen werden viele Taus nicht erkannt, da sie entweder leptonisch zerfallen und als Elektronen oder Myonen detektiert werden, oder die hadronischen Jets nicht als Produkte eines Tau-Zerfalls erkannt werden. Zum anderen entstehen ungewollt sogenannte *Fake-Taus*. Eine Auswertung hinreichend vieler Ereignisse erfordert eine Rekonstruktion durch automatisierte Algorithmen, die Jets hinsichtlich für τ -Zerfälle charakteristischer Eigenschaften prüfen. Dies führt aber dazu, dass fälschlicherweise auch

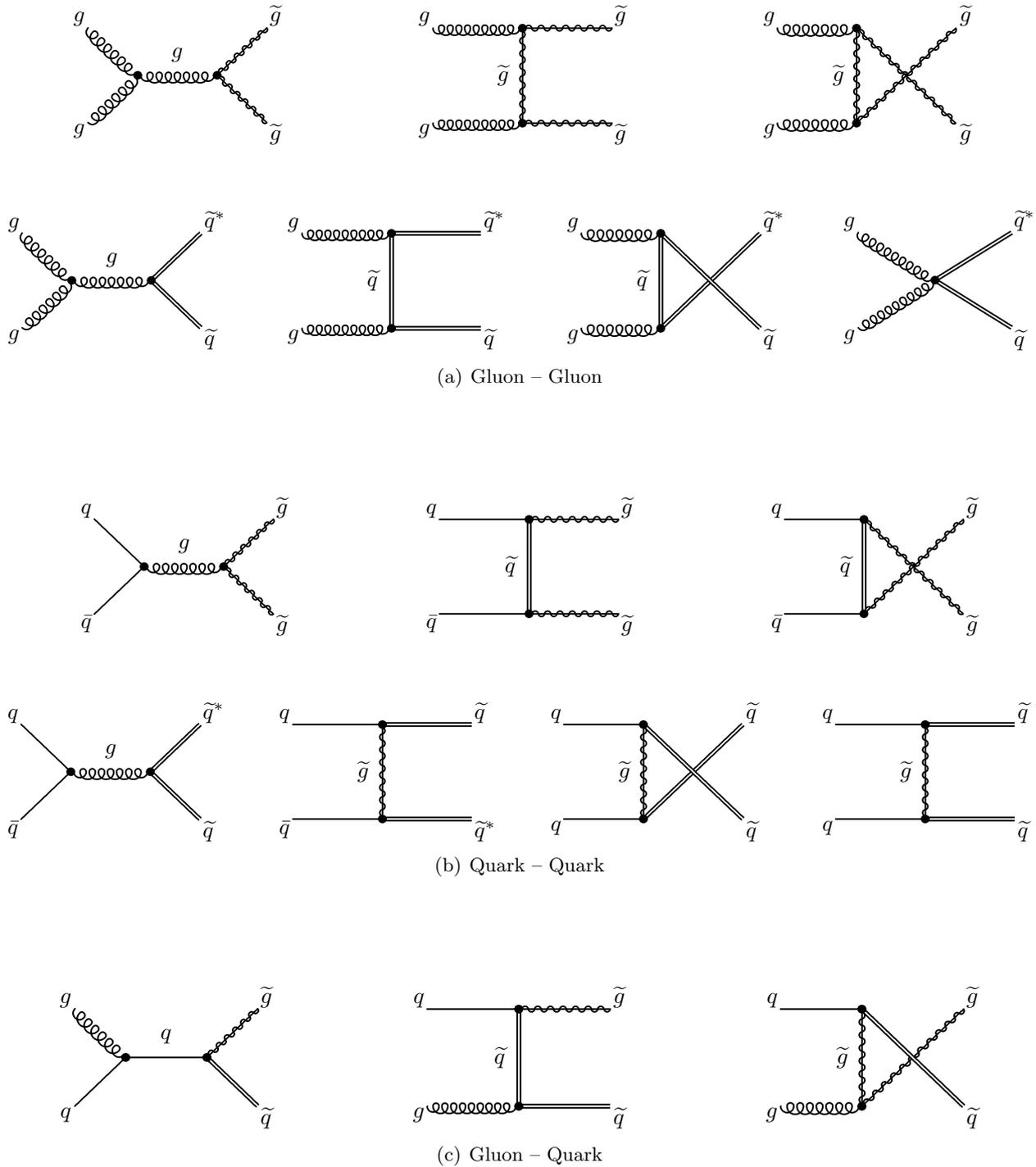


ABBILDUNG 4.2: Die möglichen Feynmangraphen auf BORN-Niveau für die Produktion supersymmetrischer Teilchen für verschiedene Anfangszustände von (a) zwei Gluonen, (b) zwei Quarks und (c) einem Quark und einem Gluon. Quarks und Gluonen sind die in Proton-Proton Kollision zur Verfügung stehenden Elementarteilchen, und daher ist die Produktion von SUSY-Teilchen über die starke Wechselwirkung dominant. Die Produktion über die elektroschwache Wechselwirkung spielt keine signifikante Rolle und ist hier nicht gezeigt. Die meisten erzeugten SUSY-Teilchen sind daher Paare aus \tilde{q} und \tilde{g} . Über deren Zerfall können andere SUSY-Teilchen erzeugt werden. \tilde{q}^* bezeichnet ein Anti-Squark.

Objekte als Taus identifiziert werden, die anderen Ursprungs sind, aber dennoch Ähnlichkeit mit Tau-Zerfällen haben. Solche *Fake*-Taus liefern ungewollt falsche Informationen, da ihr eigentlicher Ursprung kein Tau ist.

Die Schwierigkeiten durch Rekonstruktionseffizienz und *Fakes* ist dabei korreliert. *Fakes* lassen sich durch härtere Kriterien an den Jet unterdrücken, allerdings werden durch solche Forderungen auch weniger ursprüngliche Taus rekonstruiert, die diese Kriterien nicht erfüllen. Umgekehrt führt eine Lockerung der Anforderung an Tau-Jets zu mehr rekonstruierten Taus, aber gleichzeitig zu mehr *Fakes*. Die gängigen Rekonstruktionsalgorithmen für das ATLAS-Experiment sind `TauRec` [31] und `tau1p3p` [32].

`TauRec` ist ein Kalorimeter-basierter Identifikations- und Rekonstruktionsalgorithmus für hadronisch zerfallende Taus, der auf eine effiziente Erkennung und Separierung hadronischer Tau-Jets von QCD-Jets abzielt. Dabei betrachtet der Algorithmus topologische *Jet-cluster* und prüft diese hinsichtlich für Tau-Zerfälle charakteristischer Eigenschaften durch eine *likelihood*-Methode. Die wichtigen berücksichtigten Kriterien sind dabei

1. Anzahl der Spuren (1 oder 3) mit $p_T > 2$ GeV innerhalb $\Delta R < 0.3$
2. Radius im elektromagnetischen Kalorimeter ($\Delta R < 0.3$)
3. Isolation: anteilige Energie im Radius $0.1 < \Delta R < 0.2$ um das Baryo-Zentrum
4. Treffer im eta-Streifen (= Zahl der Zellen im EM-Kalorimeter mit $E > 200$ MeV in $\Delta R < 0.4$)
5. kleine Profilweite im eta-Streifen
6. elektrische Ladung (± 1)
7. Stoßparameter (= kleinster Abstand zur Strahlachse) der führenden Spur
8. großes Verhältnis von E_T zum p_T der führenden Spur

Ein hadronisch zerfallendes Tau zeigt sich hauptsächlich als schmaler, isolierter Jet mit einer oder drei geladenen Spuren und einem charakteristischen Schauerprofil, das sowohl Energiedeposition im elektromagnetischen, als auch im hadronischen Kalorimeter hinterlässt. Dabei ist ein größerer Teil der Energie in der führenden Spur der Teilchen. Die Unterdrückung von QCD-Jets ist für harte Tau-Kandidaten hauptsächlich über die Anzahl der geladenen Spuren möglich, denn ein harter QCD-Jet trägt typischerweise mehr als drei geladene Teilchen. Für weiche Taus ist eine Unterscheidung schwieriger und kann hauptsächlich durch den schmalen Radius im elektromagnetischen Kalorimeter und dem Verhältnis der transversalen Energie des Tau-Kandidaten zu dem p_T der führenden Spur gelingen. Zur Unterdrückung von Elektronen, die als 1-Prong-Zerfall erkannt werden könnten, werden weitere Variablen herangezogen, die speziell zur Ausmusterung von Elektronen konzipiert sind.

`tau1p3p` basiert auf Informationen der Spurrekonstruktion und sucht zunächst nach 1- oder 3-Prong Kandidaten durch ein oder drei geladene Pionen. Dazu werden ähnliche Kriterien wie bei `TauRec` verwendet, wie beispielsweise die schmale Kollimation des Jets. In dieser Arbeit werden jedoch nur Ergebnisse mit dem parametrisierten `TauRec`-Algorithmus gezeigt, und daher auf eine genauere Vorstellung von `tau1p3p` verzichtet.

Durch die Schwierigkeiten der Rekonstruktion von Tau-Leptonen, ist mit einer Reduktion der Statistik zu rechnen. Zunächst werden alle leptonischen Zerfälle nicht erkannt, womit etwa 35% der Taus verloren werden. Hinzu kommen die Zahl der Taus, deren hadronische Zerfälle nicht als

Tau-Zerfall erkannt werden. Da die Rekonstruktionseffizienz unter anderem eine Funktion von p_T^τ und η ist, ist eine allgemeine Aussage über die zu erwartende Anzahl an rekonstruierten Taus, verglichen mit der der tatsächlich entstandenen Taus schwierig. Nimmt man im Mittel eine Effizienz von 0.5 an, werden also nur $0.5 \cdot 0.65 = 0.325$ der Taus rekonstruiert. Da für ein Di-Tau-Ereignis zwei Taus benötigt werden, würde man mit einer Reduktion der Statistik um $0.325^2 \approx 0.1$ rechnen. Dies wird eine Messung der genauen Form der Spektren nur mit einer entsprechend hohen Luminosität ermöglichen.

Für diese Studie sollen die invarianten Massenspektren von zwei Taus gemessen werden. Durch die Tau-Rekonstruktion können diese Spektren jedoch verzerrt werden. Im Allgemeinen sind niedere-energetische Taus schlechter zu rekonstruieren, da unter anderem ihre Unterscheidung von QCD-Jets schwieriger ist. Dies wird zu einer systematischen Verzerrung des invarianten Massenspektrums der Taus führen, denn die invariante Masse der Taus lässt sich als

$$m_{\tau\tau} \approx \sqrt{2E_n \cdot E_f (1 - \cos(\vartheta))}$$

schreiben, wobei ϑ der Winkel zwischen Taus ist. Damit ist die Rekonstruktion eines Tau-Paares mit höherer invarianter Masse wahrscheinlicher, als die eines Tau-Paares mit kleiner invarianter Masse und die Spektren werden für kleine Massen unterdrückt. Diese Effekte müssen in der späteren Analyse berücksichtigt werden.

4.5 Simulation

Ein wichtiges Werkzeug für ATLAS-Studien sind Ereignisgeneratoren und die Simulation des Detektors. Dazu können verschiedene Physik-Szenarien in einer 14 TeV Proton-Proton-Kollision simuliert werden, die die Erzeugung und den Zerfall von Teilchen verschiedenster Modelle ermöglichen. Dies erlaubt eine Untersuchung, welche Signaturen verschiedene Modelle im dem Detektor zeigen, um anschließend tatsächliche Messungen vergleichen zu können.

Für einen solchen Vergleich müssen jedoch die Detektoreigenschaften gut verstanden sein, um aus den generierten Teilchen ein realistisches Bild im Detektor zu erstellen. Dazu müssen unter anderem die Wechselwirkung aller Teilchen mit den einzelnen Komponenten des Detektors simuliert werden, und eine realistische Umsetzung dieser Wechselwirkungen in die letztendlich auslesbaren elektrischen Signale vorgenommen werden. Auf die damit gewonnenen Detektorsignale können dann die Rekonstruktionsalgorithmen verwendet werden, die eine Nachbildung des ursprünglichen Ereignis versuchen. Für diese Kette aus Ereignisgenerierung, Detektorsimulation, Digitalisierung der Signale und Rekonstruktion ist für das ATLAS-Experiment das *Athena-Software-Framework* [33] entwickelt worden, dessen verwendete Komponenten im Folgenden beschrieben werden sollen.

4.5.1 Ereignisgeneratoren

Für die Generierung des Signals, also der SUSY-Ereignisse, wurde das Programm *Herwig* [34] verwendet. Dieses Programm ermöglicht die Erzeugung von Teilchen in supersymmetrischen Prozessen in einer 14 TeV Proton-Proton-Kollision. Hierfür werden alle möglichen Prozesse $p + p \rightarrow \text{SUSY} + X$ mit einer Häufigkeit entsprechend dem Wechselwirkungsquerschnitt simuliert. Da die eigentlich kollidierenden Teilchen die Partonen sind, wird diesen Konstituenten eine Energie entsprechend den *Parton-Density-Functions* zugeordnet, und aus den an der harten, elementaren Wechselwirkung teilnehmenden Partonen die ausgehenden Elementarteilchen produziert.

Das Matrixelement dieser grundlegenden Wechselwirkung in einem Ereignis kann in erster Ordnung berechnet werden, während andere Prozesse höherer Ordnung erst anschließend berücksichtigt werden. Zu diesem Zweck untergeht der harte Prozess in führender Ordnung einem *parton-shower*-Algorithmus, der durch die Abstrahlung von Gluonen $q \rightarrow qg$ und dem Prozess $g \rightarrow qq$ weitere Partonen produziert, die die Energie der ursprünglich erzeugten Partonen reduzieren. Dabei wird berücksichtigt, dass in führender Ordnung entstandene schwere Teilchen in einer so kurzen Zeitskala zerfallen können, dass nur eine bedingte Möglichkeit zur Bildung von Parton-Schauern besteht. Das gilt zum Beispiel für die Entstehung von *top*-Quarks, die zerfallen bevor die Hadronisierung einsetzt. Aber auch für die schweren Gluinos und Squarks ist die kurze Lebensdauer berücksichtigt. Die Breiten des Gluinos und des langlebigsten Squarks, dem \tilde{d}_R , sind am $SU(3)$ -Punkt: $\Gamma_{\tilde{g}} = 7.2$ GeV und $\Gamma_{\tilde{d}_R} = 0.35$ GeV¹, was Lebensdauern von $\tau_{\tilde{g}} \approx 9.14 \times 10^{-26}$ s und $\tau_{\tilde{d}_R} \approx 1.88 \times 10^{-24}$ s entspricht. Die primären SUSY-Teilchen \tilde{q} und \tilde{g} zerfallen damit vor der Hadronisierung, die erst nach etwa 10^{-23} s einsetzt. Damit wird der Zerfall dieser Teilchen noch vor der Hadronisierung simuliert, und auch die Tochterteilchen können Parton-Schauer aussenden.

Schließlich wird die Hadronisierung der so entstandenen Partonen simuliert. Dies beinhaltet sowohl die in führender Ordnung entstandenen Partonen mit ihren Parton-Schauern, als auch die überbleibenden Partonen der kollidierten Protonen, die nicht an dem harten, primären Kollisionsprozess teilgenommen haben und das sogenannte *underlying event* bilden. Bei der Formation von Hadronen ist wegen dem kleinen Impulstransfer die Kopplung der starken Wechselwirkung α_s sehr groß, und damit sind keine störungstheoretischen Ansätze möglich. Dieser Prozess wird daher durch ein phänomenologisches Modell beschrieben.

Für die nicht stark wechselwirkenden Teilchen, deren Lebensdauer so kurz ist, dass sie im Detektor zerfallen (z. B. Z , W) werden ebenfalls deren Zerfälle simuliert. Dabei ist für diese Studie der Zerfall des Taus von großer Bedeutung. Da die Polarisationsabhängigkeit der Tau-Zerfälle richtig simuliert werden muss, wird für deren Zerfall das `Tauola`-Paket verwendet [35]. Dies berücksichtigt die Abhängigkeit der Zerfallskinetik der Taus von der Polarisation je nach Zerfallsmodus. Eventuelle Photon-Abstrahlung des unzerfallenen Taus wird von `PHOTOS` [36] simuliert. Die so entstandenen Hadronen und anderen Teilchen sind dann innerhalb des Detektors stabil, und die Generierung der Ereignisse ist abgeschlossen.

Für die Generierung der Untergrund-Datensätze wurde das Programm `AlpGen` [37] verwendet. Dies unterscheidet sich von `Herwig` hauptsächlich durch eine aufwendigere und wirklichkeitsnähere Simulation von primären Kollisionsprozessen mit hoher Jet-Multiplizität durch die Verwendung von Matrixelementen höherer Ordnung. Damit können größere Teile der harten Partonen-Schauer exakt über Matrixelemente berechnet werden, während nur die weiche Abstrahlung von Partonen durch ein phänomenologisches Modell beschrieben wird.

4.5.2 Detektorsimulation

Mit den generierten Ereignissen kann das Ansprechverhalten des Detektors simuliert werden. Dazu kann entlang der berechneten Bahnen der Teilchen im Magnetfeld, die nach Energie und Teilchenart verschiedene Wechselwirkung mit allen Komponenten des Detektors berechnet werden. Aus den so erhaltenen Ladungsdepositionen können die auslesbaren Signale berechnet und eine Rekonstruktion versucht werden. Die volle Simulation des ATLAS-Detektors [38] berücksichtigt das Zusammenspiel aller einzelnen Teilchen mit allen Komponenten des Detektors und ist eine äußerst rechenintensive Aufgabe, die im Mittel eine Zeit von etwa zehn Minuten pro Ereignis benötigt. Im Rahmen dieser

¹Die Werte wurden mit `SPheno 2.2.3` berechnet [14].

Arbeit werden jedoch insgesamt mehr als 50 Millionen solcher Ereignisse generiert, und daher ist die Verwendung der vollen Detektorsimulation nicht möglich.

Für diese Arbeit wurde daher die schnelle Detektorsimulation **ATLFAST** [39] verwendet. Sie ermöglicht eine schnelle und parametrisierte Umwandlung der generierten Teilchen in Detektorsignale und deren Rekonstruktion. Dieser Vorgang stützt sich dabei auf den Vergleich mit der vollen Detektorsimulation und strebt die Reproduktion deren Ergebnisse an. Besonders wichtig ist dabei die Rekonstruktion von Tau-Leptonen. Da in der schnellen Detektorsimulation nicht die komplette Information der Kalorimeter und der Spurrekonstruktion zur Verfügung steht, können die eigentlichen Tau-Rekonstruktionsalgorithmen nicht verwendet werden. Für die Parametrisierung dieser Algorithmen müssen zwei Dinge berücksichtigt werden. Zunächst muss die Identifikation tatsächlicher Tau-Jets realistisch sein, und zum anderen müssen *Fake*-Taus berücksichtigt werden, die aus Jets kommen, die nicht aus einem Tau-Zerfall stammen.

Die Identifikation eines tatsächlichen Taus hängt von vielen Parametern ab. In der **ATLFAST**-Parametrisierung werden allerdings nur die beiden wichtigsten, nämlich der sichtbare Transversalimpuls p_T^{vis} und die Pseudorapidität η , berücksichtigt. Entsprechend der Effizienz aus der vollen Simulation wird je nach diesen Werten ein Tau als solches rekonstruiert oder nicht, wobei der Jet immer $p_T^{\text{vis}} > 10$ GeV und $|\eta| < 2.5$ erfüllen muss. Die Unterdrückung von Nicht-Tau-Jets wird ebenso über η und p_T^{Jet} bestimmt und gewährleistet eine realistische Abschätzung des Einflusses durch *Fake*-Taus in dieser Studie. Schließlich hat der Detektor ein endliches Auflösungsvermögen für die Energie und Impulsmessung. Diese wird in der **ATLFAST**-Parametrisierung über eine Verschmierung der Energien entsprechend einer GAUSS-Verteilung simuliert, deren Breite aus Studien mit der vollen Detektorsimulation gewonnen werden kann.

Die **ATLFAST**-Parametrisierung beinhaltet zusätzlich einen Jet-Rekonstruktionsalgorithmus, der eine realistische Identifikation von Jets erlaubt.

ANALYSE

Im diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Analyse der schnellen Detektorsimulation ATLFast gezeigt. Ziel ist eine Untersuchung der messbaren Effekte der Polarisation mit dem ATLAS-Detektor, und die Vorstellung einer möglichen Strategie zur Messung der Polarisation der beiden Taus.

5.1 Ereignis-Selektion

Für eine realistische Studie müssen zunächst die Signalereignisse von den Untergrundereignissen getrennt werden. Zum Untergrund gehören vorerst alle Standardmodellprozesse, die keine supersymmetrischen Teilchen beinhalten. Solche Ereignisse stellen den größten Anteil der möglichen Prozesse in einer Proton-Proton-Kollision dar, und müssen heraus gefiltert werden. Sind einmal die supersymmetrischen Ereignisse selektiert, benötigt man jene, die den gesuchten Zerfall beinhalten. Es muss also sowohl Standardmodell-, als auch SUSY-Untergrund beachtet werden. Darüber hinaus wird sich zeigen, dass die Selektion der Taus nicht eindeutig ist, und zusätzlich kombinatorischer Untergrund hinzukommt.

Der Standardmodell-Untergrund kann weitgehend durch typische SUSY-Schnitte reduziert werden [40]. Die Erhaltung von R -Parität hat durch zwei stabile LSPs am Ende der Zerfallsketten eine deutliche Signatur von fehlender Transversalenergie. Solche Ereignisse sind im Standardmodell nur durch Neutrinos möglich, die typischerweise deutlich weniger Energie mit sich tragen. Fehlender Transversalimpuls kann sich allerdings auch durch eine falsche Jet-Energie-Rekonstruktion ergeben. Sollte die Energie eines Jets deutlich unter- oder überschätzt werden, so ergibt sich eine Asymmetrie in der transversalen Impulsverteilung, die von fehlender Transversalenergie durch das $\tilde{\chi}_1^0$ nur schwer zu unterscheiden ist. Eine Möglichkeit zur Trennung dieser Effekte liefert die Betrachtung des $\Delta\phi$ zwischen der fehlenden Transversalenergie und allen Jets. Sollte einer der Jets genau in dieser Richtung liegen, ist eine falsche Jet-Energiemessung wahrscheinlich. Ist die Jet-Energie überschätzt, wäre der daraus resultierende fehlende Transversalimpuls allerdings dem Jet genau entgegengesetzt.

Eine weitere, wichtige Signatur supersymmetrischer Prozesse sind harte Jets. Da die SUSY-Teilchen sehr massiv sind, tragen die aus deren Zerfällen erzeugten Standardmodell-Teilchen eine hohe Energie entsprechend der Massendifferenz der in der Kaskade beteiligten SUSY-Teilchen. Für die Entstehung zweier Gluinos erwartet man in mSUGRA-Modellen zunächst einen Zerfall in Squarks, und schließlich deren Zerfall in ein Gaugino. Da in beiden Zerfällen die Massendifferenz der SUSY-Teilchen groß ist, werden die zwei entstandenen Quarks eine hohe Energie besitzen, was sich im Detektor als harte Jets zeigt. Werden zwei Gluinos erzeugt, sind vier solcher harter Jets zu erwarten.

Die letztendlichen Schnitte wurden entsprechend einer Maximierung der Signifikanz des $SU3$ -Signals bezüglich Standardmodell-Untergrund nach Anwendung der Schnitte gewählt und sind aus [40] übernommen:

$$E_{T,\text{miss}} > 230 \text{ GeV} , \quad p_{T,1. \text{ Jet}} > 220 \text{ GeV} , \quad p_{T,2. \text{ Jet}} > 50 \text{ GeV} , \quad p_{T,4. \text{ Jet}} > 40 \text{ GeV} \quad (5.1)$$

Die Nummerierung der Transversalimpulse entspricht der Härte der Jets, wobei τ -Jets nicht berücksichtigt werden. Diese Schnitte gewährleisten eine Selektion der Ereignisse mit supersymmetrischen Prozessen. Um nun noch solche, mit dem gesuchten Zerfall zu isolieren, werden zunächst noch mindestens zwei Taus gefordert. Der Signalprozess beinhaltet eigentlich immer zwei gegenpolige Taus, doch aus Gründen der Kombinatorik, werden auch die Taus mit gleichem Vorzeichen benötigt. Die Schwierigkeit besteht in der richtigen Kombination der Taus, die aus *einem* $\tilde{\chi}_2^0$ -Zerfall kommen. Dazu kann zunächst eine Forderung an den Abstand der Taus getroffen werden, da Taus aus einer Zerfallskette näher beieinander liegen sollten, als zwei unkorrelierte. Eine Wahl von $\Delta R < 2$ hat sich dabei als besonders effektiv gezeigt [40]. Für die Rekonstruktion wurde die in ATLFAST verwendete parametrisierte Form des **tauRec**-Algorithmus verwendet.

Die Kontamination der Spektren durch falsche Kombination von Taus kann zusätzlich über die Subtraktion der *same-sign*-Verteilung der Taus unterdrückt werden. Werden in einem Ereignis zwei Taus mit gegensätzlichem Vorzeichen rekonstruiert, können es zunächst Taus aus zwei verschiedenen $\tilde{\chi}_2^0$ -Zerfallsketten sein, in denen das jeweils zweite Tau nicht rekonstruiert wurde. Da immer zwei SUSY-Teilchen erzeugt werden, ist dies nicht unwahrscheinlich. Zudem gibt es die Möglichkeit, dass eines der Taus nicht rekonstruiert wurde, und das zweite ein *Fake*-Tau ist. Dazu existieren weitere Produktionskanäle, in denen Taus entstehen, die nicht aus dem Signalprozess kommen. Ein wichtiges Beispiel ist dabei der Zerfall des leichtesten Charginos:

$$\tilde{\chi}_1^\pm \rightarrow \tilde{\nu}_\tau \tau^\pm \quad \text{oder} \quad \tilde{\chi}_1^\pm \rightarrow \nu_\tau \tilde{\tau}_1^\pm \rightarrow \nu_\tau \tau^\pm \tilde{\chi}_1^0$$

Da in vielen der SUSY-Ereignissen ein $\tilde{\chi}_1^\pm$ vorkommt, ist eine falsche Kombination mit einem Tau aus dessen Zerfall wahrscheinlich. Um diesen und anderen kombinatorischen Untergrund zu unterdrücken, bedient man sich der Methode der *same-sign*-Subtraktion [40]. Die falsche Kombination von Taus aus verschiedenen Zerfallsketten (oder *Fakes*), sollte die gleiche Wahrscheinlichkeit für zwei gegenpolige Taus, die wie der gesuchte Signalprozess erscheinen, haben, wie die Wahrscheinlichkeit für zwei gleichgeladene Taus. Dies ist richtig, solange die Produktion der Taus unkorreliert ist, also zum Beispiel aus zwei verschiedenen Zerfallsketten. Da die Massenverteilungen solcher Di-Tau-Paare keine physikalische Information beinhalten, kann man erwarten, dass die Verteilungen für gleichpolige und gegenpolige unkorrelierte Tau-Paare die gleiche Form haben. Damit können die Beiträge zum invarianten Massenspektrum aus kombinatorischem Untergrund durch die Subtraktion des Massenspektrums der gleichgeladenen Taus von dem der gegensätzlich geladenen Taus, die die Signal-Taus beinhalten, unterdrückt werden. In der gleichen Weise lässt sich so Untergrund durch die Kombination eines Signal-Taus mit einem *Fake*-Tau unterdrücken, da die Wahrscheinlichkeit, ein Objekt fälschlicherweise als Tau zu identifizieren, von der Polarität der Ladung unabhängig ist. Auch die Kombination zweier *Fake*-Taus, sowie die eines *Fakes* mit einem Nicht-Signal-Tau kann so reduziert werden.

Die Spektren für gleichpolige und gegenpolige Taus auf Detektorniveau sind in Abbildung 5.1 zu sehen. Dabei wurden noch keine Schnitte verwendet und nur $SU3$ -Signalereignisse entsprechend 36.1 fb^{-1} betrachtet. Man kann deutlich den Schwanz in der *opposite-sign*-Verteilung über dem theoretischen Endpunkt von $\approx 100 \text{ GeV}$ erkennen, der nicht durch Tau-Paare aus dem Signalprozess kommen kann. Allerdings lässt sich dieser durch die Subtraktion der *same-sign*-Verteilung (SS)

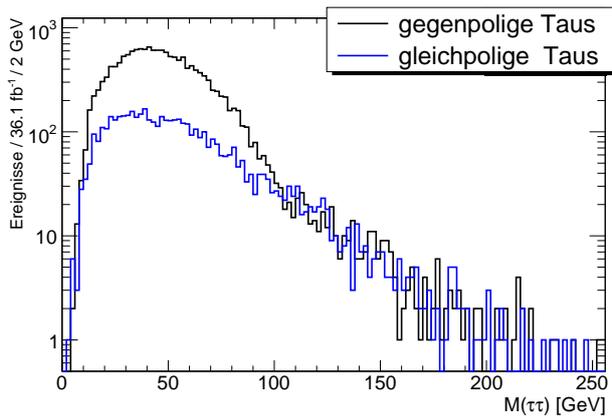


ABBILDUNG 5.1: Die Spektren der gleichpoligen (blau, SS) und die der gegenpoligen Taus (schwarz, OS) des $SU3$ -Datensatzes ohne Schnitte nach Detektorsimulation. Der theoretische Endpunkt der Verteilung liegt bei 100 GeV . Die Massenpaare über dem Endpunkt kommen durch kombinatorischen Untergrund und Fakes zustande. Der Erwartung entsprechend, sind die beiden Verteilungen allerdings oberhalb des Endpunktes gleich. Hier sind nur falsch kombinierte Taus in der OS -Verteilung, und man erwartet die gleiche Verteilung für gegenpolige, wie für gleichpolige Taus.

unterdrücken, da sie die gleiche Form wie der kombinatorische Untergrund der *opposite-sign*-Verteilung (OS) hat.

Die korrelierte Produktion zweier Taus mit gegensätzlichem Vorzeichen, die nicht aus einem $\tilde{\chi}_2^0$ -Zerfall kommen, kann damit jedoch nicht beseitigt werden. Ein Beispiel hierfür liefert der Zerfall

$$\tilde{\chi}_{3,4}^0 \rightarrow \tilde{\chi}_1^\pm \tau^\mp \nu_\tau \rightarrow \tilde{\tau}^\pm \nu_\tau \tau^\mp \nu_\tau \rightarrow \tau^\pm \tilde{\chi}_1^0 \nu_\tau \tau^\mp \nu_\tau.$$

In diesem entstehen korreliert zwei gegenpolige Taus, die durch kein Pendant mit zwei gleich geladenen Taus subtrahiert werden können. Abbildung 5.1 zeigt jedoch, dass die dominanten Beiträge zum kombinatorischen Untergrund mit dieser Methode unterdrückt werden können.

Um die Effekte durch Untergrund zu analysieren, werden wichtige Standardmodell-Prozesse mit den Schnitten untersucht, um deren Effektivität zu prüfen. Dafür wird die oben beschriebene Analyse auf verschiedenen Untergrund-Datensätzen durchgeführt, um zu sehen, welche Prozesse Signaturen im Detektor hinterlassen, die denen der gesuchten Ereignisse ähnlich sind. Zunächst sind dabei natürlich solche Ereignisse interessant, in denen tatsächlich Taus entstehen. Aber auch Ereignisse, in denen keine Taus entstehen, können durch *Fakes* einen ungewollten Beitrag zu den Spektren liefern. Dafür ist insbesondere auch eine Untersuchung von QCD-Ereignissen erforderlich, die am LHC den größten Wechselwirkungsquerschnitt haben, und daher den dominanten Anteil der Prozesse ausmachen.

Eine Produktion von wirklichen Tau-Paaren kann über den Zerfall $Z \rightarrow \tau\tau$ geschehen. Die Anforderungen an fehlenden Transversalimpuls kann durch Neutrinos oder fehlgemessene Jets erfüllt werden und die hohe Jet-Multiplizität durch zusätzliche QCD-Jets. Desweiteren werden auch die anderen Zerfälle des Z berücksichtigt, die durch *Fake*-Taus beitragen könnten. Insbesondere der Zerfall in zwei Neutrinos könnte einen großen fehlenden Transversalimpuls liefern, der einem SUSY-Ereignis ähnlich ist. Die Prozesse werden dabei nach der Anzahl zusätzlicher Jets gestaffelt.

Ein weiterer, wichtiger Untergrund ist die Erzeugung von *top*-Paaren. Diese strahlen bei ihrem Zerfall in *b*-Quarks ein W ab, das leptonisch in ein Tau zerfallen kann. Damit können je nachdem ob beide, eines oder keines der W -Bosonen in Taus zerfallen, Ereignisse mit echten Taus erzeugt werden. Doch auch ohne echte Taus könnten durch *Fakes* Beiträge entstehen. Die Ereignisse werden erneut nach zusätzlichen QCD-Jets gestaffelt.

Echte Taus können ebenso in W -Zerfällen entstehen, in denen durch das Neutrino auch echter fehlender Transversalimpuls gegeben ist. Es werden Ereignisse mit zwei bis fünf zusätzlichen QCD-Jets berücksichtigt. Die genannten Untergründe sind alle auch mit höherer Jet-Multiplizität möglich, und wären damit in ihrer Phänomenologie einem SUSY-Ereignis ähnlicher. Allerdings

Untergrund-Ereignisse							
Prozess	Anzahl [10^3]	σ [pb]	$\int Ldt$ [fb^{-1}]	Prozess	Anzahl [10^3]	σ [pb]	$\int Ldt$ [fb^{-1}]
$Z \rightarrow \tau\tau$				$Z \rightarrow \mu\mu$			
+1 Jet	270	121.7	2.2	+1 Jet	270	122	2.2
+2 Jets	299	30	9.97	+2 Jets	299	30	10
+3 Jets	118	5.9	20	+3 Jets	117	6	9.9
+4 Jets	22.7	1.14	21	+4 Jets	23	1	19.9
+5 Jets	2.5	0.25	10	+5 Jets	2.5	0.3	10.2
$Z \rightarrow ee$				$Z \rightarrow \nu\nu$			
+1 Jet	270	122	2.2	+1 Jet	2100	703	3
+2 Jets	299	30	5	+2 Jets	1100	168	6.4
+3 Jets	117	6	9.9	+3 Jets	244	34	7.3
+4 Jets	23	1	19.9	+4 Jets	57	6	9
+5 Jets	2.5	0.3	10.2	+5 Jets	14	1	10
$t\bar{t} \rightarrow b\bar{b} + \ell\nu_\ell\ell\nu_\ell$				$t\bar{t} \rightarrow b\bar{b} + \ell\nu_\ell q\bar{q}$			
+0 Jets	237	25	9.5	+0 Jets	824	99	8.3
+1 Jet	140	13.7	10.2	+1 Jet	348	54	6.4
+2 Jets	84	4.8	17.5	+2 Jets	225	19.3	11.7
+3 Jets	30.6	1.7	18	+3 Jets	71.4	6.8	10.4
$t\bar{t} \rightarrow b\bar{b} + qq\bar{q}\bar{q}$				$W + \text{Jets}$			
+0 Jets	200	99	2.0	+2 Jets	1779	71	25
+1 Jet	87	54	1.6	+3 Jets	166	38.5	4.3
+2 Jets	168	20	8.8	+4 Jets	117	13.2	8.9
+3 Jets	51	7	7.5	+5 Jets	72.5	3.6	20.13
Multijets (100-200 GeV)				Multijets (200-500 GeV)			
3 Jets	118	4×10^5	3.3×10^{-4}	3 Jets	34	2×10^4	1.4×10^{-3}
4 Jets	13	5×10^4	2.5×10^{-4}	4 Jets	24	9×10^3	2.6×10^{-3}
5 Jets	30	8×10^3	3.8×10^{-3}	5 Jets	17	3×10^3	6×10^{-3}
Multijets (500-1000 GeV)				Multijets (1000-2000 GeV)			
3 Jets	43	2×10^2	0.2	3 Jets	77	4	19.2
4 Jets	22	1.6×10^2	0.1	4 Jets	21	3	6.7
5 Jets	31	98	0.3	5 Jets	51	2	20.7
Multijets (> 2000 GeV)				Multijets (alle p_T)			
3 Jets	51	2×10^{-2}	2093	2 Jets	697	6×10^6	1.2×10^{-4}
4 Jets	9	1.8×10^{-2}	515	3 Jets	194	9×10^5	2.3×10^{-4}
5 Jets	6	1.4×10^{-2}	464	4 Jets	91	1.1×10^5	8.6×10^{-4}
				5 Jets	102	1.4×10^4	7.3×10^{-3}

TABELLE 5.1: Die verwendeten Datensätze für den Standardmodell-Untergrund mit Anzahl der Ereignisse (in 1000), Wechselwirkungsquerschnitt und der daraus folgenden integrierten Luminosität. Die QCD-Prozesse wurden dabei in verschiedene p_T -Bereiche der Jets gestaffelt und alle Untergründe mit verschiedenen Anzahlen von Jets betrachtet.

Die Wechselwirkungsquerschnitte der $W + \text{Jets}$ Ereignisse beinhalten schon die Effekte der Vorselektion dieser Datensätze. Alle Datensätze wurden mit ALPGEN [37] generiert.

Prozess	Anz. (OS)	gew. Anz. (OS)	Anz. (SS)	gew. Anz. (SS)
$t\bar{t} \rightarrow b\bar{b} + \ell\nu_\ell\ell\nu_\ell + 1 \text{ Jet}$	1	4	–	–
$t\bar{t} \rightarrow b\bar{b} + \ell\nu_\ell\ell\nu_\ell + 2 \text{ Jets}$	3	6	–	–
$t\bar{t} \rightarrow b\bar{b} + \ell\nu_\ell\ell\nu_\ell + 3 \text{ Jets}$	3	4	–	–
$t\bar{t} \rightarrow b\bar{b} + \ell\nu_\ell qq + 2 \text{ Jets}$	–	–	1	3
$t\bar{t} \rightarrow b\bar{b} + \ell\nu_\ell qq + 3 \text{ Jets}$	1	3	–	–
$Z \rightarrow \tau\tau + 2 \text{ Jets}$	2	8	–	–
$Z \rightarrow \tau\tau + 3 \text{ Jets}$	12	24	–	–
$Z \rightarrow \tau\tau + 4 \text{ Jets}$	5	10	–	–
$Z \rightarrow \tau\tau + 5 \text{ Jets}$	1	4	–	–
$W + 2 \text{ Jets}$	4	32	4	32
$W + 3 \text{ Jets}$	4	32	1	8
$W + 4 \text{ Jets}$	7	28	9	36
$W + 5 \text{ Jets}$	5	10	16	32

TABELLE 5.2: Die Anzahl der Untergrundereignisse nach Anwendung der Schnitte. Die gewichtete Anzahl ist die auf eine integrierte Luminosität von 36.1 fb^{-1} normierte Anzahl an Ereignissen. Da zwei Taus für ein Ereignis gefordert werden, sind Untergrundereignisse wichtig, in denen mindestens ein wirkliches Tau entstehen kann.

sind die Wechselwirkungsquerschnitte für solche Prozesse sehr klein, verglichen mit dem für die SUSY-Produktion, und werden nicht berücksichtigt.

Schließlich wird noch QCD-Untergrund betrachtet. Dabei werden Datensätze mit unterschiedlicher Anzahl an Jets in verschiedenen p_T -Bereichen verwendet. Hier sind nur Fake-Taus und fehlende transversale Energie durch falsch gemessene Jets möglich. Die verwendeten Daten sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Die Ereignisse, die den Schnitten genügen, sind in Tabelle 5.2 gezeigt. Erwartungsgemäß sind solche Ereignisse dem Signalprozess am ähnlichsten, in denen mindestens ein Tau entsteht. Zusätzlich erschwert die hohe Multiplizität der Jets, die auch typisch für SUSY-Ereignisse ist, eine Identifikation von Standardmodell-Prozessen. Die genannte Zahl der Jets ist dabei die Anzahl der auf Parton-Niveau direkt nach der Kollision entstandenen Gluonen und Quarks. Durch Gluonabstrahlung, Fragmentation und Aufteilung breiter Jets durch die Jet-Algorithmen, kann die Jet-Multiplizität allerdings deutlich höher sein. Daher werden auch Ereignisse mit weniger als in dieser Bezeichnung gezählten vier Jets den Schnitten gerecht.

Die Verteilungen der Untergrund- und Signalereignisse sind in Abbildung 5.2 dargestellt. Die Analyse soll später mit einer integrierten Luminosität von 36.1 fb^{-1} gemacht werden. Um alle Datensätze auf diese integrierte Luminosität zu normieren, werden die Verteilungen der einzelnen Untergründe mit der nächsten ganzen Zahl zum Verhältnis der zur Verfügung stehenden Luminositäten und 36.1 fb^{-1} multipliziert:

$$N \left(\hat{=} 36.1 \text{ fb}^{-1} \right) = N(\text{nach Schnitten}) \cdot \underbrace{\frac{36.1 \text{ fb}^{-1}}{\text{zur Verfügung stehende int. Luminosität}}}_{\text{gerundet auf ganze Zahl}} \quad (5.2)$$

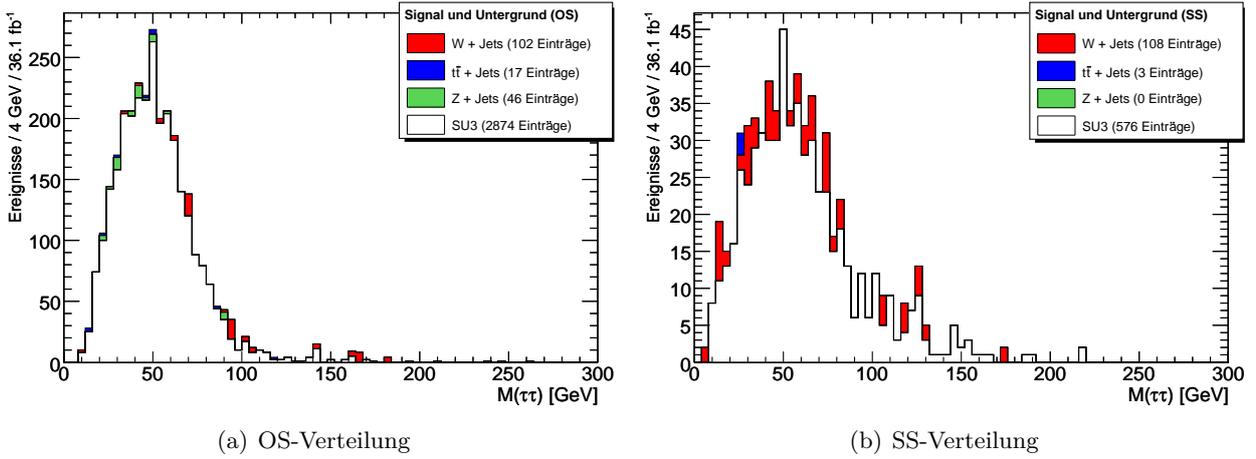


ABBILDUNG 5.2: Die Verteilungen für Signal- und Untergrundereignisse. Offensichtlich dominieren die $SU3$ -Ereignisse beide Verteilungen. Wie erwartet, tragen die $Z \rightarrow \tau\tau$ Ereignisse nur in der OS-Verteilung bei.

Die W +Jets-Datensätze sind allerdings nur mit einer Vorselektion von $E_{T,\text{miss}} > 50$ GeV und entweder vier Jets mit $p_T > 40$ GeV, oder zwei Jets mit $p_T > 80$ GeV verfügbar. Da die verwendeten Schnitte auch alle die Ereignisse verworfen hätten, die der Vorselektion nicht gerecht werden, sind effektiv mehr Ereignisse berücksichtigt, als in Tabelle 5.1 genannt sind, und damit steht auch eine größere integrierte Luminosität in Gleichung 5.2 zur Verfügung. Um eine realistische Abschätzung über den durch W +Jets entstehenden Untergrund zu haben, wird der Wechselwirkungsquerschnitt neu gewichtet. Die eigentlichen Werte sind

$$\sigma_{W+2\text{Jet}} = 824\text{pb}, \quad \sigma_{W+2\text{Jets}} = 157\text{pb}, \quad \sigma_{W+4\text{Jet}} = 30\text{pb} \quad \text{und} \quad \sigma_{W+5\text{Jet}} = 6.8\text{pb}.$$

Eine Erhöhung der zur Verfügung stehenden integrierten Luminosität in Gleichung 5.2 ist für eine feste Zahl an Ereignissen gleichbedeutend mit einer Verkleinerung des Wechselwirkungsquerschnitts. Dafür werden diese mit dem Verhältnis zwischen Anzahl der Ereignisse nach der Vorselektion, durch Anzahl der Ereignisse vor der Vorselektion multipliziert:

$$\sigma'_{W+n\text{Jet}} = \sigma_{W+n\text{Jet}} \frac{\text{Anzahl Ereignisse nach Vorselektion}}{\text{Anzahl Ereignisse vor Vorselektion}} \quad (5.3)$$

Dieser neue, kleinere Wechselwirkungsquerschnitt sorgt für eine größere zur Verfügung stehende integrierte Luminosität, die in Gleichung 5.2 eine kleinere Skalierung der Untergrund-Ereignisse verursacht.

Die $SU3$ -Ereignisse mit dem Standardmodell-Untergrund nach den Schnitten sind in Abbildung 5.2 dargestellt. Offensichtlich dominieren die SUSY-Ereignisse in allen Bereichen beider Verteilungen. Die $Z \rightarrow \tau\tau$ Ereignisse sind dabei ausschließlich in der OS-Verteilung zu finden, da korreliert zwei gegenpolige Taus entstehen. Ebenso sind die $t\bar{t}$ -Ereignisse dominant in der OS-Verteilung zu finden, da hier die beiden W^\pm aus den t - und \bar{t} -Zerfällen die Entstehung zweier gegenpoliger Taus ermöglichen. Die W +Jets Ereignisse erscheinen gleichermaßen in beiden Verteilungen, da hier keine korrelierten Tau-Paare entstehen. Die harten Schnitte sorgen also für eine effiziente Unterdrückung

von Standardmodell-Ereignissen, reduzieren aber zeitgleich auch die Statistik des SUSY-Signals. Die Signifikanzen des SUSY-Signals in den beiden Verteilungen sind

$$s_{OS} = \frac{\text{Signal(OS)}}{\sqrt{\text{Untergrund(OS)}}} = \frac{2874}{\sqrt{165}} = 224 \quad \text{und} \quad s_{SS} = 55.$$

5.2 Untersuchung der Polarisierungseffekte

Zur Untersuchung der Effekte der Polarisierung auf das Massenspektrum der beiden Taus, werden drei $SU3$ -ähnliche Samples entsprechend 36.1 fb^{-1} mit verschiedenen Polarisierungen für die Taus produziert. Dabei werden die Ereignisse mit `Herwig` generiert, der Zerfall der Taus mit `Tauola` simuliert und die Rekonstruktion mit der `ATLFAST`-Parametrisierung durchgeführt. Um die Auswirkung der Polarisierung auf die Massenspektren der Taus zu untersuchen, wird in den drei Datensätzen jeweils die Polarisierung der Taus geändert, die aus dem Zerfall des $\tilde{\chi}_2^0$ oder des $\tilde{\tau}_1$ kommen. Die Polarisierungen werden dabei in den Kombinationen RR , LL und RL/LR (Chiralitäten) gewählt. Von theoretischer Seite sind die Zustände RL und LR , wenn der erste Buchstabe das *near*-, und der zweite das *far*-Tau bezeichnet, in den Di-Tau-Massenspektren nicht zu unterscheiden. Von experimenteller Seite kann dies nicht ohne Weiteres behauptet werden. Da das *far*-Tau aus einem $\tilde{\tau}_1$ kommt, müssen auch alle anderen Taus aus einem $\tilde{\tau}_1$ die gleiche Polarisierung wie das *far*-Tau tragen. Abgesehen von dem direkten Dreikörperzerfall des $\tilde{\chi}_2^0$

$$\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tau^+ \tau^- \quad (\text{BR}(\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tau^+ \tau^-) \approx 0.11\% \text{ in } SU3)$$

und dem Zerfall des $\tilde{\chi}_2^0$ in das $\tilde{\chi}_1^0$ und ein Z mit dessen anschließendem Zerfall in zwei Taus

$$\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow Z \tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tau^+ \tau^- \tilde{\chi}_1^0 \quad (\text{BR}(\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow Z \tilde{\chi}_1^0) \cdot \text{BR}(Z \rightarrow \tau^+ \tau^-) \approx 0.075\% \text{ in } SU3)$$

wird jedes Tau aus einem $\tilde{\chi}_2^0$ -Zerfall immer auch von einem Tau aus einem $\tilde{\tau}$ -Zerfall begleitet. Umgekehrt ist das aber nicht der Fall. Da es zahlreiche Produktionskanäle für ein $\tilde{\tau}_1$ mit dessen anschließendem Zerfall in ein Tau gibt, denen kein $\tilde{\chi}_2^0$ -Zerfall vorangeht, sollten Taus aus $\tilde{\tau}_1$ häufiger sein, als solche aus $\tilde{\chi}_2^0$. Tatsächlich stammt sogar der dominierende Anteil (72%) aller Taus aus SUSY-Prozessen am $SU3$ -Punkt aus einem $\tilde{\tau}_1$ -Zerfall. Daher sind kombinatorische Untergrundereignisse mit Taus aus $\tilde{\tau}_1$ gegenüber Taus aus $\tilde{\chi}_2^0$ dominierend, und man könnte einen Unterschied zwischen den beiden Möglichkeiten RL und LR erwarten. Hinzu kommen unterschiedliche Rekonstruktionseffizienzen für das *near* und das *far* Tau durch verschiedene p_T -Spektren. Eine Untersuchung dieser Asymmetrien hat allerdings keinen Effekt gezeigt.

5.2.1 Polarisierungseffekte auf Generatorniveau

Um die Effekte auf die letztendlichen Spektren auf Detektorniveau zu verstehen, sollen zunächst die Spektren auf Generatorniveau untersucht werden. Dies gewährt Einblick in die einzelnen Beiträge, aus denen sich das letztendliche Spektrum zusammensetzt, denn hier sind noch keine Effekte der Tau-Rekonstruktion oder der Detektorauflösung zu sehen.

Die Abhängigkeit der Zerfallskinetik von der Polarisierung für verschiedene Zerfallsmodi der Taus wurde bereits gezeigt. Um die Auswirkungen auf das Di-Tau-Spektrum zu untersuchen, werden in den generierten Ereignissen solche $\tilde{\chi}_2^0$ gesucht, die über den gesuchten Prozess in zwei Taus und

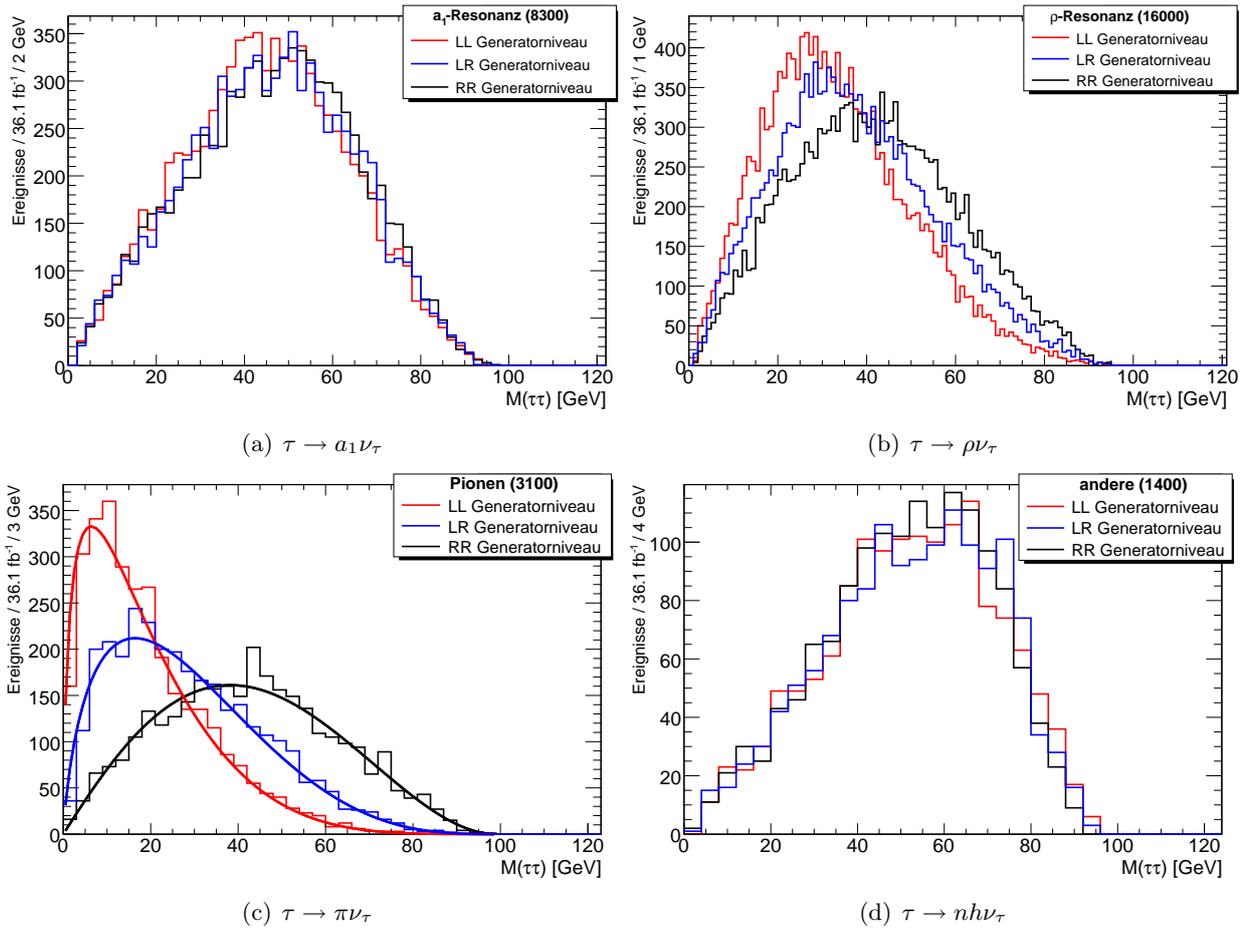
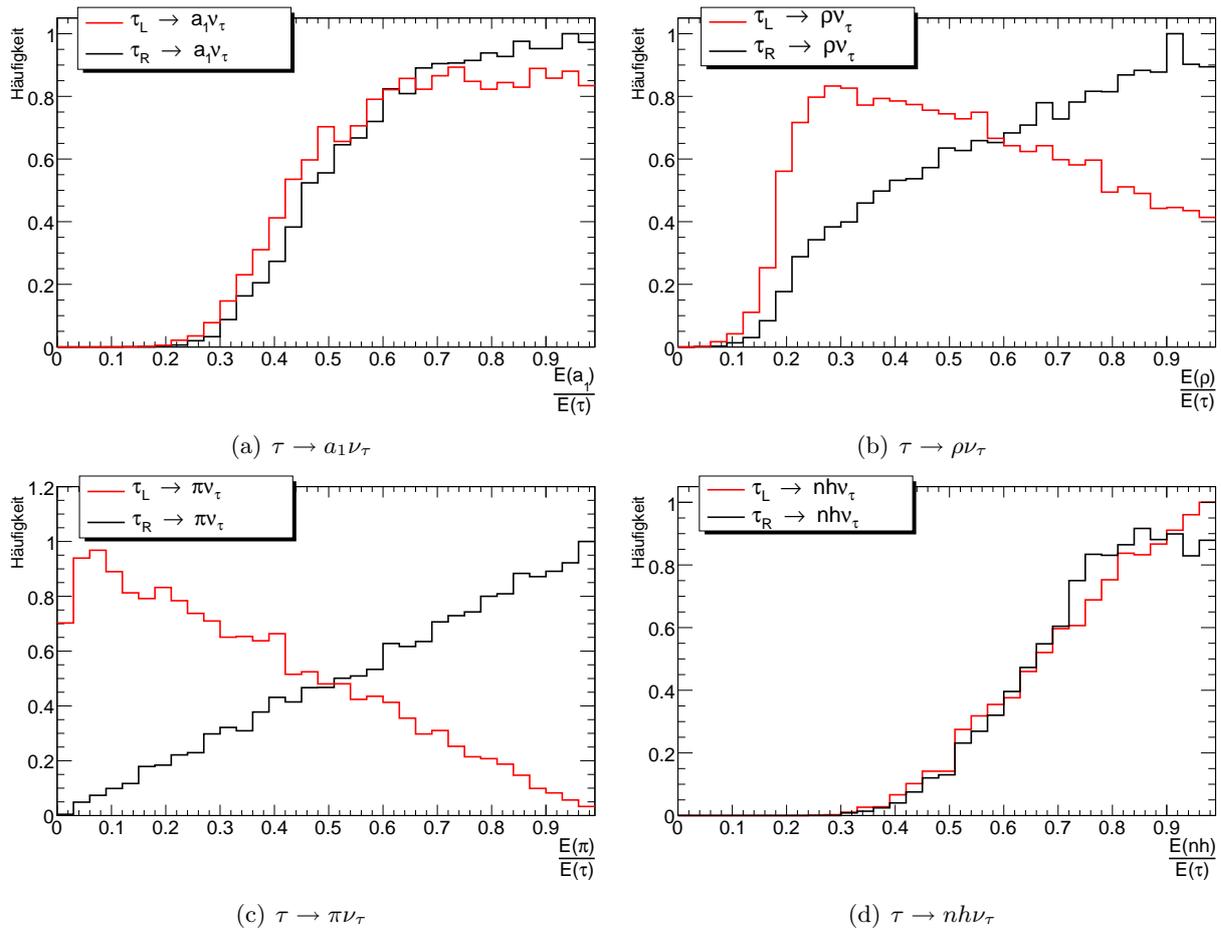


ABBILDUNG 5.3: Die Spektren der sichtbaren Zerfallsprodukte des Taus für verschiedene hadronische Zerfallsmodi auf Generatorniveau. Für ein Ereignis wurde gefordert, dass beide Taus in das jeweilige Teilchen zerfallen. Der Zerfall $\tau \rightarrow nh \nu_\tau$ beinhaltet alle Zerfälle, in denen beide Taus nicht in ein ρ , a_1 oder ein einzelnes π zerfallen. Die Zahlen in den Klammern sind die auf Hundert gerundeten, mittleren Einträge in den Histogrammen, die Kurven in (c) sind die Funktionen 3.24.

ein $\tilde{\chi}_1^0$ zerfallen. Da diese Taus nicht direkt sichtbar sind, werden nur die sichtbaren, hadronischen Zerfallsprodukte selektiert, entsprechend dem Zerfall sortiert, und ihre invariante Masse gebildet. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.3 zu sehen, wobei für ein Ereignis der Zerfall beider Taus über den entsprechenden Kanal gefordert wird.

Die invarianten Massen der Produkte aus verschiedenen Zerfällen haben unterschiedliche Sensitivität auf die Polarisation. Wie erwartet, zeigen die a_1 -Mesonen fast keine Abhängigkeit von der Polarisation, da es ebenso viele longitudinal wie transversal polarisierte gibt. Bei den Zerfällen über die ρ -Resonanz ist hingegen auf Grund der dominierenden Beiträge durch longitudinale ρ -Mesonen, ein deutlicher Unterschied in den Spektren zu sehen. Da bei rechtschiralen Taus mehr Energie vom ρ_L mitgetragen wird als von linkschiralen, haben die RR -Spektren im Mittel höhere invariante Massen als die LL -Spektren. Ebenso verhält es sich für die Pionen. Die Kurven sind die auf den theoretischen Endpunkt gestreckten und auf den Inhalt der Bins normierten Vorhersagen ([18], Gleichung 3.27, Seite 38). Abbildung 5.3(d) zeigt das sichtbare Massenspektrum aller anderen hadronischen Zerfälle der Taus.



ABILDUNG 5.4: Die Fragmentationsfunktionen der Taus für verschiedene hadronische Zerfälle. Beim Zerfall in ein Pion oder ein ρ wird im Mittel mehr Energie des Taus mitgenommen, wenn es aus einem rechtschiralen Tau kommt. Die Häufigkeit ist in willkürlichen Einheiten.

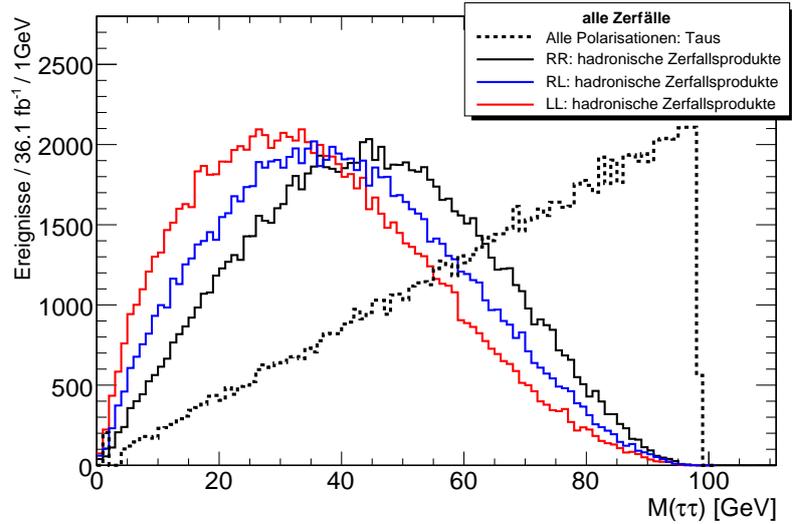
Abbildung 5.3 lässt auch eine Abschätzung der Beiträge des gesamten Spektrums durch einzelne Zerfallsmodi zu. Die unterschiedliche Anzahl an Einträgen ist Ausdruck verschiedener Wahrscheinlichkeiten für die Zerfälle, da jeweils der gleiche Datensatz verwendet wird. So gilt für einen Zerfall $\tau \rightarrow X_i \nu_\tau$ für die Einträge N_i in Abbildung 5.3:

$$\frac{N_i}{N_j} = \left(\frac{BR(\tau \rightarrow X_i \nu_\tau)}{BR(\tau \rightarrow X_j \nu_\tau)} \right)^2$$

Die quadratische Abhängigkeit resultiert aus der Forderung, dass beide Taus über den gleichen Kanal zerfallen sollen. Da die Zerfälle der Taus unkorreliert sind, müssen sich die Wahrscheinlichkeiten multiplizieren.

Zur Erklärung der verschiedenen Abhängigkeiten von der Polarisierung sind in Abbildung 5.4 die Fragmentationsfunktionen für rechts- und linkschirale Taus gezeigt. Dabei wird auf Generatorniveau die anteilige Energie der sichtbaren Zerfallsprodukte von der ursprünglichen Tau-Energie gegen ihre Häufigkeit aufgetragen. Die Häufigkeit ist in willkürlichen Einheiten angegeben. Für den Zerfall in Pionen ist der theoretisch lineare Verlauf gut erkennbar und drückt den Umstand aus, dass Pionen aus rechtschiralen Taus im Mittel mehr Energie tragen – ebenso wie die ρ s aus rechtschiralen Taus. Ein

ABBILDUNG 5.5: Die invariante Massenverteilung der Taus und die der sichtbaren hadronischen Zerfallsprodukte für verschiedene Polarisierungen der Taus auf Generatorniveau. Die ursprüngliche Dreiecksform der Massenverteilung wird durch den Verlust des Neutrinos im Zerfall des Taus zu kleineren invarianten Massen verschoben. Durch die verschiedene Fragmentation in Hadronen für unterschiedliche Polarisierungen, unterscheiden sich auch die Spektren für linkschirale, rechtschirale und gemischte Taus.



Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen aus [19] zeigt außerdem, dass die polarisationsabhängige Zerfallskinetik der Tau-Zerfälle in die ρ - π - und a_1 -Zustände richtig simuliert wird.

Ohne eine Unterscheidung der einzelnen Tau-Zerfälle ergeben sich die in Abbildung 5.5 gezeigten Spektren für die verschiedenen Polarisierungen. Dabei werden auf Generatorniveau alle hadronischen Zerfallsprodukte der Taus aus dem Signalprozess selektiert und ihre invariante Masse gebildet. Leptonisch zerfallende Taus werden nicht berücksichtigt, da diese auch auf Detektorniveau nicht in der Tau-Rekonstruktion berücksichtigt werden.

Das Spektrum ist allerdings nicht die Summe der Spektren aus Abbildung 5.3, da hier noch der große Teil der Ereignisse hinzukommt, in denen die beiden Taus über verschiedene Kanäle zerfallen. Ohne eine Unterscheidung verschiedener Zerfälle ist dies also der maximale in den Spektren zu erwartende Unterschied zwischen den verschiedenen Polarisationszuständen.

Eine experimentelle Bestimmung von Endpunkt und Polarisation ist also prinzipiell mit den Spektren möglich. Eine denkbare Strategie wäre eine Messung des Endpunktes und einem anschließenden Vergleich des Endpunktes mit der Lage des Maximums der Verteilung. Da der Endpunkt von der Polarisation unabhängig ist, das Maximum aber von Polarisation und Endpunkt abhängt, würde dies eine Bestimmung der Polarisation ermöglichen. Die Spektren auf Detektorniveau erlauben allerdings keine problemlose Messung des Endpunktes. Da nahe des Endpunktes nur wenige Ereignisse zur Verfügung stehen und durch *Fakes* und kombinatorischen Untergrund die Verteilung über den theoretischen Endpunkt hinaus läuft, ist eine unmittelbare Bestimmung des Endpunktes aus dem Spektrum nur mit unzureichender Genauigkeit möglich.

Eine denkbare Lösung dieses Problems ist der Vergleich eines gemessenen Spektrum mit generierten Referenzspektren verschiedener Endpunkte. Allgemein beinhaltet eine solche Strategie die Kalibration einer oder mehrerer Observablen an simulierten Spektren. Der für diese Observable gemessene Wert kann dann mit dieser Kalibration verglichen werden, und das Referenzspektrum mit bester Übereinstimmung gesucht werden. Da die zu bestimmenden Parameter in den generierten Spektren bekannt sind, können diese somit auch für das gemessene Spektrum bestimmt werden. Eine solche Observable muss dabei gut messbar sein und eine hohe Sensitivität auf die zu bestimmenden Parameter haben.

Für eine Messung des Endpunktes wäre ein Spektrum günstig, das keine Sensitivität auf die Polarisation hat, da nur ein Parameter aus einem Spektrum bestimmt werden müsste. Für eine

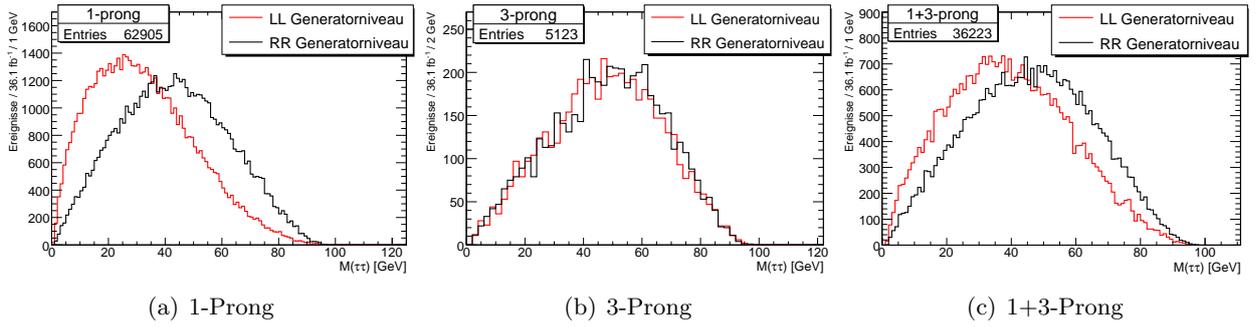


ABBILDUNG 5.6: Die Massenspektren einer Prong-basierten Tau-Selektion. Es sind die invarianten Massen der hadronischen Zerfallsprodukte des Taus dargestellt für die Fälle, in denen (a) beide Taus als 1-Prong, (b) beide Taus als 3-Prong und (c) ein Tau als 1-Prong und ein Tau als 3-Prong zerfallen. Die Spektren der 3-Prong Zerfälle sind von der Polarisierung unabhängig.

Polarisationsmessung dagegen wären Spektren mit einer großen Sensitivität auf die Polarisierung hilfreich. Abbildung 5.3 legt nahe, dass solche Spektren über die Selektion verschiedener Tau-Zerfälle möglich sind. Eine Bestimmung des Endpunktes über die a_1 -Spektren wäre von der Polarisierung unabhängig, wohingegen sich die π -Spektren für eine Polarisationsmessung anbieten würden. Von experimenteller Seite sind solche Unterscheidungen allerdings schwierig. So kann der von der Polarisierung unabhängige Zerfall $\tau \rightarrow a_1 \nu_\tau \rightarrow \pi \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ leicht mit dem von der Polarisierung betroffenen Zerfall $\tau \rightarrow \rho \nu_\tau \rightarrow \pi \pi^0 \nu_\tau$ verwechselt werden, wenn die beiden neutralen Pionen aus dem a_1 -Zerfall nicht räumlich aufgelöst werden können. Diese zerfallen über $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$ und können beide jeweils zwei *cluster* im elektromagnetischen Kalorimeter hinterlassen. Die Trennung solcher Strukturen ist zusätzlich vom τ -Impuls abhängig, da für einen größeren *Boost* die *cluster* näher beieinander liegen.

Eine einfache Unterscheidung ist die Selektion nach Prongs, also der Anzahl geladener Teilchen aus dem Tau-Zerfall. Die 3-Prong-Zerfälle des Taus kommen etwa zu zwei Dritteln aus dem Zerfall des a_1 -Vektormesons, und zu einem Drittel aus anderen Zerfällen als den ρ -, π - oder a_1 -Zerfällen. Da beide Zerfallskanäle von der Polarisierung nicht betroffen sind, sind die Spektren der 3-Prong Tau-Jets von der Polarisierung unabhängig. Die 1-Prong-Zerfälle sind hingegen durch den Zerfall in ein ρ oder ein π dominiert und somit von der Polarisierung betroffen. Einzig der Zerfall $\tau \rightarrow a_1 \nu_\tau \rightarrow \pi \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ hat einen nennenswerten Beitrag zu den 1-Prong-Zerfällen und ist nicht von der Polarisierung betroffen.

Abbildung 5.6 zeigt die resultierenden Spektren, wenn die Ereignisse danach sortiert werden, ob beide, eins oder keins der Taus als 3-Prong zerfällt. Die sichtbaren Zerfallsprodukte der 3-Prong-Zerfälle liefern dabei eine Massenverteilung, die von der Polarisierung unabhängig ist, während die invarianten Massen der 1-Prong-Zerfälle am stärksten betroffen sind. Eine Selektion nach geladenen Spuren ist zwar einfach, allerdings sind nur etwa 5% der Ereignisse, in denen beide Taus hadronisch zerfallen solche, in denen beide als 3-Prong zerfallen. Dies hat eine erhebliche Reduktion der Statistik zur Folge und ist daher für eine genaue Messung des Endpunktes nur bei genügend hoher integrierter Luminosität geeignet.

Eine bessere, aber anspruchsvollere Selektion lässt sich über die invariante Masse der Zerfallsprodukte eines Taus realisieren. Die Verteilung der invarianten Masse der hadronischen Zerfallsprodukte eines Taus zeigt einen schmalen Peak bei m_π bzw. m_K und die zwei Resonanzen ρ und a_1 bei $m_\rho \approx 776$ MeV und $m_{a_1} \approx 1230$ MeV. Die zugehörigen Breiten der Resonanzen sind $\Gamma_\rho \approx 150$ MeV bzw. $\Gamma_{a_1} \approx 420$ MeV [10]. Diese sind schmal genug, um die beiden Resonanzen deutlich zu trennen. Die invarianten Massen der anderen Zerfälle sind überwiegend bei, und über der a_1 -Resonanz zu finden, da hier viele Teilchen erzeugt werden. Die invariante Massenverteilung der Zerfallsprodukte

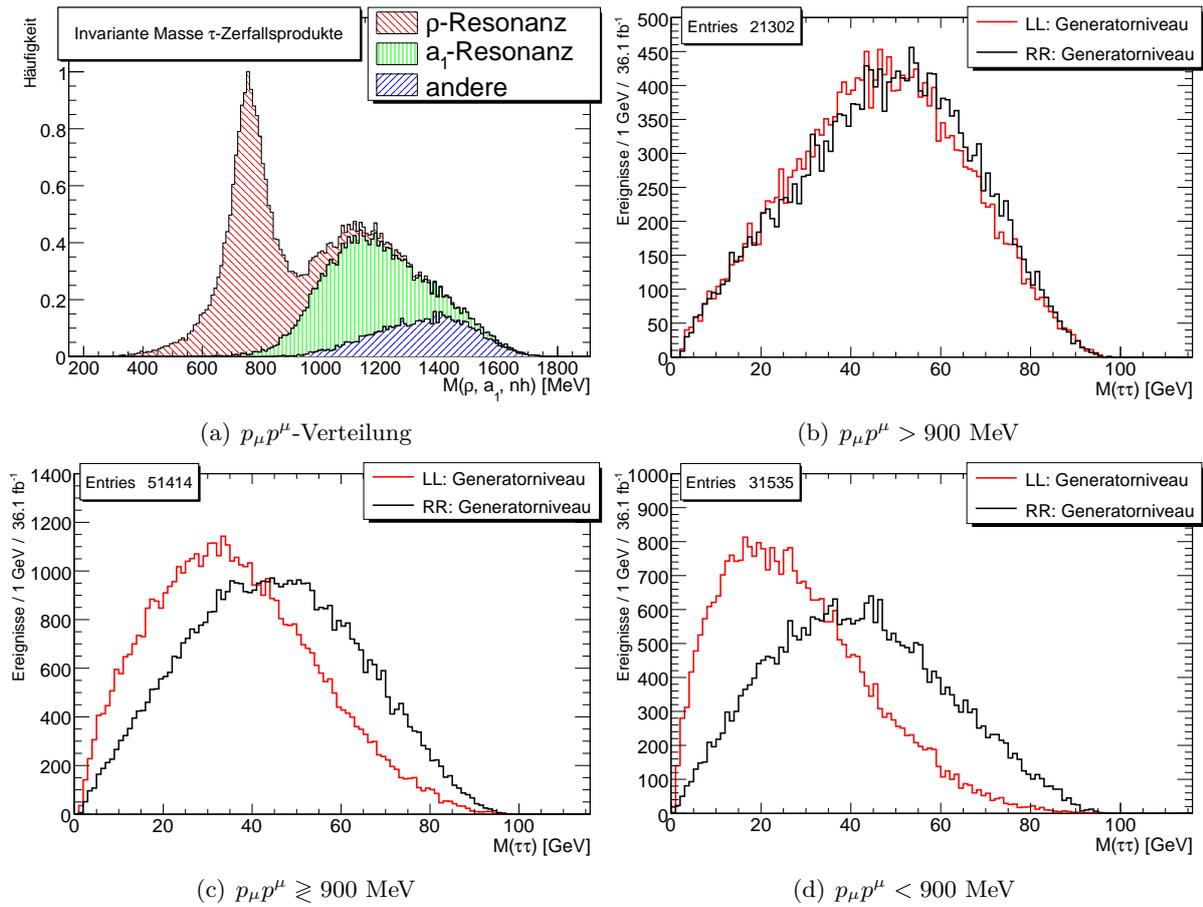


ABBILDUNG 5.7: (a): Die invariante Massenverteilung der sichtbaren Zerfallsprodukte eines Taus ohne Pionen und Kaonen. (b) - (d): Die Di-Tau-Massenspektren für die Fälle, in denen die invariante Masse der Zerfallsprodukte der einzelnen Taus jeweils (b) beide größer als 900 MeV, (c) eins größer und eins kleiner als 900 MeV und (d) beide kleiner als 900 MeV sind.

mit den Beiträgen aus verschiedenen Zerfällen ist in Abbildung 5.7(a) gezeigt. Dabei werden die Zerfälle in ein Pion oder ein Kaon nicht berücksichtigt. Diese liegen scharf konzentriert bei ihren Massen.

Die Abbildung legt eine Unterscheidung verschiedener τ -Zerfälle über die invariante Masse seiner Zerfallsprodukte nahe. Eine Selektion könnte über einen Schnitt auf 900 MeV geschehen. Die Zerfälle mit höheren invarianten Massen sind von den a_1 und den restlichen Zerfällen dominiert, die von der Polarisation der Taus unabhängig sind. Die Zerfälle mit niedrigeren invarianten Massen sind vom Zerfall in ein ρ , π oder Kaon dominiert, und somit von der Polarisation betroffen.

Abbildung 5.7 zeigt, dass die Zerfallsprodukte, die eine invariante Masse oberhalb von 900 MeV haben, von der Polarisation nicht betroffen sind, während solche unterhalb von 900 MeV betroffen sind. Diese Methode liefert gegenüber der Prong-Selektion auch eine deutlich effektivere Selektion solcher Zerfälle, die keine Polarisationsabhängigkeit aufweisen, da hier auch die 1-Prong Zerfälle des a_1 und der anderen Mehrkörperzerfälle in die polarisationsunabhängigen Spektren mit eingehen. Dies erhöht zeitgleich die Unterscheidungskraft zwischen den von der Polarisation betroffenen Spektren.

Der Nachteil dieser Methode ist die schwierige Rekonstruktion der invarianten Masse der τ -Zerfallsprodukte. Dies setzt eine Messung der Viererimpulse aller Teilchen im Tau-Jet voraus,

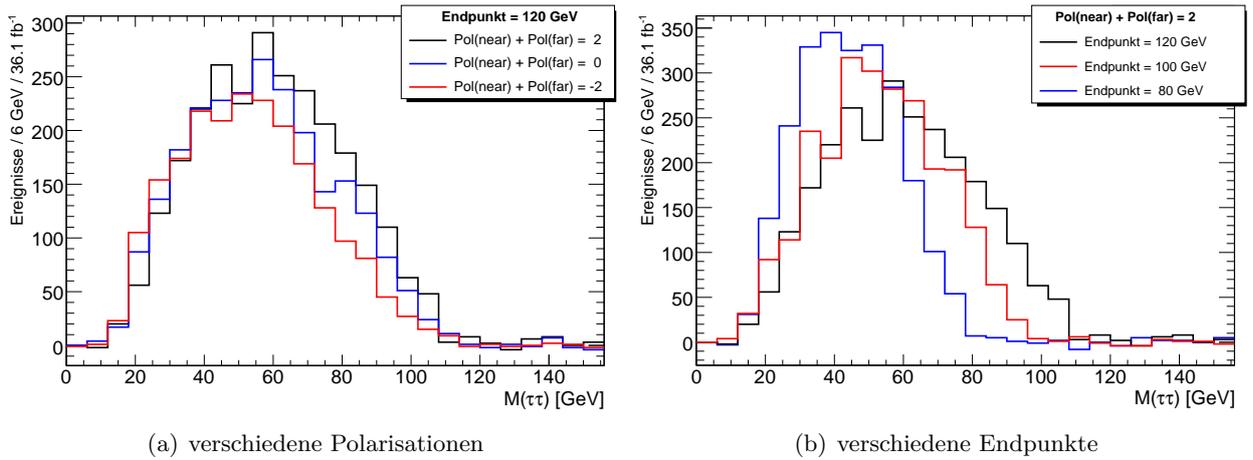


ABBILDUNG 5.8: Die Effekte auf die Di-Tau-Spektren für (a) verschiedene Polarisierungen der Taus und (b) für verschiedene Massen der SUSY-Teilchen. Während sich die Polarisierung deutlich in der Nähe des Maximums zeigt und der Endpunkt unverändert bleibt, zeigen sich verschiedene Endpunkte am deutlichsten für hohe invariante Massen.

oder äquivalent eine Winkelmessung zwischen den Teilchen und deren Energie. Allerdings ist eine Auflösung der einzelnen π^0 nicht immer möglich. Diese zerfallen über $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ und sind im elektromagnetischen Kalorimeter nicht immer eindeutig zu trennen. Die Substruktur eines Tau-Jets lässt sich oft nicht zweifelsfrei auflösen.

5.2.2 Polarisierungseffekte auf Detektorniveau

Als nächstes sollen die Effekte der Tau-Polarisation auf Detektorniveau untersucht werden. Abbildung 5.8(a) zeigt die Spektren nach der schnellen Detektorsimulation **ATLFAST**. Die Spektren sind die Fälle RR ($\text{Pol}(\text{near}) + \text{Pol}(\text{far}) = +2$), LL ($\text{Pol}(\text{near}) + \text{Pol}(\text{far}) = -2$) und RL ($\text{Pol}(\text{near}) + \text{Pol}(\text{far}) = 0$). Der theoretische Endpunkt liegt bei 120 GeV. Zunächst werden dabei die Schnitte von Gleichung 5.1 angewendet. In den über bleibenden Ereignissen werden jeweils alle möglichen *same-sign*-(SS) und alle möglichen *opposite-sign*-Kombinationen (OS) zweier Taus mit $\Delta R < 2$ pro Ereignis gebildet und deren invariante Masse den entsprechenden Verteilungen zugeordnet. Damit gibt es zum Beispiel in einem Ereignis mit zwei gleichgeladenen und einem gegensätzlich geladenen Tau zwei mögliche OS-Kombinationen und ein SS-Paar. Das mindestens eine OS-Paar, das falsch kombiniert ist, wird im Mittel durch das SS-Paar wieder subtrahiert. Dies erhöht die Statistik im Vergleich zu einer Analyse, in denen nur Ereignisse mit genau zwei Taus verwendet werden. Zum Schluss wird noch die SS-Verteilung von der OS-Verteilung abgezogen. Für die Tau-Rekonstruktion wird das **TauRec**-Paket verwendet.

Die resultierenden Spektren zeigen einen deutlichen Unterschied zwischen den Verteilungen für verschiedene Chiralitäten der Taus, allerdings sind die Spektren für kleine invariante Di-Tau-Massen abgeschnitten, und damit die Unterschiede im Vergleich zu den Spektren auf Generatorkniveau (vgl. Abbildung 5.5) unterdrückt. Dies liegt an der Tau-Rekonstruktion, die für niederenergetische Taus eine deutlich schlechtere Rekonstruktionseffizienz hat. Damit ist die Rekonstruktion von einem Tau-Paar mit kleiner invarianten Masse unwahrscheinlich, da diese auch von weichen Taus kommen.

Abbildung 5.8(a) verdeutlicht auch die experimentelle Korrelation der Effekte durch die SUSY-Massen und die Polarisierung. Der Endpunkt der Di-Tau-Verteilung und der der sichtbaren Zer-

fallsprodukte ist von theoretischer Seite von der Polarisation unabhängig da, gleichgültig welche Polarisation das Tau trägt, immer eine endliche Wahrscheinlichkeit besteht, dass beide Zerfallsprodukte die gesamte Tau-Energie mit sich nehmen. Da aber der Endpunkt durch den Verlust der Neutrino-Energie ausgewaschen wird, ist gerade an dem für die Endpunktbestimmung wichtigen Bereich die Statistik schlecht. Ein unmittelbares Ablesen des Endpunktes ist nicht ohne Weiteres möglich, zumal die Verteilung trotz SS-Subtraktion einen Schwanz über den theoretischen Endpunkt hinaus hat.

Dies verhindert auch eine genaue Lokalisierung des Endpunktes durch Bestimmung des Schnittpunktes einer an die abfallende Flanke angepassten Gerade mit der Massenachse. Diese Methode ist auch sehr anfällig auf den gewählten Fitbereich, wie Abbildung 5.5 erkennen lässt. Für einen Fitbereich, der einen großen Teil der abfallenden Flanke berücksichtigt, wird der Schnittpunkt mit der x -Achse unterhalb des Endpunktes liegen, da die Verteilung zum Endpunkt sehr flach wird. Für einen sehr kleinen Bereich ist allerdings die Statistik in den gefitteten Bins unzureichend und eine Festlegung des Fitbereiches schwierig, da auf Detektorniveau die Verteilung einen flachen Schwanz über den Endpunkt hinaus hat (vgl. Abbildung 5.8(a)).

Eine mögliche Strategie ist die Kalibration einer auf den Endpunkt sensitiven Observable an generierten Spektren mit bekannten SUSY-Massen. Ein Vergleich mit dem gemessenen Wert liefert dann den Endpunkt der Verteilung. Eine günstige Wahl hierfür wäre der Wendepunkt der Di-Tau-Massenverteilung [40]. Dieser verschiebt sich linear mit dem Endpunkt, und lässt sich über einen Fit mit einer geeigneten Funktion, die den Verlauf des Spektrum gut beschreibt, leicht bestimmen. Allerdings zeigt Abbildung 5.8(a), dass die Lage des Wendepunkts auch durch die Polarisation beeinflusst wird. Ganz allgemein wird jede experimentelle Strategie, den Endpunkt aus den Spektren zu bestimmen, durch die Polarisation beeinflusst, da jede Methode Informationen der Spektren aus einem Bereich benötigt, der in jedem Fall von der Polarisation betroffen ist. Damit besteht ohne Berücksichtigung der Polarisation der Taus immer die Gefahr, für linkschirale Taus den Endpunkt zu unterschätzen, während er für rechtschirale Taus eher überschätzt wird.

Um die Einflüsse durch die SUSY-Massen und durch die Polarisation zu unterscheiden, sind in Abbildung 5.8(b) zusätzlich Spektren mit verschiedenen Endpunkten gezeigt. Dabei unterscheiden sich die Spektren mit festem Endpunkt, aber verschiedenen Summen der Polarisationen hauptsächlich nahe des Maximums auf der abfallenden Flanke der Verteilung. Die Tendenz des gemeinsamen Endpunktes ist deutlich zu erkennen, da dieser von der Polarisation nicht verändert wird. Im Vergleich dazu unterscheiden sich die Spektren mit fester Summe der Polarisationen und verschiedenem Endpunkt hauptsächlich für hohe invariante Massen. Auch hier ist die theoretisch erwartete Tendenz zu erkennen, dass die Spektren für höhere Endpunkte auf der Massenachse gestreckt werden.

5.3 Messung von Endpunkt und Polarisation

Um beide Parameter, also die Summe der Polarisation und den Endpunkt zu messen, sollen Spektren mit bekannter Polarisation und bekanntem Endpunkt generiert werden und dann ein unbekanntes Spektrum damit verglichen werden. Da sich beide Parameter unterschiedlich in den Spektren zeigen, ist eine Unterscheidung, welche Effekte durch Polarisation, und welche durch die Massen der SUSY-Teilchen verursacht werden möglich. Als Parameter sollen die Summe der Polarisationen sowie der Endpunkt der Verteilung betrachtet werden. Die Strategie zur Messung wird also eine Kalibration an Spektren mit bekannten Parametern sein, an denen dann unbekannte Spektren vermessen werden können.

5.3.1 Referenzspektren

Zur Kalibration müssen Spektren herangezogen werden, in denen beide Parameter, $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ und $m_{\tau\tau}^{\max}$, variiert werden. Bei der Variation des Endpunktes

$$(m_{\tau\tau}^{\max})^2 = m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 \left(1 - \frac{m_{\tilde{\tau}}^2}{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2}\right) \left(1 - \frac{m_{\tilde{\chi}_1^0}^2}{m_{\tilde{\tau}}^2}\right)$$

hat man viele Möglichkeiten. Die Massen $m_{\tilde{\chi}_1^0}$, $m_{\tilde{\chi}_2^0}$ und $m_{\tilde{\tau}}$, die auf einen gleichen Endpunkt führen, liegen auf einer Fläche in dem dreidimensionalen Massen-Parameterraum und erlauben daher viele Kombinationen mit gleichem Endpunkt. Dabei muss natürlich immer

$$m_{\tilde{\chi}_2^0} > m_{\tilde{\tau}} > m_{\tilde{\chi}_1^0}$$

gelten, um den Zerfallskanal kinematisch offen zu halten. Von theoretischer Seite ist aber außer dieser Bedingung keine Einschränkung für die Massen gegeben. Von experimenteller Seite ist allerdings ein Unterschied zu erwarten. Die Energie der Taus wird maßgeblich durch den Unterschied der Massen des zerfallenden und des entstehenden SUSY-Teilchens bestimmt. Da aber die Rekonstruktionseffizienz eine starke Abhängigkeit von der Energie des Taus hat, wird je nach Wahl der Massen die Rekonstruktion des *near*- oder *far*-Taus systematisch geändert. Sollte z. B. der Massenunterschied zwischen dem $\tilde{\tau}$ und dem $\tilde{\chi}_1^0$ sehr klein werden, ist das *far*-Tau sehr weich und wird seltener als Tau erkannt. Daher sollte man weniger rekonstruierte Ereignisse erhalten, als für zwei harte Taus. Tatsächlich ist am *SU3*-Punkt das *far*-Tau mit einem Massenunterschied von $\tilde{\tau}$ und $\tilde{\chi}_1^0$ von etwa 30 GeV eher weich und daher schwierig zu rekonstruieren.

Ebenso werden mit der Variation der Massen die Verzweigungsverhältnisse der einzelnen Zerfälle geändert. Verringert sich z. B. die $\tilde{\tau}$ -Masse bei konstantem $m_{\tilde{\chi}_2^0}$, so wächst die Zerfallswahrscheinlichkeit des $\tilde{\chi}_2^0$ in ein $\tilde{\tau}$ auf Grund des größeren zur Verfügung stehenden Phasenraums. Dadurch ändert sich jedoch nur die Anzahl der Signalereignisse und damit die Anzahl der Ereignisse in den Spektren. Die Form der Spektren sollte also in guter Näherung unangetastet bleiben.

Bei einer solchen Kalibration ist desweiteren ein mSUGRA-Szenario mit geänderten Massen meistens unphysikalisch. Eine Änderung der $\tilde{\chi}_2^0$ -Masse ist im Rahmen des mSUGRA-Modells nur durch eine Änderung der entsprechenden Hochenergie-Parameter des Modells möglich. Damit ändert sich aber ebenso die $\tilde{\chi}_1^0$ -Masse, da auch diese durch die Hochenergie-Parameter bestimmt ist und eine unabhängige Änderung der einzelnen Massen ist nicht möglich. Diese Einschränkung wäre allerdings im MSSM aufgehoben. Da aber die Massenspektren für die Taus aus dem Signalprozess immer die Dreiecksform haben, wird diese Einschränkung vernachlässigt. Die damit gewonnene Freiheit in der Wahl der Massen wird für diese Kalibration durch die Forderung nach konstanter Massen-Hierarchie der SUSY-Teilchen untereinander aufgehoben. Dafür wird für jedes Tripel von Massen

$$\frac{m_i}{m_j} = \alpha_{ij} = \text{const} \quad \text{mit} \quad i, j \in \{\tilde{\tau}, \tilde{\chi}_1^0, \tilde{\chi}_2^0\} \quad (5.4)$$

gefordert. Mit der Wahl eines Endpunktes und der Konstanten α_{ij} sind damit alle Massen festgelegt. Da

$$m_{\tilde{\chi}_2^0} = \alpha_{\tilde{\chi}_2^0} m_{\tilde{\chi}_1^0} \quad \text{und} \quad m_{\tilde{\tau}} = \alpha_{\tilde{\tau}} m_{\tilde{\chi}_1^0} \quad (5.5)$$

gilt, kann der Endpunkt als

$$(m_{\tau\tau}^{\max})^2 = m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 \alpha_{\tilde{\chi}_2^0}^2 \left(1 - \frac{\alpha_{\tilde{\tau}}^2}{\alpha_{\tilde{\chi}_2^0}^2}\right) \left(1 - \frac{1}{\alpha_{\tilde{\tau}}^2}\right) := \Lambda^2 m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 \quad (5.6)$$

geschrieben werden. Dabei ist der Index für das $\tilde{\chi}_1^0$ an den α_{ij} nicht explizit hingeschrieben. Die Parameter $\alpha_{\tilde{\tau}}$ und $\alpha_{\tilde{\chi}_2^0}$ (und damit Λ) werden über die Massen am $SU3$ -Punkt definiert. Für einen Endpunkt kann über Gleichung 5.6 die $\tilde{\chi}_1^0$ Masse bestimmt werden, und über Gleichung 5.5 die Massen des $\tilde{\tau}$ und des $\tilde{\chi}_2^0$. Mit dieser Wahl gilt für zwei verschiedene Tripel von SUSY-Massen immer $m'_i = c \cdot m_i$ für alle $i \in \{\tilde{\tau}, \tilde{\chi}_1^0, \tilde{\chi}_2^0\}$ und damit für die Energien beider Taus in den Ruhesystemen ihrer Mutterteilchen A :

$$E'_i \approx \frac{(m'_A)^2 - (m'_B)^2}{2m'_A} = c \cdot \frac{m_A^2 - m_B^2}{2m_A} = c \cdot E_i$$

Das Verhältnis der mittleren Energien der beiden Taus ist damit auch für alle Referenzspektren ähnlich. Diese Wahl wird getroffen, um weiterhin die experimentelle Schwierigkeit des $SU3$ -Punktes zu berücksichtigen, dass eines der beiden Taus eher weich ist und das andere eher hart. Da aber viele Kombinationen der Massen auf den gleichen Endpunkt führen, entbehrt diese Wahl nicht einer gewissen Beliebigkeit.

Bei der Variation der Endpunkte wird ein Bereich zwischen 80 und 120 GeV gewählt. Auf diese Weise soll eine zu starke Änderung der Massendifferenzen der Teilchen verhindert werden, um die Effekte durch die sich eigentlich ändernden Zerfallswahrscheinlichkeiten unter Kontrolle zu haben. Deren Anpassung an den sich ändernden Phasenraum wird nicht vorgenommen.

Bei der Änderung der Polarisation wurde bereits argumentiert, dass der bestimmende Parameter die Summe der beiden Polarisationen ist. Dies hat den Vorteil, dass nicht beide Polarisationen unabhängig voneinander variiert werden müssen. Dies hätte mit dem Endpunkt einen dreidimensionalen Parameterraum zur Folge, der eine Generierung und Auswertung genügend vieler Kombinationen der Parameter enorm erschweren würde. Der Parameter $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ wird in seinem vollen möglichen Bereich von -2 bis 2 geändert. Um den zweidimensionalen Parameterraum hinreichend genau mit Referenzspektren zu untersuchen, soll natürlich eine möglichst große Anzahl von Referenzdatensätzen erzeugt werden. Allerdings sind der Produktion von simulierten Ereignissen technische Grenzen gesetzt, so dass eine zu große Anzahl erzeugter Datensätze nur mit weniger Ereignissen pro Stichprobe möglich ist. Mit einer zu geringen Anzahl an Ereignissen verlieren die einzelnen Spektren jedoch an Aussagekraft, so dass ein einzelner Datensatz keine zuverlässige Aussage mehr über die Form des Spektrums machen kann.

Ein guter Kompromiss zwischen Anzahl der Referenzspektren und Ereignissen pro Stichprobe ist mit einer Generierung von fünf mal fünf Datensätzen für 25 Kombinationen von Endpunkt $m_{\tau\tau}^{\max}$ und Polarisation $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ mit je 1 000 000 Ereignissen pro Datensatz erreicht. Dies entspricht 25 Stichproben mit einer integrierten Luminosität von 36.13 fb^{-1} . Die Umrechnung in integrierte Luminosität setzt eine Kenntnis des Wechselwirkungsquerschnitts für die Erzeugung von SUSY-Teilchen in Proton-Proton-Kollisionen bei 14 TeV Schwerpunktsenergie voraus. Dieser ist mit *next-to-leading-order*-Korrekturen am $SU3$ -Punkt des mSUGRA Modells $\sigma_{\text{SUSY}} = 27.68 \text{ pb}$. Damit ergibt sich für die integrierte Luminosität

$$\int_0^t dt L = \frac{1\,000\,000}{\sigma_{\text{SUSY}}} = 36.13 \text{ fb}^{-1}$$

Endpunkt $m_{\tau\tau}^{\max}$				
80 GeV	90 GeV	100 GeV	110 GeV	120 GeV
$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 95,97$ GeV	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 107,96$ GeV	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 119,96$ GeV	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 131,96$ GeV	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 143,95$ GeV
$m_{\tilde{\chi}_2^0} = 177,92$ GeV	$m_{\tilde{\chi}_2^0} = 200,16$ GeV	$m_{\tilde{\chi}_2^0} = 222,4$ GeV	$m_{\tilde{\chi}_2^0} = 244,64$ GeV	$m_{\tilde{\chi}_2^0} = 266,88$ GeV
$m_{\tilde{\tau}} = 122,08$ GeV	$m_{\tilde{\tau}} = 137,34$ GeV	$m_{\tilde{\tau}} = 152,6$ GeV	$m_{\tilde{\tau}} = 167,86$ GeV	$m_{\tilde{\tau}} = 183,12$ GeV

Polarisation $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$				
-2	-1	0	1	2
$P(\tau_n) = -1$	50% $\left\{ \begin{array}{l} P(\tau_n) = 0 \\ P(\tau_f) = -1 \end{array} \right.$	$P(\tau_n) = 0$	50% $\left\{ \begin{array}{l} P(\tau_n) = 0 \\ P(\tau_f) = +1 \end{array} \right.$	$P(\tau_n) = +1$
$P(\tau_f) = -1$	50% $\left\{ \begin{array}{l} P(\tau_n) = -1 \\ P(\tau_f) = 0 \end{array} \right.$	$P(\tau_f) = 0$	50% $\left\{ \begin{array}{l} P(\tau_n) = +1 \\ P(\tau_f) = 0 \end{array} \right.$	$P(\tau_f) = +1$

TABELLE 5.3: Die gewählten Massen und Polarisationen der verwendeten Kalibrationsspektren. Die Massen der SUSY-Teilchen haben dabei eine feste relative Hierarchie, erfüllen also Gleichung 5.4. Die Polarisationen werden immer ganzzahlig gewählt. Für die Fälle $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} = \pm 1$ ist keine symmetrische Wahl ganzzahliger Polarisationen möglich, und es werden zu je 50% die beiden Fälle kombiniert.

Es wird für alle generierten Kalibrationsspektren der gleiche Wechselwirkungsquerschnitt verwendet, obwohl keiner der Datensätze am $SU3$ -Punkt liegt. Dies ist nicht ganz korrekt, da für höhere Massen der Teilchen der Wechselwirkungsquerschnitt kleiner werden sollte. Allerdings stellt dies eine gute Näherung dar, da die Spektren alle $SU3$ -ähnlich sind. Insbesondere werden die Gluino- und Squarkmassen nicht geändert, die primär in der Kollision erzeugt werden. Zudem wird für die Kalibration nur die Form und nicht die Normierung der Spektren wichtig sein. Die verwendeten Werte für die Kalibrationsspektren sind in Tabelle 5.3 zusammengefasst.

Für jede Kombination von Massen und Polarisation aus Tabelle 5.3 wird nun ein Datensatz von 1 000 000 Ereignissen generiert, aus dem das Spektrum gewonnen werden kann. Dabei wird genau wie in Abschnitt 5.1 vorgegangen: Nach Anwendung der Schnitte werden in jedem Ereignis alle *same-sign*- und alle *opposite-sign*-Tau-Paare mit $\Delta R < 2$ gewählt, ihre invariante Masse den entsprechenden Verteilungen zugeordnet und schließlich die *same-sign*- von der *opposite-sign*-Verteilung subtrahiert. Man erhält damit 25 Spektren, die sich durch Polarisation und Endpunkt unterscheiden.

Da eine Generierung von 25 Untergrund-Datensätzen technisch zu CPU-aufwendig ist, können keine verschiedenen Untergrundverteilungen für jeden Datensatz verwendet werden. Um dennoch die Beiträge in den Spektren durch Untergrund zu berücksichtigen, wird für alle Verteilungen der Untergrund auf die *OS*- und die *SS*-Verteilung aus Abbildung 5.2 addiert.

5.3.2 Kalibration

Um die Spektren optimal mit einem unbekanntem Spektrum vergleichen zu können, werden diese mit einem Fit vermessen. Dabei muss eine Fit-Funktion gewählt werden, die verschiedenen Anforderungen gerecht wird. Zum einen muss sie die Effekte der Polarisation und der Massen auf die Spektren gut beschreiben und dafür eine genügend hohe Flexibilität besitzen, um sich allen Unterschieden zwischen den Spektren anpassen zu können. Desweiteren soll sie für hohe invariante Massen einen abfallenden Schwanz besitzen. Damit wird man der experimentellen Kontamination der Spektren mit kombinatorischen Untergrund gerecht, die trotz *same-sign*-Subtraktion einige wenige invariante

Massen über dem theoretischen Endpunkt liefert. Dazu sollen die Anzahl der Fit-Parameter der Funktion nicht zu groß sein. Damit wird ein stabiles Fit-Verhalten sicher gestellt und eine Beliebigkeit der Parameter verhindert sowie eine gute Handhabbarkeit garantiert. Schließlich soll die Funktion eine analytische Bestimmung verschiedener Observablen, wie Maximum und Wendepunkt, erlauben, denn nur so ist eine genaue Fehlerrechnung möglich. Diese Forderung schließt eine ganze Reihe von Funktionen aus.

Unter einer Vielzahl von getesteten Funktionen hat sich eine GAUSS-Funktion als am geeignetsten bewährt. Sie wird zwar der asymmetrischen Form der Spektren nicht gerecht, allerdings ist dies auch nicht notwendig. Die Spektren für niedrige invariante Massen sind stark durch die Effekte der Tau-Rekonstruktion beeinflusst. Da diese Effekte keine physikalische Information beinhalten, wird von einem Fit dieser Bereiche abgesehen. Zudem würde eine ungenaue Simulation der Rekonstruktion einen großen Einfluss auf die Kalibration haben. Durch die Einschränkung des Fitbereichs auf die Umgebung des Maximums und die abfallenden Flanke, ist eine hinreichend gute Beschreibung der Spektren durch eine GAUSS-Verteilung möglich.

Im Folgenden sollen die aus einem solchen Fit bestimmbaren Observablen untersucht werden. Eine GAUSS-Verteilung mit freier Normierung wird durch drei Parameter bestimmt. Die Normierung soll dabei aber nicht mit verwendet werden. Diese ist unter anderem zusätzlich auf die Verzweigungsverhältnisse der einzelnen Zerfälle, die mittlere Rekonstruktionseffizienz der Taus, die Luminosität und den Wechselwirkungsquerschnitt für SUSY-Produktion sensitiv. Die Verwendung der Normierung würde damit zusätzliche Unsicherheiten in die Analyse bringen und daher wird nur die Lage des Maximums und die Breite der GAUSS-Verteilung als Information verwendet. Die Funktion hat die Form:

$$f(x) = p_0 \exp\left(-\frac{(p_1 - x)^2}{2p_2^2}\right). \quad (5.7)$$

Die Forderung nach einem Maximum bedingt

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x=x_{\max}} \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad x_{\max} = p_1, \quad \Delta x_{\max} = \Delta p_1. \quad (5.8)$$

Die Lage des Maximums sollte dabei sowohl durch den Endpunkt, als auch durch die Polarisation geändert werden. Da die GAUSS-Verteilung noch einen weiteren Fit-Parameter hat, kann eine zweite Observable bestimmt werden, die zusätzliche Information liefert. Dazu soll die Position betrachtet werden, an der der Fit auf den Bruchteil $a < 1$ seines maximalen Wertes p_0 abgefallen ist. Damit folgt:

$$f(x) \stackrel{!}{=} a \cdot p_0 \quad \Rightarrow \quad x_a = p_1 \pm p_2 \sqrt{-2 \ln(a)}$$

$$\Delta x_a = \sqrt{(\Delta p_1)^2 - 2 \ln(a) (\Delta p_2)^2 \pm 2 \sqrt{-2 \ln(a)} \text{cov}(p_1, p_2)}. \quad (5.9)$$

Über die Wahl von a kann der Einfluss des Parameters p_2 auf diese Observable gesteuert werden. Für $a \rightarrow 0$ verliert der Parameter p_1 zunehmend an Bedeutung und die Observable ist nur noch von p_2 abhängig. Für $a \rightarrow 1$ reproduziert Gleichung 5.9 wieder das Maximum. Damit diese zweite Observable eine möglichst vom Maximum unabhängige Information liefert, muss ein kleines a gewählt werden. Dies ist auch mit den physikalischen Anforderungen verträglich. Da die relevante Seite des Spektrums die Flanke oberhalb des Maximums ist, entspricht eine kleine Wahl von a der Position auf der Massenachse, auf der das Spektrum auf den kleinen Bruchteil a des Maximums abgefallen

ist. Eine solche Observable liegt also nahe des Endpunktes der Verteilung, und hat somit nur eine schwache Sensitivität auf die Polarisation der Taus, während das Maximum eine große Abhängigkeit von der Polarisation aufweist. Diese unterschiedlichen Abhängigkeiten der beiden Observablen von den beiden Parametern $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ wird später für eine möglichst unabhängige Bestimmung von Endpunkt und Polarisation benötigt. Es wird daher $a = 1/10$ gewählt.

Für jedes der Kalibrationsspektren können damit nun zwei Observablen bestimmt werden. Da nur zwei Fit-Parameter in der GAUSS-Verteilung zur Verfügung stehen, können keine weiteren unabhängigen Observablen konstruiert werden. Für die Fehlerrechnung müssen für jedes Spektrum zwei Unsicherheiten berücksichtigt werden. Zum einen sind die Abschätzungen auf die erwartete Anzahl der Untergrundereignisse pro Bin mit einem Fehler belastet, zum anderen aber natürlich auch die der erwarteten Signalereignisse. Es soll hier zunächst der Fehler pro Bin auf die Signalereignisse berechnet werden.

Die gemessene Verteilung ist die Differenz aus zwei Verteilungen, der *same-sign*- und *opposite-sign*-Verteilung. Für eine feste Anzahl an Di-Tau-Ereignissen, $N_{\tau\tau} = N_{\text{OS}} + N_{\text{SS}}$, sind die Wahrscheinlichkeiten für die N_{OS} und N_{SS} binomial verteilt, da jedes Di-Tau-Paar genau eins von beidem sein muss. Ist ϵ_{OS} die Wahrscheinlichkeit für ein OS-Paar, $\epsilon_{\text{OS}} = N_{\text{OS}}/N_{\tau\tau}$, dann ist die Standardabweichung der Binomialverteilung:

$$\sigma_{\text{OS}} = \sqrt{N_{\tau\tau}\epsilon_{\text{OS}}(1 - \epsilon_{\text{OS}})} = \sqrt{N_{\tau\tau}(1 - \epsilon_{\text{SS}})\epsilon_{\text{SS}}} = \sigma_{\text{SS}}. \quad (5.10)$$

Die zweite Gleichheit gilt dabei wegen

$$\epsilon_{\text{SS}} = \frac{N_{\text{SS}}}{N_{\tau\tau}} = \frac{N_{\tau\tau} - N_{\text{OS}}}{N_{\tau\tau}} = 1 - \epsilon_{\text{OS}}.$$

Die Unsicherheit auf die Differenz der Verteilungen, $N_{\text{OS-SS}} = N_{\text{OS}} - N_{\text{SS}}$, ist dann

$$\sigma_{\text{OS-SS},1}^2 = \sigma_{\text{OS}}^2 + \sigma_{\text{SS}}^2 - 2\text{cov}(N_{\text{OS}}, N_{\text{SS}}).$$

Die beiden Möglichkeiten OS und SS sind total antikorreliert, da ein Tau-Paar immer nur eins der beiden sein kann. Für zwei solche Variablen x und y gilt $\text{cov}(x, y) = -\sigma_x\sigma_y$. Mit Gleichung 5.10 erhält man damit:

$$\sigma_{\text{OS-SS},1}^2 = \sigma_{\text{OS}}^2 + \sigma_{\text{SS}}^2 + 2\sigma_{\text{SS}}\sigma_{\text{OS}} = 4\sigma_{\text{OS}}^2 = 4N_{\tau\tau}\epsilon_{\text{OS}}(1 - \epsilon_{\text{OS}}).$$

Nun unterliegt auch die Größe $N_{\tau\tau}$ statistischen Schwankungen. Für eine große Anzahl an Ereignissen, aber einer kleinen Wahrscheinlichkeit für ein Paar von zwei Taus in einem Ereignis, ist die Größe $N_{\tau\tau}$ POISSON-verteilt. Hier gilt:

$$\sigma_{N_{\tau\tau}} = \sqrt{N_{\tau\tau}}.$$

Damit ergibt sich für die Anzahl $N_{\text{OS-SS}}$

$$N_{\text{OS-SS}} = \epsilon_{\text{OS}}N_{\tau\tau} - \epsilon_{\text{SS}}N_{\tau\tau} = \epsilon_{\text{OS}}N_{\tau\tau} - (1 - \epsilon_{\text{OS}})N_{\tau\tau} = N_{\tau\tau}(2\epsilon_{\text{OS}} - 1)$$

und für den Fehler

$$\sigma_{\text{OS-SS},2} = \frac{\partial N_{\text{OS-SS}}}{\partial N_{\tau\tau}} \sigma_{N_{\tau\tau}} = \sqrt{N_{\tau\tau}}(2\epsilon_{\text{OS}} - 1).$$

Man erhält also für die OS-SS-Verteilung eine Unsicherheit durch die Schwankungen der Di-Tau-Paare (POISSON-verteilt) und eine weitere Unsicherheit durch die Verteilung dieser Paare auf die OS- und die SS-Verteilungen (binomial verteilt). Da diese beiden Fehler statistisch unabhängig sind, addieren sie sich quadratisch zum Gesamtfehler:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{OS-SS}}^2 &= \sigma_{\text{OS-SS},1}^2 + \sigma_{\text{OS-SS},2}^2 = 4N_{\tau\tau} (1 - \epsilon_{\text{OS}}) \epsilon_{\text{OS}} + N_{\tau\tau} (2\epsilon_{\text{OS}} - 1)^2 \\ &= N_{\tau\tau} \left[4\epsilon_{\text{OS}} - 4\epsilon_{\text{OS}}^2 + 4\epsilon_{\text{OS}}^2 + 1 - 4\epsilon_{\text{OS}} \right] = N_{\tau\tau} = N_{\text{OS}} + N_{\text{SS}} .\end{aligned}$$

Der Fehler auf ein Bin in der Differenzverteilung ist also die Wurzel aus der Summe der Einträge in der OS- und der SS-Verteilung [40].

Dazu muss noch die Unsicherheit auf die Differenzverteilung des Untergrundes berücksichtigt werden. Zunächst gilt dabei die gleiche Betrachtung wie für die Signalereignisse. Allerdings sind die Untergrund-Datensätze nicht mit der benötigten integrierten Luminosität von 36.1 fb^{-1} verfügbar. Die Datensätze aus Tabelle 5.1 müssen also auf die benötigte integrierte Luminosität mit einer entsprechenden Gewichtung w_i normiert werden. Da damit aber keine zusätzliche Information gewonnen wird, skaliert der Fehler auf den Untergrund ebenso. Für den Fehler auf die OS-SS-Untergrundverteilung gilt also

$$\sigma_{\text{OS-SS,BG}} = \sqrt{\sum_i \sigma_{\text{OS-SS,BG},i}^2} = \sqrt{\sum_i w_i^2 (N_{\text{OS},i} + N_{\text{SS},i})}.$$

Dabei läuft i über alle beitragenden Untergrund-Datensätze. Für den Fehler auf ein Bin in der gesamten Verteilung ergibt sich damit:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{OS-SS,BG}}^2 + \sigma_{\text{OS-SS}}^2} .$$

Mit den Fehlern auf die Bins können nun alle 25 Spektren vermessen werden. Da das Ergebnis eines solchen Fits im Allgemeinen auch vom gewählten Binning und dem Fitbereich abhängt, müssen diese festgelegt werden, um später Vergleichbarkeit mit dem Fit an ein unbekanntes Spektrum zu gewährleisten. Eine Änderung des Binnings verschiebt dabei die Präzision der Kenntnis des Messwertes von Masse und Häufigkeit. Ein großes Binning hat viele Einträge pro Bin zur Folge, und damit einen kleinen relativen Fehler auf die erwartete Häufigkeit. Dafür kann nur eine schlechte Aussage über den tatsächlichen Wert der invarianten Masse für die entsprechende Häufigkeit getroffen werden, da das Bin einen großen Bereich auf der Massenachse beinhaltet. Umgekehrt hat eine zu kleine Wahl der Binbreite eine große Unsicherheit auf die zu erwartende Häufigkeit. Eine Wahl von 4 GeV pro Bin sorgt für vergleichbare relative Fehler auf Masse und Häufigkeit bei der erwarteten Anzahl an Einträgen für 36.1 fb^{-1} und wird daher gewählt.

Für den Fitbereich ist eine absolute Festlegung ungünstig, da sich der geeignete Bereich der Verteilung mit dem Endpunkt verschiebt. Die obere Grenze ist dabei unkritisch, da die Fitfunktion für hohe invariante Massen exponentiell abfällt und dem Spektrum damit sehr gut gerecht wird. Um dennoch eine systematische Wahl für die untere Grenze festzulegen, wird immer das erste Bin berücksichtigt, das die Hälfte des größten Eintrags des Histogramms überschreitet, während die untere Grenze 100 GeV über das Bin gelegt wird, das einen Bininhalt kleiner als 10% dieses Maximums hat. Damit wird auch für hohe Endpunkte sicher gestellt, dass keine zu niedrigen Bereiche für den Fit verwendet werden und der theoretische Endpunkt immer im Fitbereich liegt. Eine eventuelle Verschiebung der unteren Grenze des Fitbereiches durch statistische Fluktuationen der Binhöhe wird in der Fehlerbetrachtung später berücksichtigt.

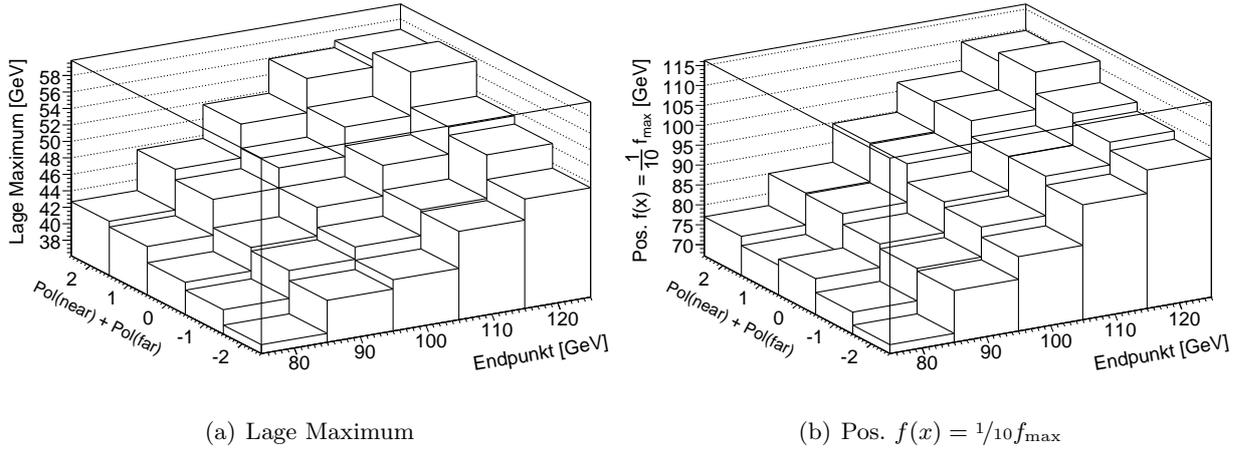


ABBILDUNG 5.9: Die Observablen der verschiedenen Kalibrationsspektren in der Ebene aus Endpunkt und Polarisation. Jede Säule entspricht einem Spektrum. (a): Die Lage des Maximums verschiebt sich für höhere Endpunkte, da unter Variation des Endpunktes das ganze Spektrum gestreckt bzw. gestaucht wird. Ebenso verlagert sich das Maximum bei dem Wechsel von links- zu rechtschiralen Taus durch die härtere Fragmentation des τ_R . (b): Die zweite Observable ist dagegen kaum abhängig von der Polarisation. Die gewählte Position liegt nahe des tatsächlichen Endpunktes, der von der Polarisation unangetastet bleibt.

Aus diesen Fits können nun die Parameter p_i aus Gleichung 5.7 mit deren Kovarianz-Matrix entnommen werden. Für die Durchführung der Anpassung der Funktionen wird das Programm `Minuit` verwendet [41]. Mit den Parametern und ihren Fehlern können schließlich die beiden Observablen aus den Gleichungen 5.8 und 5.9 samt ihrer Fehler errechnet werden. Da man an der Position nahe des Endpunktes interessiert ist, ist das “+” in Gleichung 5.9 zu wählen. Die beiden Observablen werden im Folgenden auch mit \mathcal{O}_{\max} (Position des Maximums) und $\mathcal{O}_{1/10}$ (Position, auf der der Fit auf ein Zehntel des maximalen Wertes abgefallen ist) bezeichnet.

Die Spektren, deren Fits mit den Fit-Parametern und den daraus gewonnenen Observablen samt Fehlern sind im Anhang dokumentiert. Die Observablen sind in Abbildung 5.9 zu sehen. Die Lage des Maximums ist dabei von Endpunkt und Polarisation bestimmt, da die Änderung des Endpunktes die Spektren auf der Massenachse streckt oder staucht und die härtere Fragmentation rechtschiraler Taus für höhere Positionen der Maxima sorgt. Die Position, bei der der Fit auf ein Zehntel seines maximalen Wertes abfällt, ist hingegen hauptsächlich vom Endpunkt bestimmt. Die Effekte der Polarisation haben keinen Einfluss auf den kinematischen Endpunkt und da die gewählte Observable nahe des Endpunktes liegt, ist ihre Variation durch die Polarisation kaum möglich.

Um die Observablen eines unbekanntes Spektrums optimal mit der Kalibration zu vergleichen, soll ein zweidimensionaler Fit beider Observablen vorgenommen werden. Damit wird zwischen den einzelnen Messpunkten in der Ebene aus Endpunkt ($m_{\tau\tau}^{\max}$) und Polarisation ($\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$) interpoliert. Eine spezielle Wahl für eine geeignete Fitfunktion lässt sich durch theoretische und experimentelle Betrachtungen motivieren. Der Mittelwert der $\pi\pi$ -Spektren, wenn beide Taus über $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ zerfallen, ist unter Vernachlässigung des Produktes der Polarisationen der Taus durch

$$\langle m_{\pi\pi} \rangle \left(\mathcal{P}_{[\tau\tau]}, m_{\tau\tau}^{\max} \right) = m_{\tau\tau}^{\max} \left(\frac{8}{135} \mathcal{P}_{[\tau\tau]} + \frac{8}{27} \right)$$

gegeben. Allerdings ist der Mittelwert eine globale Eigenschaft eines Spektrums. Die theoretische Betrachtung der Spektren hat gezeigt, dass die Spektren je nach Position auf der Massenachse

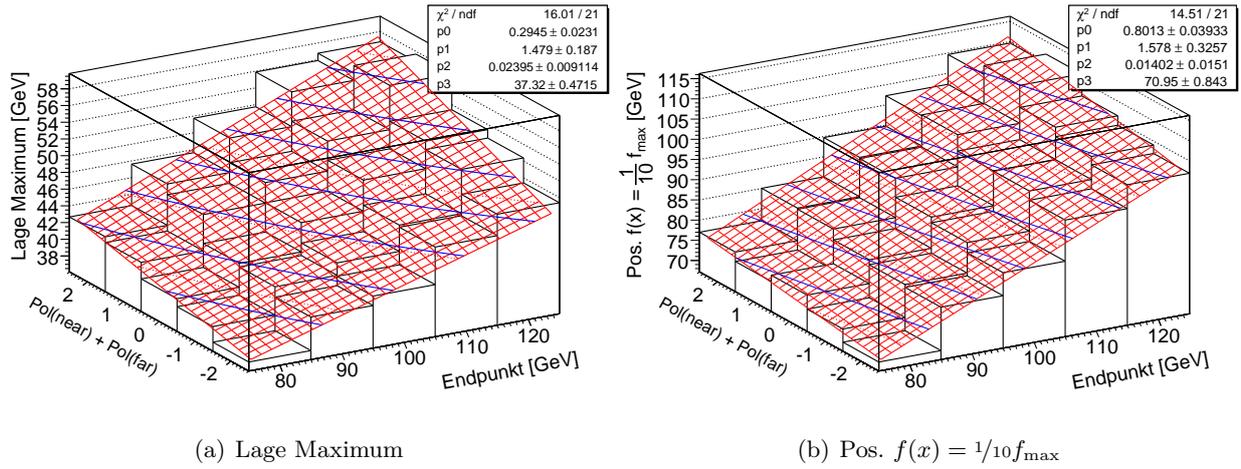


ABBILDUNG 5.10: Die Fits an die Observablen in der Ebene aus Endpunkt und Polarisation mit Äquipotentiallinien, (a) die Positionen der Maxima und (b) die invarianten Massen, bei denen der Fit auf ein Zehntel abgefallen ist. Die Messung einer solchen Observable legt also in dem zweidimensionalen Parameterraum eine Linie fest, auf der die Paare von Endpunkt und Polarisation liegen, die auf die gleiche Observable führen.

verschiedene Abhängigkeiten von der Summe der Polarisierungen haben. Um diese Flexibilität in die Fitfunktion mit einzubeziehen, wird ein zusätzlicher Summand proportional zu $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ eingeführt.

Die Gleichung für den Mittelwert hat ebenso die Eigenschaft $\langle m_{\pi\pi} \rangle \rightarrow 0$ für $m_{\tau\tau}^{\max} \rightarrow 0$. Experimentell wird die Linearität allerdings durch die Tau-Rekonstruktion aufgehoben. Diese unterdrückt die Spektren für kleine invariante Massen, und vergrößert damit den Mittelwert (und jede andere Observable), solange die Rekonstruktionseffizienz für die invariante Masse eines Tau-Paars eine streng monoton steigende Funktion dieser invarianten Masse ist. Diese Verschiebung ist jedoch eine Eigenschaft der Rekonstruktionsalgorithmen und der Detektoreigenschaften, die für alle Spektren gleich sein sollte. Damit kann man diesen Effekten durch die Addition eines weiteren, konstanten Terms gerecht werden. Die Fitfunktion einer Observable \mathcal{O} hat damit die Form:

$$\begin{aligned} \mathcal{O} \left(\mathcal{P}_{[\tau\tau]}, m_{\tau\tau}^{\max} \right) &= a_0 (m_{\tau\tau}^{\max} - 80\text{GeV}) + a_1 \left(\mathcal{P}_{[\tau\tau]} + 2 \right) \\ &\quad + a_2 (m_{\tau\tau}^{\max} - 80\text{GeV}) \left(\mathcal{P}_{[\tau\tau]} + 2 \right) + a_3 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Der konstante Versatz auf den beiden Achsen wird dabei dem Bereich gerecht, auf dem die Referenzspektren generiert wurden und legt damit den Ursprung auf den Punkt (80 GeV, -2) in der Ebene aus Endpunkt und Polarisation. Diese Verschiebung ist äquivalent zu einer Neudefinition der Konstanten a_i und macht mathematisch keinen Unterschied. Allerdings hat sich gezeigt, dass damit eine genauere Bestimmung der Konstanten a_i mit kleineren Fehlern möglich ist. Die Fits werden mit Minuit [41] durchgeführt und sind in Abbildung 5.10 dargestellt.

Die Messung einer der beiden Observablen aus einem Spektrum mit unbekanntem Endpunkt und unbekannter Polarisation liefert dann eine Äquipotentiallinie, die Paare von Endpunkten und Polarisierungen liefert, die auf die gemessene Observable führen. Damit können mit *einer* Observable noch nicht beide Parameter bestimmt werden. Diese Ambiguität wurde bereits von theoretischer Seite für den Mittelwert der $\pi\pi$ -Verteilung gezeigt und ließ sich durch die Messung von linear unabhängigen Observablen aufheben. Experimentell wird dies durch die Messung zweier Observablen, die verschiedene Abhängigkeiten von Endpunkt und Polarisation haben, realisiert. Da

die beiden Observablen aus Abbildung 5.10 diese Anforderung erfüllen, können damit sowohl der Endpunkt, als auch die Polarisation bestimmt werden. Dafür liefert die Kalibration aus Abbildung 5.10 für die Messung beider Observablen zwei solcher Äquipotentiallinien, deren Schnittpunkt eindeutig sowohl die Polarisation, als auch den Endpunkt bestimmt. Aus der Forderung

$$\mathcal{O}(\mathcal{P}_{[\tau\tau]}, m_{\tau\tau}^{\max}) \stackrel{!}{=} \mathcal{O}_{\text{mess}}$$

folgt

$$\mathcal{P}_{[\tau\tau]}(m_{\tau\tau}^{\max}) = \frac{\mathcal{O}_{\text{mess}} - a_3 - 2a_1 + (a_0 + 2a_2)(80 \text{ GeV} - m_{\tau\tau}^{\max})}{a_1 + a_2(m_{\tau\tau}^{\max} - 80 \text{ GeV})}. \quad (5.12)$$

Durch Gleichsetzen zweier solcher Gleichungen können dann Endpunkt und Polarisation bestimmt werden.

5.3.3 Messung

Zur Prüfung der Methode werden 1 000 000 $SU3$ -Ereignisse erzeugt, und damit Endpunkt und Polarisation bestimmt. Für diesen Datensatz gilt

$$m_{\tau\tau}^{\max} = 98.3 \text{ GeV}, \quad P(\tau_n) = -0.83, \quad P(\tau_f) = +0.98 \quad \text{und damit} \quad \mathcal{P}_{[\tau\tau]} = 0.15. \quad (5.13)$$

Das Spektrum ist in Abbildung 5.11(a) dargestellt. Auch hier wird der Untergrund aus Abbildung 5.2 addiert, allerdings wird bei der Fehlerrechnung anders vorgegangen. Für die Referenzspektren werden die Beiträge aus Untergrund und Signal getrennt betrachtet, um eine Abschätzung auf die zu erwartenden Ereignisse pro Bin mit Fehler zu erhalten. Für ein gemessenes Spektrum ist dies unrealistisch, da eine Unterscheidung der Beiträge aus Untergrund und Signal nicht möglich ist. Daher wird für den Fehler auf ein Bin der Differenzverteilung $\sqrt{N_{\text{SS}} + N_{\text{OS}}}$ verwendet, wobei die jeweilige Anzahl für OS und SS sowohl Signal, als auch Untergrund beinhaltet.

Zur Fehlerrechnung für die Observablen müssen statistische und systematische Effekte berücksichtigt werden. Zunächst ist jede der beiden Observablen mit einem statistischen Fehler belastet, der sich aus der Kovarianzmatrix der Fits über Gleichung 5.8 und 5.9 errechnen lässt. Hinzu kommt eine mögliche Verschiebung des Fitbereichs. Um Vergleichbarkeit der Kalibration mit dem Fit an das $SU3$ -Spektrum sicher zu stellen, wird eine systematische Wahl der unteren Grenze für den Fitbereich getroffen. Allerdings kann sich auf Grund von statistischen Fluktuationen in der Binhöhe die Wahl des ersten Bins, das für den Fit berücksichtigt wird, auf der Massenachse verschieben. Damit gibt es eine systematische Unsicherheit in der Wahl des Fitbereichs. Diese Systematik ist dabei mit der Statistik korreliert. Für kleine Statistik, also für wenig Ereignisse, ist eine größere Variation des Fitbereichs möglich. Eine quantitative Bestimmung dieser Korrelation ist allerdings schwer machbar, und daher wird der abgeschätzte Fehler durch diesen Effekt quadratisch mit dem statistischen Fehler addiert. Für eine Abschätzung des Fehlers wird die untere Grenze in fünf Schritten in einem Bereich von 16 GeV um den zentralen Fitbereich variiert und aus den damit gewonnenen fünf Observablen die Varianz gebildet. Der Fehler auf die Observable ist somit:

$$\sigma_{\mathcal{O}}^2 = \sigma_{\mathcal{O}}^2(\text{stat.}) + \text{Var}(\mathcal{O})$$

Die daraus bestimmten Observablen sind dann

$$\mathcal{O}_{\text{max}} = 46.67 \pm 0.97 \text{ GeV} \quad \text{und} \quad \mathcal{O}_{1/10} = 90.12 \pm 1.54 \text{ GeV}.$$

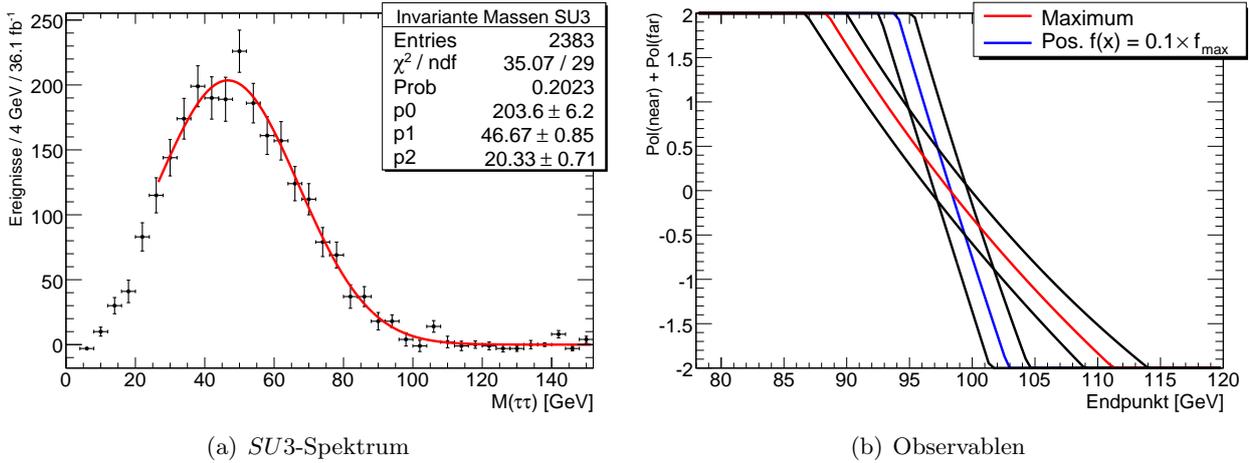


ABBILDUNG 5.11: (a) Das $SU3$ -Spektrum mit Fit, (b) die daraus gewonnenen Observablen als Äquipotentiallinien der Kalibration mit ihren 1- σ -Linien.

Damit können nun die 1- σ Konturen der aus den beiden Observablen folgenden Äquipotentiallinien berechnet werden. Zusätzlich zu dem Fehler auf die Observable, muss die systematische Unsicherheit auf die Kalibration berücksichtigt werden, da diese mit endlicher Statistik erstellt wurde. Im Folgenden wird $m_{\tau\tau}^{\max} = x$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} = y$ abgekürzt. Für die Änderung der Abhängigkeit der Polarisation vom Endpunkt aus Gleichung 5.12 gilt

$$\sigma_y(x) = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial \mathcal{O}} \sigma_{\mathcal{O}}\right)^2 + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \frac{\partial y}{\partial a_i} \frac{\partial y}{\partial a_j} \text{cov}(a_i, a_j)}. \quad (5.14)$$

Damit haben die Konturen nicht mehr die gleiche analytische Form wie die Linien der Zentralwerte. Die Kovarianzen der Parameter a_i können dem Fit entnommen werden. Die Summe über alle Ableitungen und Auswertung mit den entsprechenden Werten a_i und \mathcal{O} wird mit `Maple` [42] vorgenommen. Der Nenner und der Zähler dieser 1- σ -Konturen sind Wurzeln von Polynomen vierten Grades in x . Das $SU3$ -Spektrum mit Fit und die aus den gemessenen Observablen gewonnenen Äquipotentiallinien mit ihren 1- σ -Konturen sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Dazu wird auf die aus dem Zentralwert folgenden Linien die Funktion $\sigma_y(x)$ addiert bzw. subtrahiert.

Damit kann auch der Schnittpunkt der beiden Linien berechnet werden. Gleichsetzten der Gleichung 5.12 für die beiden Observablen ergibt mit den entsprechenden a_i :

$$m_{\tau\tau}^{\max} = 98.34 \text{ GeV} \quad \text{und} \quad \mathcal{P}_{[\tau\tau]} = -0.0175 \quad (5.15)$$

Eine exakte Berechnung des Fehlers auf die beiden Größen ist nur schwer möglich. Die beiden Observablen stellen eine nicht-normierte zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsdichte in der $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ - $m_{\tau\tau}^{\max}$ -Ebene dar. Das Maximum folgt dabei den Linien der Zentralwerte, während die Verteilungen senkrecht von dieser Linie gaußisch abfallen, entsprechend einer Breite bis zu den gezeigten Grenzkurven. Für die exakten n - σ -Konturen, bzw. den Konturen zu bestimmten Confidence Level für die beiden Messwerte $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ und $m_{\tau\tau}^{\max}$, müssten diese Verteilungen multipliziert werden und die Grenzlinie gefunden werden, auf der diese Wahrscheinlichkeitsdichte auf einen konstanten Wert abgefallen ist. Diese Konturen sind dabei keine Fehlerellipsen, sondern allgemeine Kurven, die von den beiden Kurven der Zentralwerte und den 1- σ -Fehlerbändern abhängen.

Um dennoch eine Fehlerellipse berechnen zu können, müssen die Linien als Geraden approximiert werden. Für zwei solche Geraden, deren Abstand zu den $1\text{-}\sigma$ -Konturen konstant ist, hat das Produkt der beiden Verteilungen Äquipotentiallinien mit elliptischer Form. Abbildung 5.11(b) legt nahe, dass eine solche Approximation gerechtfertigt ist, da insbesondere in der Nähe des Schnittpunktes die Krümmung vernachlässigbar ist. Dies kann auch an der untergeordneten Rolle des Parameters a_2 gesehen werden (in Abbildung 5.10 als p_2 bezeichnet), der die Beiträge proportional zum Produkt von Polarisation und Endpunkt parametrisiert und somit die Krümmung bestimmt.

Zur Berechnung dieser Fehlerellipsen müssen zunächst die Linien aus Abbildung 5.11(b) als Geraden berechnet werden. Dazu kann über Gleichung 5.12 die Steigung der beiden Linien im Schnittpunkt mit den Werten aus Gleichung 5.15 berechnet werden. Mit bekannter Steigung kann auch der y -Achsenabschnitt über den Punkt 5.15 bestimmt werden, und erhält die Tangente an die Linie im Schnittpunkt. Da die $1\text{-}\sigma$ -Linie parallel verlaufen muss, um ein konstantes σ zu gewährleisten, wird entlang der $1\text{-}\sigma$ -Linie aus Abbildung 5.11(b) der Punkt gesucht, der die gleiche Steigung wie die bestimmte Gerade hat. Die Tangente an diesen Punkt ist damit die gesuchte $1\text{-}\sigma$ -Gerade. Mit dem Abstand der Geraden ist schließlich auch das in dieser Näherung gültige globale σ bekannt. Der Abstand zweier Geraden mit gleicher Steigung m und y -Achsenabschnitten $y_{1,2}$ ist über

$$\sigma = (y_1 - y_2) \cos(\pi/2 - \varphi) = (y_1 - y_2) \sin(\varphi) \quad \text{mit} \quad \tan \varphi = \frac{-1}{m} \quad (5.16)$$

gegeben. Mit diesen Werten kann die *nicht* normierte Wahrscheinlichkeitsdichte für eine Observable \mathcal{O}_i als

$$g_i(x, y) = \exp\left(-\frac{[\cos(\varphi_i)(x - \langle x \rangle) + \sin(\varphi_i)(y - \langle y \rangle)]^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (5.17)$$

geschrieben werden. Dabei gibt φ_i den Winkel an, um den die Gerade um die Senkrechte (also die y -Achse) gedreht ist, und $\langle x \rangle$ und $\langle y \rangle$ sind die bestimmten Zentralwerte von Endpunkt und Polarisation (Gleichung 5.15). Der Winkel φ_i lässt sich über $\tan(\varphi_i) = -m_i^{-1}$ bestimmen, wenn m_i die Steigung der Geraden zu einer Observablen \mathcal{O}_i ist. Damit können nun die nicht-normierten Wahrscheinlichkeitsdichten für beide Observablen bestimmt und multipliziert werden. Die $1\text{-}\sigma$ -Kontur in der Ebene aus Endpunkt und Polarisation ist dann über die Bedingung

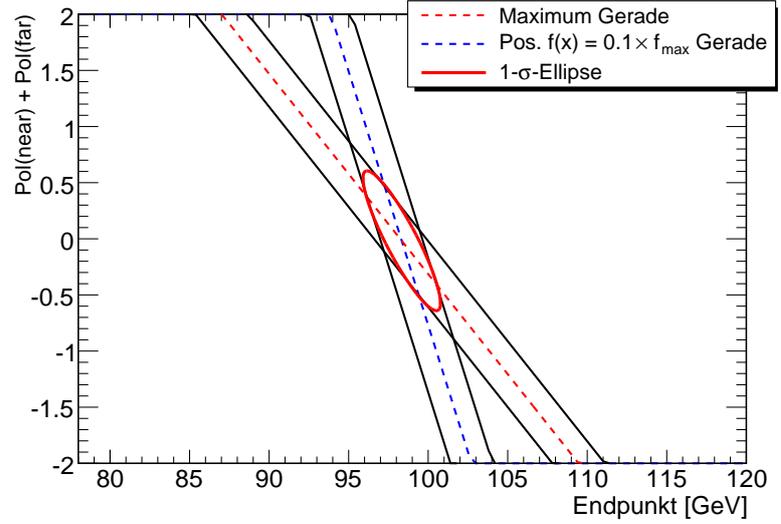
$$g_1(x, y) \cdot g_2(x, y) \stackrel{!}{=} e^{-\frac{1}{2}} \quad (5.18)$$

gegeben, also der Linie, auf der die Funktion auf $1/\sqrt{e}$ von seinem Maximum ($= 1$) abgefallen ist. Mit dieser Forderung liegen *nicht* 68% des Integrals über der Fläche in der $1\text{-}\sigma$ -Umgebung, sondern die äußeren Randpunkte der Ellipse legen die $1\text{-}\sigma$ -Fehler für die einzelnen Messwerte x und y fest. Damit liegen in dem die Ellipse einhüllenden Rechteck $0.68^2 \approx 46.2\%$ des Integrals, während in der Ellipse lediglich 39% Prozent liegen [43]. Diese Wahl wird getroffen, da sie eine einfache Bestimmung der Fehler auf die eigentlich interessanten Messwerte $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ und $m_{\tau\tau}^{\max}$ ermöglicht.

Eine allgemeine zweidimensionale GAUSS-Verteilung ist durch

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho}} \exp\left(-\frac{\left[\left(\frac{x-\langle x \rangle}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{y-\langle y \rangle}{\sigma_y}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x-\langle x \rangle}{\sigma_x}\right)\left(\frac{y-\langle y \rangle}{\sigma_y}\right)\right]}{2(1-\rho^2)}\right) \quad (5.19)$$

ABBILDUNG 5.12: Die als Geraden approximierten Linien der beiden Observablen mit den ebenfalls als Geraden genäherten 1- σ -Linien. In dieser Näherung ist die Kontur, in der die zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsdichte auf $1/\sqrt{\epsilon}$ abgefallen ist, eine Ellipse. Erwartungsgemäß berührt die 1- σ -Elllipse die 1- σ Linien der Observablen an deren Schnittpunkt mit dem Zentralwert der jeweils anderen Observable.



gegeben [43]. Die Forderung, dass $f(x, y)$ auf $1/\sqrt{\epsilon}$ abgefallen ist, liefert die Ellipsengleichung

$$\left(\frac{x - \langle x \rangle}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{y - \langle y \rangle}{\sigma_y}\right)^2 - 2\rho \left(\frac{x - \langle x \rangle}{\sigma_x}\right) \left(\frac{y - \langle y \rangle}{\sigma_y}\right) = 1 - \rho^2. \quad (5.20)$$

Die Ellipse aus Gleichung 5.18 muss allerdings noch auf diese Form gebracht werden. Insbesondere sind die Fehler σ_i aus Gleichung 5.17 *nicht* die Fehler auf die Größen x und y aus Gleichung 5.20, sondern die auf die aus den Observablen folgenden Linien. Die Größen σ_x und σ_y , also die Fehler auf Endpunkt und Polarisation, können am einfachsten über ihre geometrische Interpretation gewonnen werden. Sie stellen die äußersten x und y Werte entlang der Fehlerellipse 5.20 dar. Diese können auch aus Gleichung 5.18 erhalten werden. Mit den beiden Steigungen der als Geraden approximierten Linien (und damit den φ_i) und den beiden Breiten σ_i für die beiden Linien der Observablen, wird über Gleichung 5.18 eine implizite Funktion $y(x)$ definiert. Das σ_y aus Gleichung 5.20 ist dann die Differenz zwischen dem Maximum (oder Minimum) der Funktion $y(x)$ und dem Zentralwert $\langle y \rangle$. Ebenso ist über Gleichung 5.18 die implizit definierte Funktion $x(y)$ gegeben. Mit dieser kann über ihr Maximum σ_x errechnet werden. Mit bekanntem σ_x und σ_y kann dann der Korrelationskoeffizient ρ über jeden Punkt bestimmt werden und man erhält

$$\sigma_x = 2.5 \text{ GeV}, \quad \sigma_y = 0.62 \quad \text{und} \quad \rho = -0.894.$$

Die als Geraden approximierten Linien der Observablen mit der so berechneten 1- σ -Fehlerellipse sind in Abbildung 5.12 dargestellt. Die Ellipse berührt die 1- σ -Geraden der beiden Observablen in deren Schnittpunkt mit der Zentralwert-Gerade der jeweils anderen Observable. Hier ist die Wahrscheinlichkeitsdichte der einen Observablen auf ihrem Maximum ($= 1$), während die andere auf $1/\sqrt{\epsilon}$ abgefallen ist. Die Wahrscheinlichkeitsdichte der beiden Parameter Endpunkt und Polarisation, zusammen mit den Fehlerkonturen, dem Messwert und dem wahren $SU3$ -Wert sind in Abbildung 5.13 gezeigt.

Die endgültigen Messwerte sind damit

$$m_{\tau\tau}^{\max} = 98.34 \pm 2.5 \text{ GeV} \quad \text{und} \quad \mathcal{P}_{[\tau\tau]} = -0.0175 \pm 0.62. \quad (5.21)$$

Dabei ist zu beachten, dass die beiden Fehler nicht unabhängig sind. Die 1- σ -Elllipse aus Abbildung 5.13(b) schließt einen größeren Bereich aus, als die Fehlerbalken des eigentlichen Messwerts aus

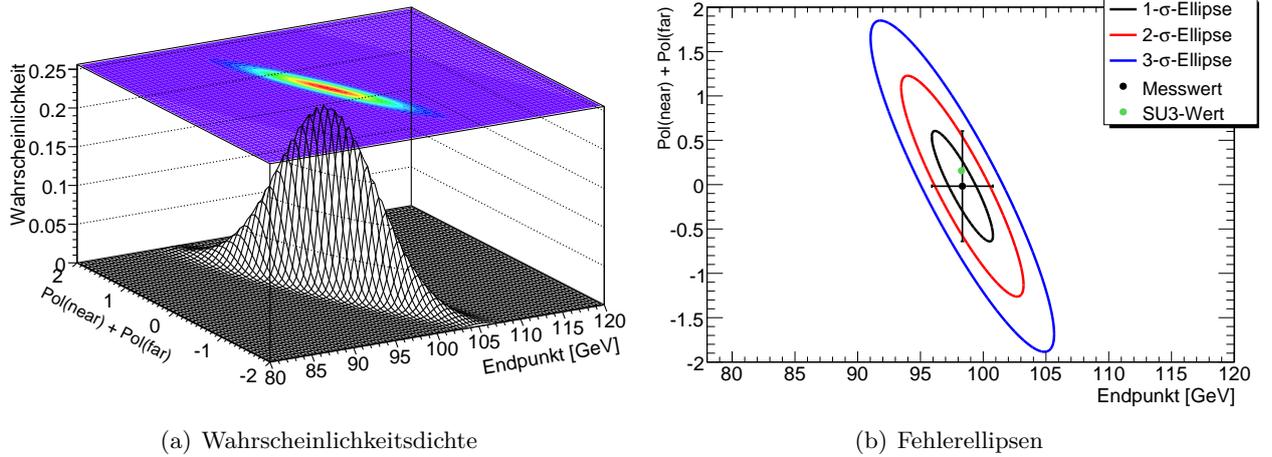


ABBILDUNG 5.13: (a): Die normierte Wahrscheinlichkeitsdichte mit Projektion für den Messwert aus Endpunkt und Polarisation in der linearen Näherung der beiden Linien der Observablen. (b): Die Fehlerkonturen, der Messwert mit den 1- σ -Fehlerbalken und der wahre Wert von Endpunkt und Polarisation im SU3-Szenario.

Abbildung 5.13(b) vermuten lassen. Dies liegt an der starken Korrelation der beiden Observablen. Dieses Ergebnis kann gut an der Neigung der Fehlerellipsen bzw. dem großen Korrelationskoeffizient ρ erkannt werden. Physikalisch lässt sich dies durch die globalen Effekte des Endpunktes auf die Spektren erklären. Da eine Verschiebung des Endpunktes das gesamte Spektrum auf der Massenachse skaliert, ist eine Observable, die unabhängig vom Endpunkt ist, aus den Spektren nicht zu bestimmen. Grafisch zeigt sich dies darin, dass alle denkbaren Observablen-Linien eine senkrechte Komponente haben, also keine Linie waagrecht in der Ebene aus Abbildung 5.11(b) verläuft. Damit ist eine vom Endpunkt unabhängige Bestimmung der Polarisation nicht möglich.

Denkbar wäre eine auf den Endpunkt normierte Observable, also zum Beispiel die Lage des Maximums relativ zum Endpunkt. Zur Normierung könnte dabei eine zweite Observable bestimmt werden, die keine (oder eine andere) Abhängigkeit von der Polarisation aufweist. Sollten beide Observablen proportional zur gleichen funktionalen Abhängigkeit vom Endpunkt sein, wäre der Quotient vom Endpunkt unabhängig und damit nur noch auf die Polarisation sensitiv:

$$\mathcal{O}_1 = f(\mathcal{P}_{[\tau\tau]}) \cdot g(m_{\tau\tau}^{\max}), \quad \mathcal{O}_2 = h(\mathcal{P}_{[\tau\tau]}) \cdot g(m_{\tau\tau}^{\max}) \quad \Rightarrow \quad \mathcal{O}_3 = \frac{\mathcal{O}_1}{\mathcal{O}_2} = \frac{f(\mathcal{P}_{[\tau\tau]})}{h(\mathcal{P}_{[\tau\tau]})}$$

Dies entspräche einer waagerechten Linie in Abbildung 5.11(b) falls $f \neq h$ und würde eine direkte Bestimmung der Polarisation erlauben. Allerdings ermöglicht dies keine zusätzliche Information zur getrennten Betrachtung der beiden Observablen \mathcal{O}_1 und \mathcal{O}_2 . Der vom Endpunkt unabhängige Quotient der beiden Observablen drückt lediglich aus, dass zu gegebener Polarisation nur genau ein Quotient der beiden Observablen möglich ist. Dies ist analog zu der hier verwendeten Strategie, die den Umstand ausnutzt, dass nur eine Kombination der beiden Observablen für Endpunkt und Polarisation möglich ist. Da weder die Konstruktion weiterer, unabhängiger Observablen aus der GAUSS-Verteilung mit nur zwei Parametern, noch der Gewinn an Information durch die Konstruktion neuer Observablen aus den bereits verwendeten möglich ist, kann dieses Ergebnis also im Rahmen der verwendeten Strategie nicht durch eine andere Wahl von Observablen verbessert werden.

Die starke Korrelation der beiden Observablen lässt verschiedene Paare zu, die auf ähnliche Spektren führen. Da sowohl für höhere $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$, als auch für höhere $m_{\tau\tau}^{\max}$ die Observablen größer

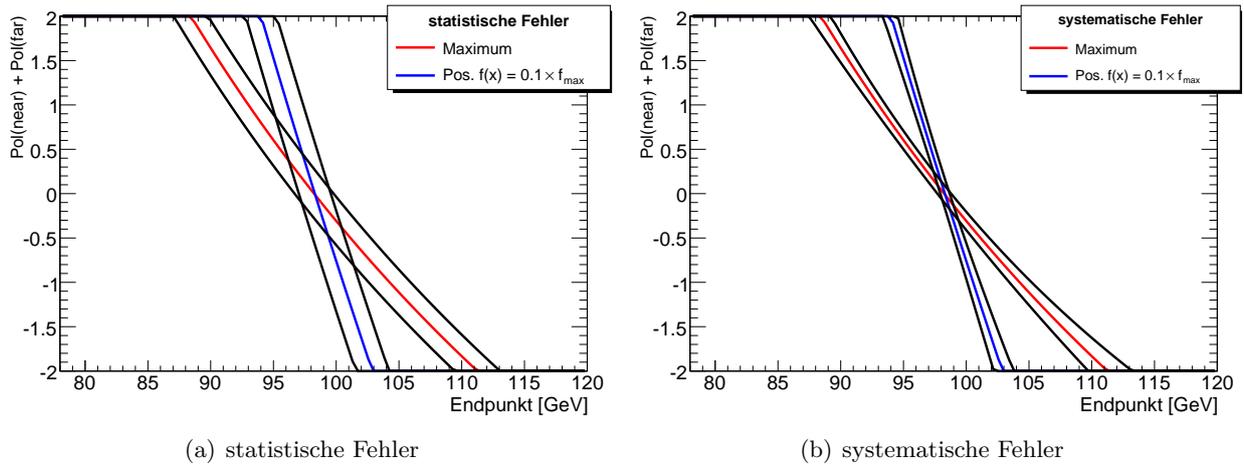


ABBILDUNG 5.14: Die (a) statistischen und (b) systematischen Beiträge zu dem Gesamtfehler aus Abbildung 5.11(b). Offensichtlich sind die statistischen Unsicherheiten dominant.

werden, ist die Korrelation negativ. Denn die gemessenen Observablen ließen sich auch mit kleinerem Endpunkt, aber größerer Polarisation (bzw. umgekehrt) erklären.

Schließlich können noch die Beiträge von systematischen und statistischen Effekten zu dem Gesamtfehler unterschieden werden. Dazu wird zu den systematischen Fehlern nur die Unsicherheit auf die Kalibration (Abbildung 5.10) gezählt. Damit wäre ein verschwindender systematischer Fehler für diese Analyse durch eine unendliche Statistik in den Referenzspektren zu realisieren. Dies würde eine beliebig genaue Kalibration erlauben. Dies ist natürlich nur richtig, solange die Simulation des Physik-Szenarios und des Detektors exakt ist. Die systematischen Unsicherheiten durch eine ungenaue Modellierung des Generators und insbesondere der in ATLFAST verwendeten Parametrisierung des Detektors werden hier nicht berücksichtigt. Die Unsicherheit in der Wahl der unteren Grenze für den Fitbereich ist ein statistischer Effekt des gemessenen Spektrums und systematischer Effekt durch die Wahl der Fitfunktion. Diese Unsicherheit lässt sich allerdings nicht durch eine beliebig genaue Kalibration verhindern. Daher werden die Unsicherheiten auf die Fitparameter aus den Fits und die Wahl des unteren Fitbereichs zu den statistischen Fehlern gezählt.

Die resultierenden Beiträge von Statistik und Systematik zu dem Gesamtfehler sind in Abbildung 5.14 gezeigt. Zur Bestimmung der Beiträge durch Statistik wird dafür in Gleichung 5.14 $\text{cov}(a_i, a_j) = 0$ gesetzt und für die Beiträge durch die Unsicherheit der Kalibration $\sigma_{\mathcal{O}} = 0$. Offensichtlich ist der Fehler durch die Statistik dominant, wobei die verschiedene Wahl der Fit-Grenzen einen untergeordneten Effekt im Vergleich zu der statistischen Unsicherheit aus dem Fit hat. Dies ist in Abbildung 5.14 allerdings nicht zu sehen. Die Abbildung zeigt auch, dass die Unsicherheit auf die Kalibration zu den Randwerten in der $m_{\tau\tau}^{\max}$ - $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ -Ebene zunimmt, da hier der Fit weniger durch die umliegenden Referenzpunkte beschränkt ist.

Die Dominanz durch die statistische Unsicherheit auf den Messwert, trotz gleicher Statistik in Referenzspektren und dem vermessenen Spektrum, lässt sich durch die schwache Abhängigkeit der Observablen von den Werten $m_{\tau\tau}^{\max}$ und insbesondere der Polarisation erklären. Die Fits aus der zweidimensionalen Kalibration haben trotz Fehler auf die einzelnen Referenzpunkte keine große Freiheit in ihrer Form, da sie allen Referenzpunkten zeitgleich gerecht werden müssen. Allerdings hat eine kleine Verschiebung des Messwertes einer Observable beim Vergleich mit der Kalibration eine große Verschiebung einer Linie zur Folge, da die Abhängigkeiten der Observablen von $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ nur schwach sind.

Diese Betrachtung zeigt auch, dass eine signifikante Verbesserung der Methode, durch die Produktion größerer Referenzsamples in einer feineren Segmentierung des Parameterraums aus Endpunkt und Polarisation, nicht möglich ist. Die Genauigkeit der Messung ist durch die Statistik in dem zu vermessende Spektrum beschränkt.

Der Zentralwert und die Fehler auf Endpunkt und Summe der Polarisationen wurden bisher analytisch berechnet. Die Bestimmung ist allerdings auch numerisch durch die Minimierung einer χ^2 -Funktion möglich. Dazu können für die Fits der Observablen (Gleichung 5.11) der Endpunkt $m_{\tau\tau}^{\max}$ und die Polarisationen $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ gesucht werden, die die beste Übereinstimmung mit den gemessenen Observablen haben. Ist $\vec{\mathcal{O}}$ der Vektor der zur Verfügung stehenden Observablen, so kann der Endpunkt und die Polarisation über das Minimum von

$$\chi^2(m_{\tau\tau}^{\max}, \mathcal{P}_{[\tau\tau]}) = [\vec{\mathcal{O}}(m_{\tau\tau}^{\max}, \mathcal{P}_{[\tau\tau]}) - \vec{\mathcal{O}}^{\text{mess}}]^T \text{Cov}^{-1}(\vec{\mathcal{O}}) [\vec{\mathcal{O}}(m_{\tau\tau}^{\max}, \mathcal{P}_{[\tau\tau]}) - \vec{\mathcal{O}}^{\text{mess}}] \quad (5.22)$$

bestimmt werden. $\text{Cov}(\vec{\mathcal{O}})$ ist dabei die Kovarianzmatrix der Observablen \mathcal{O}_i . Für den Fall unkorrelierter Observablen hat die Kovarianzmatrix Diagonalform und man erhält

$$\chi^2(m_{\tau\tau}^{\max}, \mathcal{P}_{[\tau\tau]}) = \sum_{i=1}^N \frac{(\mathcal{O}_i(m_{\tau\tau}^{\max}, \mathcal{P}_{[\tau\tau]}) - \mathcal{O}_i^{\text{mess}})^2}{\sigma_i^2},$$

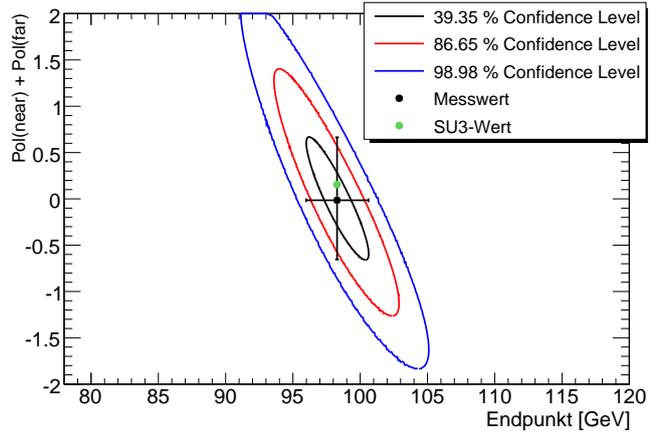
wenn N die Anzahl der Observablen bezeichnet. Da die beiden Observablen aus einem Fit an ein Spektrum gewonnen werden, sind diese im Allgemeinen korreliert. Dies ist in der analytischen Berechnung nicht berücksichtigt, da hier die Wahrscheinlichkeitsdichten der beiden Observablen multipliziert wurden. Die Interpretation des Produktes der beiden Wahrscheinlichkeitsdichten von \mathcal{O}_i als gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte für das Paar \mathcal{O}_{\max} und $\mathcal{O}_{1/10}$, ist aber nur für die Annahme unabhängiger Zufallsentscheidungen richtig. Diese Annahme wird aber von der Korrelation der beiden Observablen verletzt. Die Kovarianzmatrix für die beiden Observablen \mathcal{O}_{\max} und $\mathcal{O}_{1/10}$ kann durch die Fit-Parameter p_i und deren Kovarianz-Matrix (vgl. Gleichung 5.7) ausgedrückt werden [43]:

$$\begin{aligned} \text{Cov} \begin{pmatrix} \mathcal{O}_{\max} \\ \mathcal{O}_{1/10} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathcal{O}_{\max}}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathcal{O}_{\max}}{\partial p_2} \\ \frac{\partial \mathcal{O}_{1/10}}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathcal{O}_{1/10}}{\partial p_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{p_1}^2 & \text{cov}(p_1, p_2) \\ \text{cov}(p_1, p_2) & \sigma_{p_2}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathcal{O}_{\max}}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathcal{O}_{\max}}{\partial p_2} \\ \frac{\partial \mathcal{O}_{1/10}}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathcal{O}_{1/10}}{\partial p_2} \end{pmatrix}^T \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & \sqrt{2 \ln(10)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{p_1}^2 & \text{cov}(p_1, p_2) \\ \text{cov}(p_1, p_2) & \sigma_{p_2}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & \sqrt{2 \ln(10)} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sigma_{p_1}^2 & \sigma_{p_1}^2 + \text{cov}(p_1, p_2) \sqrt{2 \ln(10)} \\ \sigma_{p_1}^2 + \text{cov}(p_1, p_2) \sqrt{2 \ln(10)} & \sigma_{p_1}^2 + 2 \text{cov}(p_1, p_2) \sqrt{2 \ln(10)} + 2 \sigma_{p_2}^2 \ln(10) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Die Einträge auf der Diagonalen reproduzieren erwartungsgemäß die quadratischen Fehler auf die beiden Observablen (vgl. Gleichung 5.8 und 5.9). Die Kovarianzmatrix für p_1 und p_2 kann aus dem Fit an das $SU3$ -Spektrum gewonnen werden, während die Funktionen

$$\mathcal{O}_{\max}(m_{\tau\tau}^{\max}, \mathcal{P}_{[\tau\tau]}) \quad \text{und} \quad \mathcal{O}_{1/10}(m_{\tau\tau}^{\max}, \mathcal{P}_{[\tau\tau]})$$

ABBILDUNG 5.15: Der Messwert und die Konturen mit konstantem $\Delta\chi^2$ aus der Minimierung der χ^2 -Funktion. Die Zentralwerte werden exakt reproduziert, während die Konturen auf Grund der Krümmung der Linien aus Abbildung 5.11(b) hier keine Ellipsen sind. Der asymmetrische Fehler resultiert ebenfalls aus dieser Krümmung. Diese lässt die Linien im linken, oberen Teil des Überlapps der Linien aus Abbildung 5.11(b) näher liegen als im rechten, unteren Teil. Damit sind höhere Polarisierungen in Verbindung mit kleineren Endpunkten eher möglich.



aus der Kalibration (Abbildung 5.10) verwendet werden können. Damit kann die Funktion 5.22 für Endpunkt und Polarisation minimiert werden. Die Fehler-Konturen in der Ebene aus Endpunkt und Polarisation können über solche Paare bestimmt werden, deren $\Delta\chi^2$ einen konstanten Wert

$$\Delta\chi^2 = \chi^2(m_{\tau\tau}^{\max}, \mathcal{P}_{[\tau\tau]}) - \chi_{\min}^2 \quad (5.23)$$

über dem Minimum χ_{\min}^2 hat. Die in Abbildung 5.13(b) gezeigten Ellipsen wurden über die Kontur definiert, auf der die Wahrscheinlichkeitsdichte auf den Bruchteil $\exp(-a)$ mit $a = \sqrt{2}, 2, 9/2$ abgefallen ist. Diese Wahl entsprach genau den 1-, 2- und 3- σ Bereichen für die einzelnen Observablen $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$. Drückt man die Wahrscheinlichkeitsdichte über $\exp(-\Delta\chi^2/2)$ aus, so entsprechen die Konturen aus Abbildung 5.13(b) einer Wahl von $\Delta\chi^2$:

$$\left. \begin{array}{l} 1 - \sigma - \text{Ellipse} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta\chi^2 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 39.3 \% \text{ Confidence Level} \\ 2 - \sigma - \text{Ellipse} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta\chi^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad 86.4 \% \text{ Confidence Level} \\ 3 - \sigma - \text{Ellipse} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta\chi^2 = 9 \quad \Leftrightarrow \quad 98.9 \% \text{ Confidence Level} \end{array} \right\} \quad (5.24)$$

Die Minimierung der Funktion 5.22 wird mit `Minuit` [41] vorgenommen, ebenso wie die numerische Bestimmung der Konturen mit dem geforderten $\Delta\chi^2$. Die Ergebnisse

$$m_{\tau\tau}^{\max} = 98.34_{-2.34}^{+2.3} \text{ GeV} \quad \text{und} \quad \mathcal{P}_{[\tau\tau]} = -0.0173_{-0.64}^{+0.68} \quad (5.25)$$

sind in Abbildung 5.15 zusammen mit den Konturen aus Gleichung 5.24 gezeigt. Die Zentralwerte werden nahezu exakt reproduziert, da in dem Schnittpunkt aus Abbildung 5.11(b) $\chi^2 = 0$ gilt. Hier können beide Kalibrationen für ein Paar von Endpunkt und Polarisation gleichzeitig exakt erfüllt werden. Auch die Fehler sind vergleichbar, allerdings ist hier, im Gegensatz zu der analytischen Bestimmung, die Krümmung der beiden Linien in Abbildung 5.11(b) zu sehen. Da die Krümmung die Linien für größere Polarisierungen stärker zusammenlaufen lässt, als es in der linearen Näherung der Fall ist (vgl. Abbildung 5.11(b) und 5.12), wird der Überlapp der Fehlerbänder in der linearen Näherung unterschätzt, und damit auch der Fehler. Da für die numerische Methode die Krümmung berücksichtigt ist, umschließt die Fehler-Kontur in diesem Gebiet eine größere Fläche und der Fehler auf die Zentralwerte wird asymmetrisch.

In diesen Fehlern sind allerdings nicht die systematischen Effekte durch die Unsicherheit der zweidimensionalen Fits aus der Kalibration enthalten. Die χ^2 -Funktion wurde mit den aus der Kalibration erhaltenen Zentralwerten der a_i aus Gleichung 5.11 minimiert. Dies ist nötig, da für die Minimierung eine analytische Funktion χ^2 in Abhängigkeit von $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ benötigt wird. Allerdings zeigen diese Fehlerquellen keinen starken Einfluss auf die Messung (vgl. Abbildung 5.14).

5.3.4 Interpretation der Ergebnisse

Es soll schließlich noch untersucht werden, welche Aussagen mit den so erhaltenen Parametern möglich sind. Da sowohl die Polarisierungen als auch der Endpunkt von verschiedenen, fundamentalen Parametern abhängen, kann keiner dieser Parameter direkt bestimmt werden. Es gilt

$$m_{\tau\tau}^{\max} = m_{\tau\tau}^{\max}(m_{\tilde{\chi}_1^0}, m_{\tilde{\chi}_2^0}, m_{\tilde{\tau}}) \quad \text{und} \quad \mathcal{P}_{[\tau\tau]} = \mathcal{P}_{[\tau\tau]}(N_{ij}; i=1,2; j=1,2,3, \tan(\beta), \vartheta_{\tilde{\tau}}), \quad (5.26)$$

wobei $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ wieder von anderen Parametern abhängt (vgl. Gleichung 2.32, Seite 21). Dies macht eine zuverlässige Aussage schwierig, da durch die Vielzahl der grundlegenden Parameter eine hochgradige Mehrdeutigkeit der Ergebnisse gegeben ist. Zusätzlich muss berücksichtigt werden, dass die einzelnen Parameter nicht unabhängig sind. So ist die Masse des $\tilde{\tau}_1$ mit der Mischung $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ korreliert, und die Massen der Neutralinos auch durch die Mischungsmatrix bestimmt. Die Resultate verstehen sich also als zusätzlicher Beitrag zu der vieldimensionalen Rekonstruktion von SUSY-Parametern, da viele Kombinationen der Parameter aus 5.26 auf den gleichen Messwert führen können. Um dennoch die Qualität des Ergebnisses aus Gleichung 5.21 zu untersuchen, soll angenommen werden, dass der Neutralino-Sektor bereits aus anderen Messungen bekannt ist. Um dies weiter zu vereinfachen, werden diese Größen zusätzlich als fehlerlos angenommen und einzig $m_{\tilde{\tau}}$ und $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ als unbekannt verwendet. Damit kann die Staumasse als Funktion des Endpunktes und die Mischung als Funktion der Summe der Polarisierungen geschrieben werden.

Um die Ergebnisse auf eine Messung von $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ und $m_{\tilde{\tau}}$ zu übertragen, muss eine Wahl von Neutralinomassen und deren Mischungen getroffen werden. Dabei ist zu beachten, dass für eine feste Wahl von $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ und $m_{\tilde{\chi}_2^0}$ nur ein begrenzter Bereich für $m_{\tau\tau}^{\max}$ möglich ist. Für ihn gilt

$$0 < m_{\tau\tau}^{\max} < m_{\tilde{\chi}_2^0} - m_{\tilde{\chi}_1^0}.$$

Sollten die Neutralinomassen bekannt sein, wäre dieses kinematische Limit in dem $SU3$ -Szenario $m_{\tau\tau}^{\max} < 102$ GeV, also eine stärkere Einschränkung an den maximal möglichen Endpunkt als die abgeschätzte Genauigkeit auf die Messung aus Abbildung 5.15. Da diese zusätzliche Einschränkung eine Eigenschaft des gewählten SUSY-Szenarios ist, die im Allgemeinen nicht verwendet werden kann, soll auf deren Nutzung verzichtet werden. Daher werden für den Neutralinosektor die $SU1$ -Werte verwendet und versucht, die Staumasse und Mischung für die oben genannten Messwerte von Endpunkt und Polarisation zu rekonstruieren. Im Rahmen des mSUGRA-Modells ist dies kein realistisches Szenario, da für diese Wahl der Massen und Mischungen der Neutralinos, der rekonstruierte Endpunkt mit der Stau-Masse des $SU1$ -Punktes nicht verträglich ist. Eine Berücksichtigung *aller* beteiligter Parameter in einem physikalisch konsistenten SUSY-Modell geht allerdings über das Ziel dieser Arbeit hinaus. Ziel dieser Betrachtung ist lediglich die Prüfung der Qualität einer Messung auf $m_{\tilde{\tau}}$ und $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ in einem rein hypothetischen Probemodell, in dem alle anderen Parameter bereits bekannt sind.

Die Werte des $SU1$ -Szenarios sind:

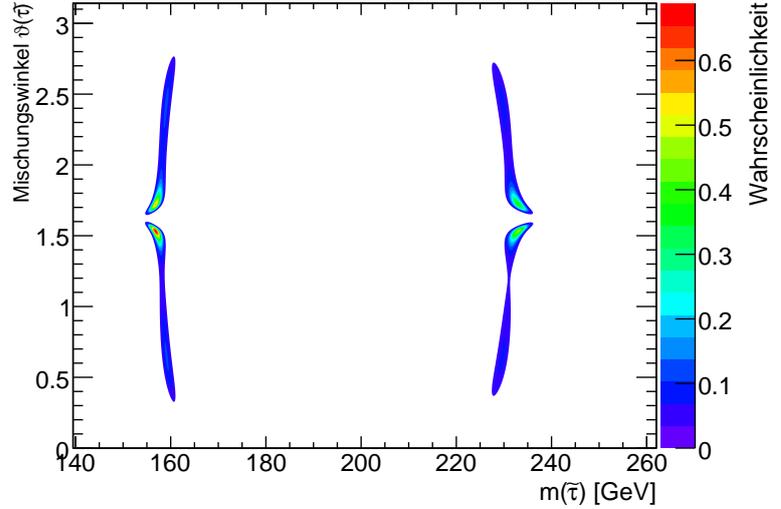
$$m_{\frac{1}{2}} = 350 \text{ GeV}, \quad m_0 = 70 \text{ GeV}, \quad A_0 = 0 \text{ GeV}, \quad \tan(\beta) = 10 \quad \text{und} \quad \text{sgn}(\mu) = +1.$$

Damit ergibt sich für den Neutralino-Sektor¹:

$$\begin{array}{llll} N_{11} = -0.9927 & N_{12} = 0.0310 & N_{13} = -0.1092 & m_{\tilde{\chi}_1^0} = 139.5 \text{ GeV} \\ N_{21} = -0.0613 & N_{22} = -0.9608 & N_{23} = 0.2204 & m_{\tilde{\chi}_2^0} = 262 \text{ GeV} \end{array}$$

¹Die Werte wurden mit `SPheno 2.2.3` berechnet [14].

ABBILDUNG 5.16: Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Parameter $m_{\tilde{\tau}}$ und $\vartheta_{\tilde{\tau}}$. Da jede Observable $m_{\tilde{\tau}\tilde{\tau}}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tilde{\tau}\tilde{\tau}]}$ durch zwei Werte erklärt werden kann sind insgesamt vier Regionen wahrscheinlich. Die Krümmung dieser Gebiete drückt die Korrelation in der Messung der Parameter $m_{\tilde{\tau}\tilde{\tau}}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tilde{\tau}\tilde{\tau}]}$ aus. Die stark präferierten kleinen Bereiche in der Nähe von $\vartheta_{\tilde{\tau}} \approx \pi/2$ kommen durch den ungenauen Messwert und die starke Abhängigkeit von $\mathcal{P}_{[\tilde{\tau}\tilde{\tau}]}$ vom Mischungswinkel. Die Neutralino-Mischungen und Massen wurden auf die $SU1$ -Werte gesetzt.



Die Mischungen sind denen des $SU3$ -Punktes sehr ähnlich. Mit diesen Werten lässt sich der Endpunkt als Funktion der Staumasse, und die Summe der Polarisierungen als Funktion des Mischungswinkels schreiben. Allerdings gibt es keine eindeutige Umkehrfunktion, denn jeder der beiden Parameter $m_{\tilde{\tau}\tilde{\tau}}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tilde{\tau}\tilde{\tau}]}$ kann durch zwei $m_{\tilde{\tau}}$ bzw. $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ erklärt werden. Eine Berechnung des Fehlers auf die Werte von $m_{\tilde{\tau}}$ und $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ mittels Fehlerfortpflanzung ist dabei nicht geeignet. Sie ist nur anwendbar, solange innerhalb der Fehlergrenzen die funktionale Abhängigkeit linear genähert werden kann. Insbesondere für die Polarisation ist dies aber nicht gegeben, da die Fehler auf $\mathcal{P}_{[\tilde{\tau}\tilde{\tau}]}$ sehr groß sind. Um eine realistische Abschätzung zu bekommen, muss die Wahrscheinlichkeitsdichte aus Abbildung 5.13(a) transformiert werden. Dies ist möglich, da sich die Größen $m_{\tilde{\tau}}$ und $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ als Funktionen der gemessenen Parameter $\mathcal{P}_{[\tilde{\tau}\tilde{\tau}]}$ und $m_{\tilde{\tau}\tilde{\tau}}^{\max}$ schreiben lassen.

Für die Transformation einer Wahrscheinlichkeitsdichte $f_{\vec{x}}(x_1, \dots, x_n)$ mit der Abbildung

$$\vec{x} \mapsto \vec{y}(\vec{x}) \quad \text{mit} \quad y_i = y_i(x_1, \dots, x_n)$$

gilt für die Wahrscheinlichkeitsdichte $f_{\vec{y}}(y_1, \dots, y_n)$ allgemein [43]:

$$f_{\vec{y}}(\vec{y}) = f_{\vec{x}}(\vec{x}) \cdot J(x|y).$$

Dabei ist $J(x|y)$ die JACOBI-Determinante der Umkehrabbildung $x_i(y_1, \dots, y_n)$. In diesem Fall sind diese Umkehrabbildungen die Funktionen

$$m_{\tilde{\tau}\tilde{\tau}}^{\max}(m_{\tilde{\tau}}) \quad \text{und} \quad \mathcal{P}_{[\tilde{\tau}\tilde{\tau}]}(\vartheta_{\tilde{\tau}}).$$

Da der Endpunkt von der Stau-Masse, aber nicht von $\vartheta_{\tilde{\tau}}$, abhängt und die Polarisation nur vom Mischungswinkel aber nicht von $m_{\tilde{\tau}}$, hat die JAKOBI-Matrix Diagonalfom und die gesuchte Wahrscheinlichkeitsdichte $g(m_{\tilde{\tau}}, \vartheta_{\tilde{\tau}})$ ergibt sich zu

$$g(m_{\tilde{\tau}}, \vartheta_{\tilde{\tau}}) = f\left(m_{\tilde{\tau}\tilde{\tau}}^{\max}(m_{\tilde{\tau}}), \mathcal{P}_{[\tilde{\tau}\tilde{\tau}]}(\vartheta_{\tilde{\tau}})\right) \left| \frac{\partial m_{\tilde{\tau}\tilde{\tau}}^{\max}}{\partial m_{\tilde{\tau}}} \cdot \frac{\partial \mathcal{P}_{[\tilde{\tau}\tilde{\tau}]}}{\partial \vartheta_{\tilde{\tau}}} \right|. \quad (5.27)$$

Die Funktionen $m_{\tilde{\tau}\tilde{\tau}}^{\max}(m_{\tilde{\tau}})$ und $\mathcal{P}_{[\tilde{\tau}\tilde{\tau}]}(\vartheta_{\tilde{\tau}})$ mit den benötigten Ableitungen und den Messwerten sind in Abbildung 5.17(b) und 5.17(a) gezeigt. Die Wahrscheinlichkeitsdichte $g(m_{\tilde{\tau}}, \vartheta_{\tilde{\tau}})$ wird mit **Maple** [42] berechnet und ist in Abbildung 5.16 gezeigt, wobei die interessanten Gebiete genauer in

Abbildung 5.17(c) bis 5.17(f) zu sehen sind. Dabei gilt immer $139.5 \text{ GeV} = m_{\tilde{\chi}_1^0} < m_{\tilde{\tau}} < m_{\tilde{\chi}_2^0} = 262 \text{ GeV}$.

Da beide Parameter $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ mit je zwei Werten von $m_{\tilde{\tau}}$ und $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ beschrieben werden können, sind insgesamt vier Regionen in der $m_{\tilde{\tau}}\text{-}\vartheta_{\tilde{\tau}}$ -Ebene möglich. Die beiden schmalen Bereiche der möglichen Staumassen entsprechen den beiden $m_{\tilde{\tau}}$, die mit dem gemessenen Endpunkt verträglich sind. Dies kann an Abbildung 5.17(b) gesehen werden. Der gemessene Endpunkt ist auf der y -Achse als GAUSS-Verteilung mit einer Breite entsprechend dem Fehler auf die Messung dargestellt und lässt auf zwei mögliche Staumassen von $\approx 160 \text{ GeV}$ und $\approx 230 \text{ GeV}$ schließen. Dies sind genau die schmalen Regionen in Abbildung 5.16.

Der Mischungswinkel ist entsprechend dem großen Fehler auf die Polarisationsmessung in einem breiten Bereich möglich. Interessant sind dabei die vier kleinen Regionen in der Nähe von $\vartheta_{\tilde{\tau}} \approx 1.5$ und $\vartheta_{\tilde{\tau}} \approx 1.75$ mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit. Diese können mit Abbildung 5.17(a) verstanden werden. Der große Fehler auf die Polarisation (rote Kurve) um den Wert $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} \approx 0$ verteilt sich sehr asymmetrisch auf den Mischungswinkel. Die möglichen Werte für $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} > 0$, werden auf Grund der schwachen Abhängigkeit des Mischungswinkels von der Polarisation in diesem Bereich (und damit der starken Abhängigkeit der Polarisation vom Mischungswinkel) auf eine kleine Umgebung von $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ projiziert. Die vielen möglichen Werte von $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} > 0$, sind also alle von sehr ähnlichen $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ realisierbar, die solche Werte von $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ sehr wahrscheinlich machen. In Gleichung 5.27 zeigt sich dies in der großen Ableitung an den Flanken der schmalen Spitze bei $\vartheta_{\tilde{\tau}} \approx 1.62$. Der schmale, ausgeschlossene $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ -Bereich zwischen den Spitzen in Abbildung 5.16, resultiert ebenfalls aus diesem engen Maximum. Ein solches $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ würde $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} \approx 2$ verursachen, was durch die Messung ausgeschlossen ist.

Der flache Kamm in der Wahrscheinlichkeitsdichte der möglichen $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ von diesem Maximum zu kleineren bzw. größeren Werten, kommt durch den flachen Verlauf von $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ um das schmale Maximum herum. Hier werden die möglichen Werte von $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} < 0$ eher gleichmäßig auf $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ verteilt, bis schließlich bei $\vartheta_{\tilde{\tau}} \approx 0.2$ ($\vartheta_{\tilde{\tau}} \approx 3$) kleinere (größere) Mischungswinkel nur durch $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} \approx -2$ erklärt werden könnten, und somit ausgeschlossen sind.

Für die Rückschlüsse auf den Mischungswinkel ist also das schmale Maximum in Abbildung 5.17(a) von großer Relevanz. Diese Eigenschaft ist eine Folge der Bino- und HIGGSino-Beiträge zu dem $\tilde{\chi}_2^0$. Ohne diese Beiträge wäre das *near*-Tau immer linkschiral. Der flache Teil in Abbildung 5.17(a) zwischen $0 < \vartheta_{\tilde{\tau}} < 1.25$ und $2 < \vartheta_{\tilde{\tau}} < \pi$ ist durch das *far*-Tau bestimmt, der schmale Peak zwischen $1.25 < \vartheta_{\tilde{\tau}} < 2$ durch das *near*-Tau. Daher ist für diese Betrachtung die Annahme $\tilde{\chi}_2^0 \approx \tilde{W}$ nicht möglich, denn die kleinen, weiteren Beiträge zum $\tilde{\chi}_2^0$ können einen großen Einfluss auf die Polarisation des *near*-Taus haben. Die Polarisation des *far*-Tau lässt sich jedoch in allen Bereichen von $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ gut durch ein rein binoartiges $\tilde{\chi}_1^0$ beschreiben.

Schließlich kann auch in den Größen $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ und $m_{\tilde{\tau}}$ die Korrelation zwischen den gemessenen Größen $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ und $m_{\tau\tau}^{\max}$ gesehen werden. In Abbildung 5.17(c) ist ein größerer Mischungswinkel eher mit einer kleineren Staumasse verträglich. Hier ist mit größerem $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ auch $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ größer, das durch die negative Korrelation ein kleineres $m_{\tau\tau}^{\max}$ bevorzugt. Dieses ist nach Abbildung 5.17(b) in diesem Bereich nur durch ein kleineres $m_{\tilde{\tau}}$ möglich. In gleicher Weise kann auch die Korrelation in Abbildung 5.17(e) erklärt werden. Hier wächst $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ ebenso mit $\vartheta_{\tilde{\tau}}$, allerdings ist ein kleinerer Endpunkt in diesem Gebiet nur mit einem größeren $m_{\tilde{\tau}}$ möglich (vgl. Abbildung 5.17(b)).

Sollten die Massen der Neutralinos also bekannt sein, ist eine Messung der Staumasse, bis auf eine Zweideutigkeit, gut möglich. Allerdings würden Fehler auf $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ und $m_{\tilde{\chi}_2^0}$ die Ungenauigkeit auf $m_{\tilde{\tau}}$ erhöhen und außerdem ist die Qualität der Messung zusätzlich von der Stau-Masse abhängig.

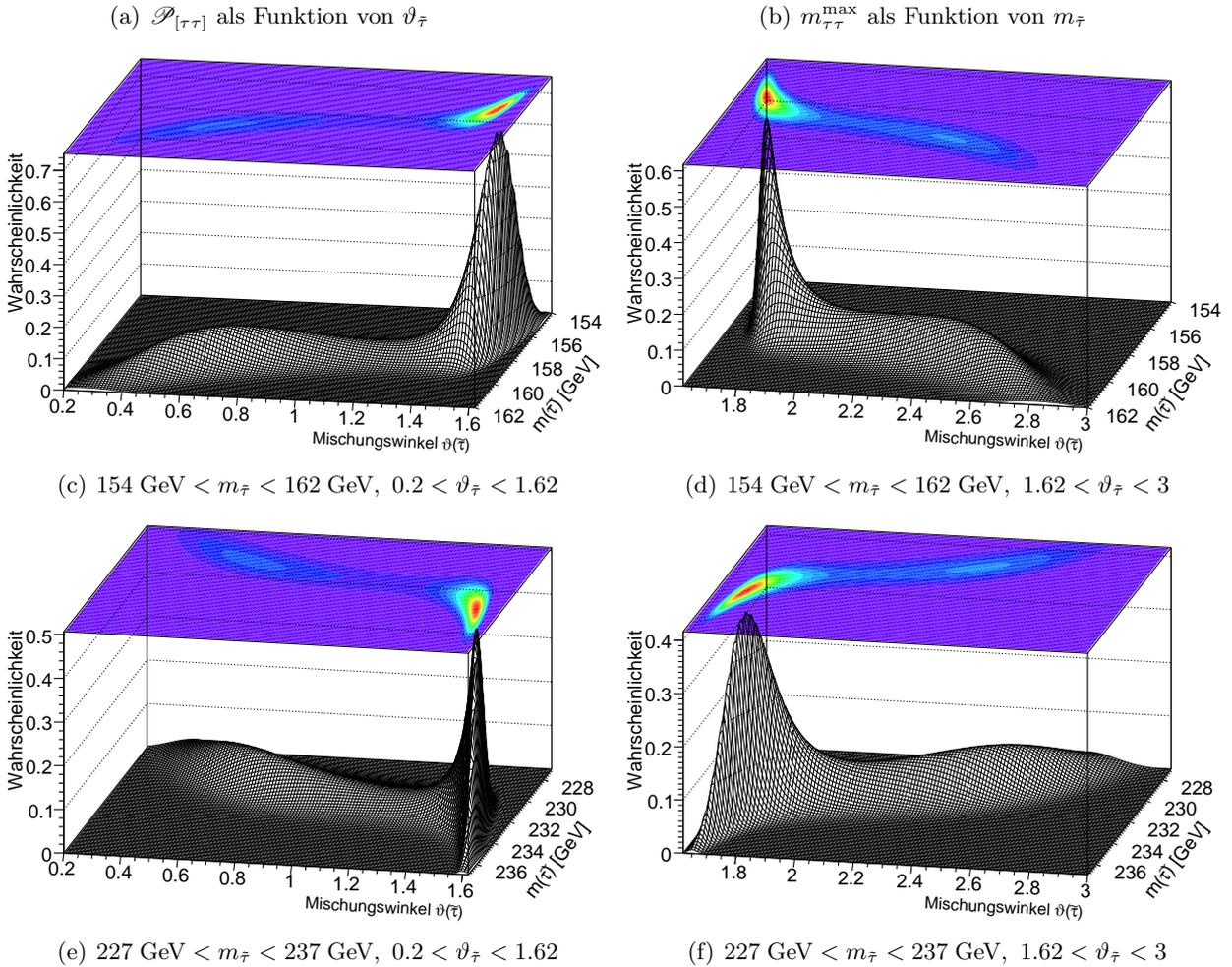
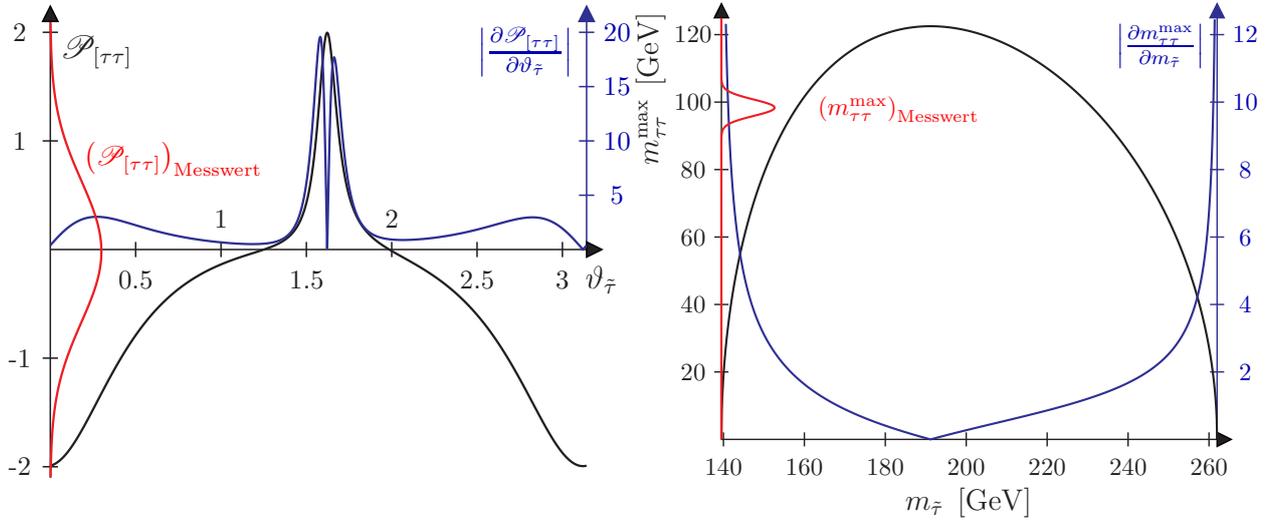


ABBILDUNG 5.17: (a): $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ als Funktion von $\vartheta_{\bar{\tau}}$ und (b) $m_{\tau\tau}^{max}$ als Funktion von $m_{\bar{\tau}}$ mit Ableitung (blau) und Messwert (rot). Die blaue, rechte Achse bezieht sich jeweils auf die Ableitung. Der maximale Endpunkt ist $m_{\tilde{\chi}_2^0} - m_{\tilde{\chi}_1^0} = 122.5 \text{ GeV}$ und liegt bei $m_{\bar{\tau}} = \sqrt{m_{\tilde{\chi}_1^0} \cdot m_{\tilde{\chi}_2^0}} \approx 191.2 \text{ GeV}$. (c)-(f): Die Wahrscheinlichkeitsdichte für verschiedene Gebiete in der $m_{\bar{\tau}}-\vartheta_{\bar{\tau}}$ -Ebene.

Befindet sich der Endpunkt nahe des Maximums $m_{\tilde{\chi}_2^0} - m_{\tilde{\chi}_1^0}$, so ist auf Grund des flachen Verlaufs von $m_{\tau\tau}^{\max}(m_{\tilde{\tau}})$ bei $m_{\tilde{\tau}} \approx \sqrt{m_{\tilde{\chi}_1^0} \cdot m_{\tilde{\chi}_2^0}}$ der Rückschluss auf $m_{\tilde{\tau}}$ schwieriger (vgl. Abbildung 5.17(b)).

Für die Werte $m_{\tilde{\tau}} \rightarrow m_{\tilde{\chi}_2^0}$, bzw. $m_{\tilde{\tau}} \rightarrow m_{\tilde{\chi}_1^0}$ ist der Endpunkt hingegen sehr sensitiv auf die Stau-Masse und eine Bestimmung gut möglich. Diese Bereiche sind jedoch experimentell schwierig, da hier eines der beiden Taus sehr weich ist. Deren Energie ist maßgeblich durch den Massenunterschied der SUSY-Teilchen bestimmt.

Eine Messung des Mischungswinkels ist schwieriger, da eine Bestimmung der Polarisation nicht sehr genau möglich ist. Dazu können die nicht diagonalen Einträge der Neutralino-Mischungen für das *near*-Tau einen großen Einfluss auf die Polarisation, und somit auf die Bestimmung von $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ haben. Setzt man die Zentralwerte der Messung und die Werte für die 1- σ -Abweichungen aus Gleichung 5.21 in die Funktionen aus Abbildung 5.17(a) und 5.17(b) ein, so ergeben sich als Messwerte für $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ und $m_{\tilde{\tau}}$:

$$\vartheta_{\tilde{\tau}} = \begin{cases} 1.21_{-0.64}^{+0.31} \\ 2_{-0.27}^{+0.52} \end{cases} \quad \text{und} \quad m_{\tilde{\tau}} = \begin{cases} 158.11_{-1.31}^{+1.43} \text{ GeV} \\ 231.16_{-2.07}^{+1.93} \text{ GeV} \end{cases}$$

Für das vermessene Spektrum gilt $m_{\tau\tau}^{\max} = 98.3$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]} = 0.15$, was mit dem *SU1*-Neutralinosektor auf eine Staumasse und Mischung von

$$\vartheta_{\tilde{\tau}} = 1.41 \quad \text{bzw.} \quad \vartheta_{\tilde{\tau}} = 1.86 \quad \text{und} \quad m_{\tilde{\tau}} = 158.09 \text{ GeV} \quad \text{bzw.} \quad m_{\tilde{\tau}} = 231.19 \text{ GeV} \quad (5.28)$$

führt. Im Rahmen der Messgenauigkeit können also die Werte für $\vartheta_{\tilde{\tau}}$ und $m_{\tilde{\tau}}$ rekonstruiert werden, wenn die Neutralino-Eigenschaften bereits bekannt sind. Dabei ist zu beachten, dass diese Werte weder die *SU1*- noch die *SU3*-Werte sind, da das *SU3*-Spektrum unter der Annahme des *SU1*-Neutralino-Sektors vermessen wird.

5.4 Nutzung verschiedener Tau-Zerfälle

In den vorangegangenen Abschnitten wurde bereits die unterschiedliche Abhängigkeit der Zerfallskinetik des Taus von der Polarisation je nach Zerfallskanal erläutert. Es soll hier noch untersucht werden, ob eine Verbesserung der Messung möglich ist, wenn Taus je nach Zerfall unterschieden werden können. Die Zerfälle $\tau \rightarrow \nu_{\tau} X$ sind für $X = \rho, \pi, K$ von der Polarisation betroffen, während die Zerfälle für $X = a_1$ und die restlichen nicht betroffen sind.

Zur Unterscheidung der einzelnen Zerfälle sind verschiedene Strategien möglich. Auf Generatorniveau wurden bereits zwei Möglichkeiten gezeigt. Die Selektion nach der Anzahl der geladenen Spuren ist eine experimentell einfache Methode, die allerdings keine effiziente Selektion solcher Zerfälle liefert, die nicht von der Polarisation betroffen sind. Eine für diese Zwecke bessere Methode ist die Selektion nach invarianter Masse des Zerfallsprodukts *eines* Taus. Die Methoden können jedoch beide nicht für diese Studie verwendet werden. Die Anzahl der rekonstruierten Di-Tau-Ereignisse nach den Schnitten, in denen beide Taus als 3-Prong zerfallen sind, ist deutlich zu klein, um bei der gegebenen integrierten Luminosität ein Massenspektrum zu messen. Ebenso ist eine Rekonstruktion der invarianten Masse eines Tau-Jets mit der *ATLFAST*-Parametrisierung der Tau-Rekonstruktion nicht möglich, da die Jets einfach *GAUSS*isch verschmiert werden.

Andere Methoden wären eventuell durch eine Untersuchung der Topologie der Jets im hadronischen und elektromagnetischen Kalorimeter möglich. Diese Informationen werden jedoch durch

ATLFAST nicht zur Verfügung gestellt. Eine Unterscheidung der Zerfälle ist also nur durch die Nutzung von Informationen von Generatorniveau möglich. Dazu werden noch einmal 25 Datensätze mit gleichem $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ generiert und die Informationen über die Taus und ihre Zerfälle auf Generatorniveau mit gespeichert. Der Zerfallskanal für ein Tau auf Detektorniveau wird dann wie folgt bestimmt: Für jedes rekonstruierte Tau auf Detektorniveau wird das ursprüngliche Tau auf Generatorniveau gesucht. Dazu wird das $\Delta R = \sqrt{\Delta\varphi^2 + \Delta\eta^2}$ des rekonstruierten Tau-Jets mit den Zerfallsprodukten aller Taus gebildet, die der Generator tatsächlich ausgegeben hat. Gibt es ein solches Tau mit $\Delta R < 0.1$, so wird das Tau auf Detektorniveau mit dem entsprechenden Zerfallsmodus aus der *truth*-Information markiert. Gibt es kein solches Tau auf Generatorniveau, handelt es sich um ein *Fake*-Tau.

Für eine realistische Studie können diese Informationen eigentlich nicht direkt verwendet werden. Da immer die Gefahr der Verwechslung einzelner Zerfallsmodi besteht, müssten die wirklichen Tau-Zerfälle je nach Zerfallskanal mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit mit einem anderen Zerfall getauscht werden. Dazu benötigt man eine quadratische Matrix C mit Anzahl an Zeilen und Spalten, die der Anzahl der verschiedenen Tau-Zerfälle entspricht, die man unterscheiden möchte. Der Eintrag $c_{i,j}$ gibt dann die Wahrscheinlichkeit an, den i -ten Zerfall mit dem j -ten zu verwechseln. Eine solche Matrix muss auch nicht symmetrisch sein, da zum Beispiel der Zerfall $\tau \rightarrow a_1\nu_\tau \rightarrow \pi\pi^0\pi^0\nu_\tau$ einfach mit dem Zerfall $\tau \rightarrow \rho\nu_\tau \rightarrow \pi\pi^0\nu_\tau$ zu verwechseln ist, wenn die beiden π^0 nicht getrennt werden können. Umgekehrt muss eine Aufspaltung des neutralen *Clusters* des π^0 aus dem ρ , und damit die Verwechslung mit einem 1-Prong Zerfall aus dem a_1 , nicht die gleiche Wahrscheinlichkeit haben.

Eine solche Matrix ist sehr stark von dem verwendeten Algorithmus und im Allgemeinen auch von Impuls und Flugrichtung des Taus abhängig. Da für eine solche Matrix keine zuverlässige Abschätzung besteht, wird für diese Studie eine 100%ige Effizienz in der Trennung der Zerfälle angenommen. Auf Detektorniveau werden also die Information von Generator-Niveau verwendet. Desweiteren muss eine konsistente Berücksichtigung von *Fake*-Taus festgelegt werden. Hier wird den Taus ohne *truth match* zufällig ein Zerfallsmodus zugewiesen, wobei als Wahrscheinlichkeit die Zerfallswahrscheinlichkeit für den Kanal verwendet wird. Auch dies stellt keine realistische Handhabe dar, da beispielsweise ein *Fake*-Tau kaum durch ein einzelnes Pion zustande kommen wird. Daher sollten *Fake*-Taus häufiger als ein a_1 - oder ρ -Zerfall erkannt werden. Da aber auch hier keine zuverlässigen Zahlen vorhanden sind, werden die Zerfallswahrscheinlichkeiten verwendet.

Mit dieser Methode steht auf Detektorniveau für jedes rekonstruierte Tau ein Zerfallsmodus zur Verfügung, der eine Selektion ermöglicht. Damit können im Prinzip viele Verteilungen mit unterschiedlichen Tau-Zerfällen erstellt werden, da für jede invariante Masse zwei Taus benötigt werden. Ist n die Anzahl der Zerfallskanäle, so können zunächst n Verteilungen konstruiert werden, in denen beide Taus über eine der n Möglichkeiten zerfallen. Dazu kann der erste Zerfall mit den restlichen $n - 1$ Zerfällen kombiniert werden. Der zweite kann allerdings nur noch mit $n - 2$ der übrigen Möglichkeiten kombiniert werden, da wegen der Ununterscheidbarkeit von *near*- und *far*-Tau, die Kombination mit dem ersten Zerfall bereits gezählt wurde. Aus dem selben Grund kann der i -te Zerfall nur noch mit $n - i$ Zerfällen kombiniert werden und man erhält

$$\sum_{i=0}^n (n - i) = \frac{n(n + 1)}{2} \quad (5.29)$$

mögliche Kombinationen für die Selektion zweier Taus. Betrachtet man k Observablen, so können mit den $1/2n(n + 1)$ Spektren insgesamt $N = 1/2kn(n + 1)$ Kalibrationen für Observablen erstellt werden. Da jede dieser Kalibrationen die Bestimmung einer Äquipotentiallinie ermöglicht, können

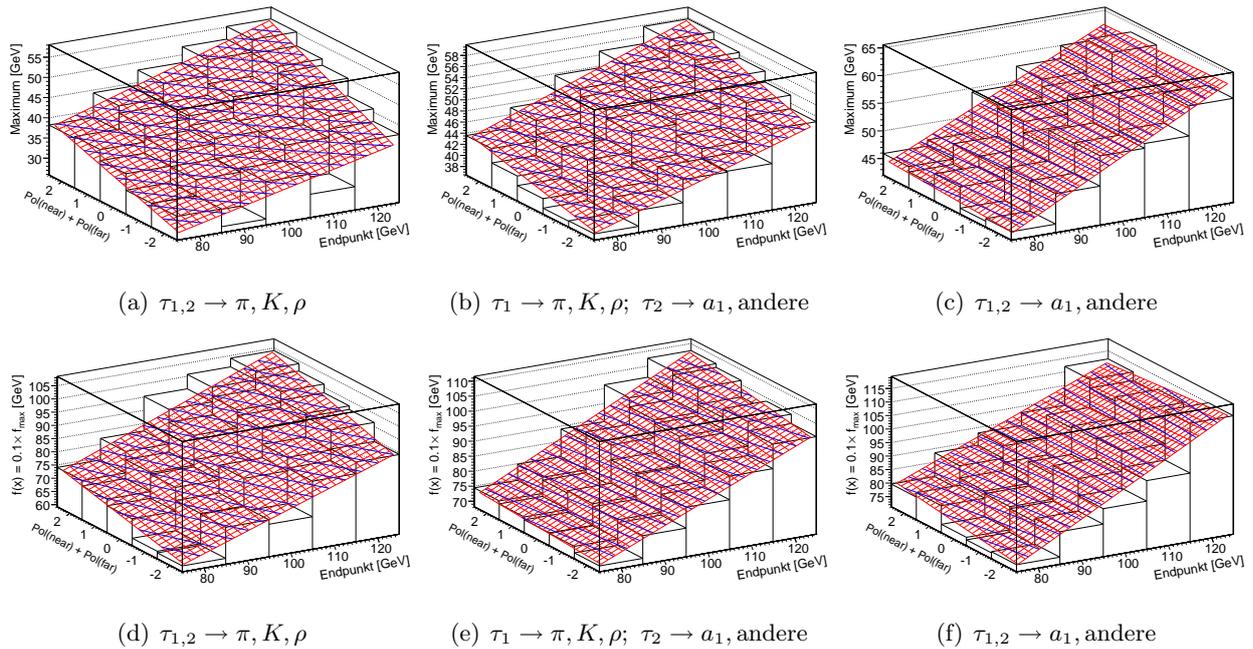


ABBILDUNG 5.18: Die beiden Observablen der Spektren aus verschiedenen Verteilungen, je nachdem ob beide (links), eins (Mitte) oder keins (rechts) der beiden Taus über einen von der Polarisation betroffenen Modus zerfallen ist. Die Information über den Tau-Zerfall ist von Generatorniveau. Man kann deutlich erkennen, dass die Sensitivität der Observablen auf die Polarisation von links nach rechts abnimmt.

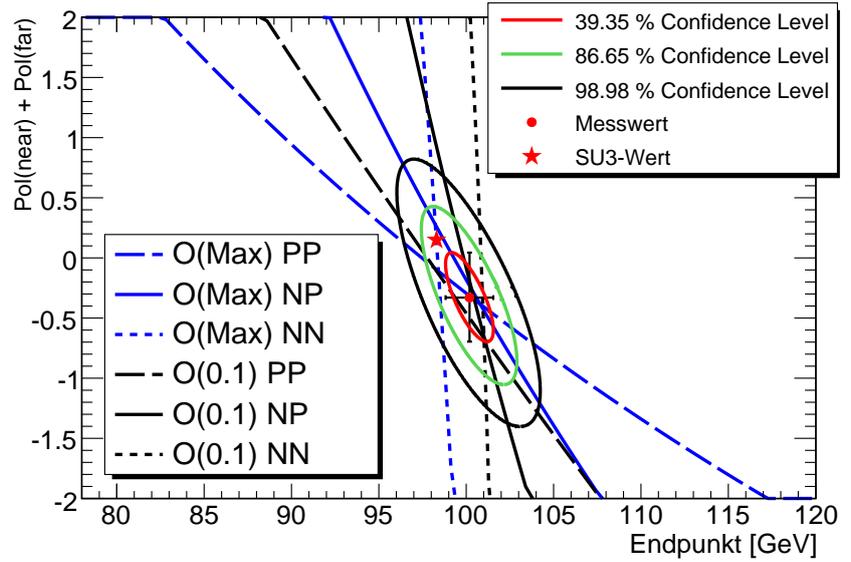
eine Reihe von Schnittpunkten konstruiert werden. Die erste Linie schneidet dabei $N - 1$ Linien, die zweite nur noch $N - 2$ und man erhält

$$\sum_{i=1}^N (N - i) = \frac{N(N - 1)}{2} = \frac{k^2 n^2 (n + 1)^2}{8} - \frac{kn(n + 1)}{4} \quad (5.30)$$

Schnittpunkte, vorausgesetzt, jede Linie schneidet alle anderen genau einmal. Diese liefern nicht alle unabhängige Informationen, da zum Beispiel die Observablen aus einem Fit immer korreliert sind. Eine solche Aufteilung aller rekonstruierter Di-Tau-Ereignisse nach den Schnitten in viele Verteilungen hat den Vorteil zusätzlicher Information. Da die einzelnen Tau-Zerfälle unterschiedliche Abhängigkeiten von der Polarisation haben, kann so zusätzliche Information gewonnen werden, die bei der unselektierten Verwendung aller Taus nicht benutzt werden kann. Allerdings hat sie den Nachteil, dass weniger Ereignisse pro Verteilung zur Verfügung stehen. Damit sind sowohl zuverlässige Vorhersagen für Observablen aus Monte-Carlo-Simulationen, also für die Kalibrationen, als auch insbesondere genaue Messungen solcher Observablen schwierig.

Um dennoch eine verwertbare Statistik in den einzelnen Verteilungen zu haben, werden die Taus in nur zwei Kategorien unterteilt: Zerfälle, die von der Polarisation betroffen sind (π , K , ρ) und solche, die nicht von der Polarisation betroffen sind (a_1 und andere). Insgesamt gibt es damit drei Verteilungen, je nachdem ob beide, eins oder keins der Taus über einen von der Polarisation betroffenen Kanäle zerfällt. Dafür wird die gleiche Analyse auf den Datensätzen durchgeführt, nur dass für jedes Tau-Paar, das in die invariante Massenverteilung geschrieben wird, die Zerfallsmodi der beiden Taus abgefragt wird, und je nachdem die invariante Masse des Tau-Paars der entsprechenden Verteilung zugeordnet wird. Diese Methode liefert für jeden der 25 Punkte in der Ebene aus

ABBILDUNG 5.19: Der Zentralwert der Messung mit den Fehlerkonturen, wenn die Zerfälle der Taus unterschieden werden können. Die blauen Linien sind die Äquipotentiallinien der Maxima aus den drei Spektren PP, NP und NN, die schwarzen Linien wurden aus $\mathcal{O}_{1/10}$ gewonnen. Die Fehlerkonturen sind bei dieser Methode deutlich kleiner als ohne die Verwendung der unterschiedlichen Tau-Zerfälle. Der rote Stern zeigt den nominelle SU3-Wert.



Endpunkt und Polarisation drei Spektren, von denen eines von der Polarisation betroffen ist, eines eine moderate Abhängigkeit aufweist und eines von der Polarisation nicht betroffen ist.

Die Kalibration an diesen Verteilungen ist in Abbildung 5.18 zu sehen. Dabei sind beide Observablen aus allen drei Verteilungen gezeigt. Der Verlauf der Äquipotentiallinien zeigt deutlich, dass die Spektren unterschiedliche Sensitivität auf die Summe der beiden Polarisationen haben. In den linken Abbildungen sind beide Taus über einen von der Polarisation betroffenen Modus zerfallen. Deren blaue Äquipotentiallinien $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}(m_{\tau\tau}^{\max})$ haben daher eine ausgeprägtere Komponente in Richtung der $m_{\tau\tau}^{\max}$ -Achse und somit die größte Sensitivität auf die Polarisation. Die Äquipotentiallinien der Kalibration an den Spektren, in denen beide Taus von der Polarisation unabhängig zerfallen, haben dagegen keine Komponente in Richtung der $m_{\tau\tau}^{\max}$ -Achse und bieten eine von der Polarisation unabhängige Messung des Endpunktes, allerdings keine Information über die Polarisation.

Beide Observablen zeigen auch, dass ihre mittleren Werte für die nicht von der Polarisation betroffenen Verteilungen höher sind, als diese aus den Spektren, die von der Polarisation betroffen sind. Dies lässt sich in Abbildung 5.18 an den ansteigenden Wertebereichen auf der Observablen-Achse von links nach rechts erkennen. Ganz allgemein hat jede der beide Observablen für eine Wahl von Endpunkt und Polarisation den höchsten Wert in dem Spektrum, in denen beide Taus unabhängig von der Polarisation zerfallen, während sie den kleinsten Wert in dem Spektrum haben, in denen beide Taus über einen von der Polarisation betroffenen Kanal zerfallen. Abbildung 5.4 erklärt dieses Verhalten. Die sichtbaren Zerfallsprodukte der Zerfälle, die nicht von der Polarisation betroffen sind, tendieren dazu, einen größeren Anteil der ursprünglichen Tau-Energie mit sich zu tragen. Dagegen nehmen die ρ - und π -Mesonen tendenziell weniger Energie des Taus mit sich. So verschieben sich die Spektren durch den Verlust der Neutrino-Energie für die Zerfälle in ρ , π oder K eher zu niedrigeren Werten und auch die Observablen erhalten kleinere Werte.

Mit diesen Kalibrationen kann im Prinzip mit nur einer Observablen, durch die Unterscheidung der Tau-Zerfälle, sowohl der Endpunkt als auch die Polarisation bestimmt werden. Über die von der Polarisation nicht betroffenen Spektren kann der Endpunkt bestimmt werden (rechte Kalibration in Abb. 5.18) und schließlich mit dessen Kenntnis die Summe beider Polarisationen (linke Kalibration in Abb. 5.18) gemessen werden. Eine optimale Nutzung dieser Informationen kann durch die Verwendung aller sechs (= 3 Spektren \times 2 Observablen) Observablen geschehen. Eine analytische Bestimmung ist für diese Zahl an Observablen zu aufwendig und daher wird nur die numerische

Methode über die Minimierung der χ^2 -Funktion aus Gleichung 5.22 verwendet. Hier stehen die Observablen

$$\vec{\mathcal{O}} = \left(\mathcal{O}_{\max}^{\text{PP}}, \mathcal{O}_{\max}^{\text{NP}}, \mathcal{O}_{\max}^{\text{NN}}, \mathcal{O}_{1/10}^{\text{PP}}, \mathcal{O}_{1/10}^{\text{NP}}, \mathcal{O}_{1/10}^{\text{NN}} \right)^T \quad (5.31)$$

zur Verfügung. \mathcal{O}_{\max} ist dabei die Position des Maximums und $\mathcal{O}_{1/10}$ die Position, bei der der Fit auf ein Zehntel seines maximalen Wertes abgefallen ist. Die Indizes PP, PN und NN bezeichnen die Spektren, in denen beide Taus über einen von der Polarisation betroffenen Modus zerfallen (PP), ein Tau-Zerfall von der Polarisation betroffen ist, und einer nicht (PN) und beide Taus unabhängig von der Polarisation zerfallen (NN). In dieser Konvention lautete die Kovarianzmatrix $\text{Cov}(\vec{\mathcal{O}})$:

$$\begin{pmatrix} (\Delta\mathcal{O}_{\max}^{\text{PP}})^2 & 0 & 0 & \text{cov}(\mathcal{O}_{\max}^{\text{PP}}, \mathcal{O}_{1/10}^{\text{PP}}) & 0 & 0 \\ 0 & (\Delta\mathcal{O}_{\max}^{\text{NP}})^2 & 0 & 0 & \text{cov}(\mathcal{O}_{\max}^{\text{NP}}, \mathcal{O}_{1/10}^{\text{NP}}) & 0 \\ 0 & 0 & (\Delta\mathcal{O}_{\max}^{\text{NN}})^2 & 0 & 0 & \text{cov}(\mathcal{O}_{\max}^{\text{NN}}, \mathcal{O}_{1/10}^{\text{NN}}) \\ \text{cov}(\mathcal{O}_{\max}^{\text{PP}}, \mathcal{O}_{1/10}^{\text{PP}}) & 0 & 0 & (\Delta\mathcal{O}_{1/10}^{\text{PP}})^2 & 0 & 0 \\ 0 & \text{cov}(\mathcal{O}_{\max}^{\text{NP}}, \mathcal{O}_{1/10}^{\text{NP}}) & 0 & 0 & (\Delta\mathcal{O}_{1/10}^{\text{NP}})^2 & 0 \\ 0 & 0 & \text{cov}(\mathcal{O}_{\max}^{\text{NN}}, \mathcal{O}_{1/10}^{\text{NN}}) & 0 & 0 & (\Delta\mathcal{O}_{1/10}^{\text{NN}})^2 \end{pmatrix}$$

Diese Matrix berücksichtigt, dass nur die Observablen aus *einem* Fit korreliert sind und die aus verschiedenen Spektren unabhängig sind. Die Kovarianz zwischen den beiden Observablen aus einem Fit kann wieder über

$$\text{cov}(\mathcal{O}_{\max}^i, \mathcal{O}_{1/10}^i) = \sigma_{p_1}^2 + \text{cov}(p_1^i, p_2^i) \sqrt{2 \ln(10)}$$

bestimmt werden. Dabei ist i der zu einem Spektrum PP, NP oder NN gehörige Index. Die Fehler auf die Observablen können ebenso aus den Fit-Parametern gewonnen werden. Damit kann die χ^2 -Funktion aus Gleichung 5.22 minimiert werden, und man erhält

$$m_{\tau\tau}^{\max} = 100.19_{-1.37}^{+1.36} \text{ GeV} \quad \text{und} \quad \mathcal{P}_{[\tau\tau]} = -0.33_{-0.366}^{+0.374}. \quad (5.32)$$

Für den analytischen Zusammenhang zwischen den Observablen und den Parametern $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ werden die Fits der Kalibrationen aus Abbildung 5.18 verwendet. Die Ergebnisse mit den $\Delta\chi^2 = 1, 4, 9$ -Konturen in Abbildung 5.19 zu sehen. Die Fehler können also durch die zusätzliche Information, über welchen Modus die Taus zerfallen, um etwa den Faktor 0.56 bei gleicher Statistik verkleinert werden.

Allerdings ist diese Ergebnis in dem Licht zu betrachten, dass für diesen Teil der Studie eine 100%ig richtige Unterscheidung der rekonstruierten Taus angenommen wurde. Hinzu kommt noch ein systematischer Effekt der **Atlfast**-Parametrisierung. Da die Rekonstruktionseffizienzen einfach nach p_T und η berechnet werden, können zusätzliche Einflüsse durch andere Eigenschaften des Tau-Zerfalls einen Einfluss auf eine solche Kalibration für verschiedenen Tau-Zerfälle haben. Sollte beispielsweise die Rekonstruktionseffizienz für ein 3-Prong-Zerfall deutlich schlechter als die für einen 1-Prong-Zerfall sein, wäre das in der **ATLFAST**-Parametrisierung erhaltene Verhältnis zwischen

rekonstruierten 1- und 3-Prong-Taus falsch, da es anteilig ebenso viele 1- wie 3-Prong-Zerfälle rekonstruiert. Die hier erhaltene Anzahl der Di-Tau-Ereignisse in einer Verteilung, spiegelt lediglich die verschiedenen Wahrscheinlichkeiten für die geforderte Zerfälle wieder, und berücksichtigt nicht eine verschiedene Identifikationswahrscheinlichkeit für verschiedene Tau-Zerfälle. Die Anzahl aller Di-Tau-Paare verteilen sich zu etwa 21% – 29% – 50% in die nicht (NN), voll (PP) und teilweise (NP) von der Polarisierung betroffenen Spektren. Damit stehen in den Spektren also nur ein Fünftel bzw. die Hälfte bzw. ein Drittel der Ereignisse zur Verfügung, was größere Fehler auf die Observablen verursacht.

Als Ergebnis kann damit festgestellt werden, dass die zusätzliche Information durch die Unterscheidung einzelner Tau-Zerfälle eine Verbesserung der Methode erlaubt, die eine Reduktion der Fehler um bis zu 44% ($= 1 - 0.56$) ermöglicht. Die Verwechslung einzelner Zerfälle sorgt aber für eine Verschlechterung der Methode und verlangt ein genaues Verständniss der Identifikation von Tau-Zerfällen, insbesondere über die möglichen Verwechslungen, um eine Messung mit einer solchen Kalibration aus Monte-Carlo-Daten zu vergleichen.

KRITISCHE BETRACHTUNG UND AUSBLICK

In diesem Kapitel soll ein kritischer Rückblick auf die Arbeit geworfen werden und Möglichkeiten zur Verbesserung und Erweiterung der vorgestellten Studie präsentiert werden.

6.1 Modellabhängigkeit

Der Kern dieser Studie ist die Entwicklung einer Kalibration, die die Messung von Endpunkt und Summe der beiden Polarisationen in einem unbekanntem Spektrum erlaubt. Für die richtige Interpretation der damit gewonnenen Ergebnisse, muss jedoch sichergestellt werden, dass eventuelle Annahmen in der Kalibration tatsächlich erfüllt werden. Dazu gehört in erster Linie eine mögliche Modellabhängigkeit der Kalibration, die aus einer Messung inkorrekte Ergebnisse liefert, sollte die Modellabhängigkeit nicht in der Natur realisiert sein.

Da die Kalibration form-bezogene Observablen betrachtet, muss also sicher gestellt werden, dass ein Spektrum mit gegebenem Endpunkt und gegebener Polarisation tatsächlich die in der Kalibration verwendete Form hat. Dazu muss zunächst vorausgesetzt werden, dass die invariante Massenverteilung der ursprünglichen Taus die gezeigte Dreiecksform hat. Dies ist richtig, solange das $\tilde{\chi}_2^0$ über Zweikörperzerfälle in den Endzustand zerfällt und das $\tilde{\tau}$ ein skalares Teilchen ist. Für die Zweikörperzerfälle muss auch immer $m_{\tilde{\chi}_2^0} > m_{\tilde{\tau}} > m_{\tilde{\chi}_1^0}$ gelten.

Darüber hinaus sind eine verschwindende Breite der SUSY-Teilchen und die Vernachlässigung von Korrekturen höherer Ordnung, wie Photon-Abstrahlung nötig, um die strenge Dreiecksform zu erhalten [16]. Sollten die SUSY-Massen eine endliche Breite haben, so entspräche dies einer Überlagerung vieler Spektren mit leicht verschiedenen Endpunkten und damit einer Auswaschung der Kante. Für kleine Breiten der SUSY-Teilchen, also $\Delta m_i \ll m_{\tilde{\tau}\tilde{\tau}}^{\max}$, sollte dieser Effekt gegenüber der Auswaschung durch den Tau-Zerfall vernachlässigbar, und die Kalibration weiterhin gültig sein. Die Breiten in dem *SU3*-Szenario auf Generatorniveau sind in Abbildung 6.1 gezeigt mit einer angepassten relativistischen BREIT-WIGNER-Verteilung

$$P(m_i) = p_0 \frac{1}{(m_i^2 - p_1^2)^2 + p_1^2 p_2^2}$$

die auf Breiten der Teilchen von $\Gamma_{\tilde{\tau}} \approx 0.1$ GeV und $\Gamma_{\tilde{\chi}_2^0} \approx 0.017$ GeV führen. Diese sind in der Kalibration enthalten, sollten aber auch für andere Breiten in der gleichen Größenordnung keinen

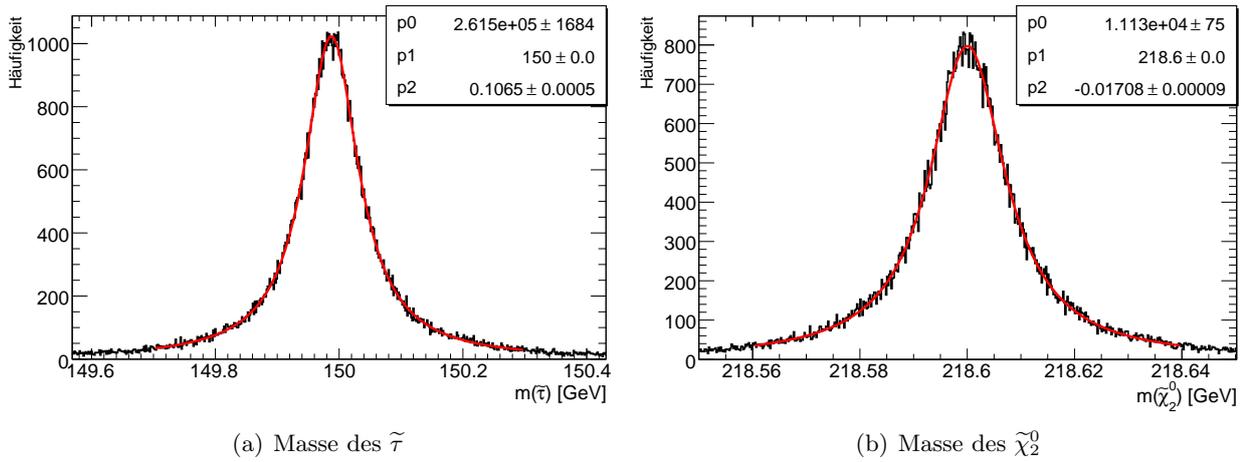


ABBILDUNG 6.1: Die Breiten der (a): $\tilde{\tau}$ - und (b) $\tilde{\chi}_2^0$ -Masse auf Generatorniveau mit einer angepassten relativistischen BREIT-WIGNER-Verteilung. Die Breiten $\Gamma_{\tilde{\tau}} \approx 0.1 \text{ GeV}$ und $\Gamma_{\tilde{\chi}_2^0} \approx 0.017 \text{ GeV}$ (für $SU3$) sind deutlich kleiner als der Endpunkt und haben daher keinen Einfluss auf Messung.

Unterschied machen. Zusätzlich ist die *final-state-radiation* der beiden Taus in der Simulation, und damit in der Kalibration, berücksichtigt.

Da der τ -Zerfall durch das Standardmodell beschrieben wird, hat die Verschiebung der Spektren durch den Zerfall des Taus keine Sensitivität auf das verwendete SUSY-Modell, außer natürlich durch Polarisation, die aber gemessen werden soll. Damit ist die ursprüngliche Dreiecksform in der invarianten Massenverteilung der beiden Taus die einzige Annahme für die Verwendbarkeit der Kalibration. Eine Überprüfung dieser Dreiecksform könnte über die Messung des Zerfalls

$$\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow e^\pm \tilde{e}^\pm \rightarrow e^\pm e^\mp \tilde{\chi}_1^0 \quad \text{oder} \quad \tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \mu^\pm \tilde{\mu}^\pm \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp \tilde{\chi}_1^0$$

geschehen, da die Leptonen der ersten beiden Generationen im Detektor unzerfallen gemessen werden können. Unter der Annahme, dass die Massenverteilungen der Elektronen oder Myonen die gleiche Form wie die der Taus haben, könnte die Form der $\tau\tau$ -Verteilung bestimmt werden, natürlich ohne den Endpunkt. Ein Sonderfall wäre allerdings, wenn die Taus eine andere Verteilung als die der Elektronen und Myonen haben. Dies wäre möglich, wenn für beide Taus $m_{\tilde{\tau}_i} > m_{\tilde{\chi}_2^0}$ gilt, und der Zerfall mit zwei Taus im Endzustand nur über ein virtuelles $\tilde{\tau}$ möglich ist. Dies entspräche einem direkten Dreikörperzerfall $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tau^\pm \tau^\mp \tilde{\chi}_1^0$, dessen Massenverteilung keine Dreiecksform mehr hat.

Ein weiterer modellabhängiger Aspekt ist die Selektion der Ereignisse. Die verwendeten Schnitte wurden entsprechend einer Maximierung der Signifikanz in den Verteilungen am $SU3$ -Punkt gewählt. Ohne eine genaue Kenntnis des realisierten SUSY-Modells, können aber je nach Massen-Hierarchien verschiedene Schnitte eine optimale Suche ermöglichen. Die gesuchte Phänomenologie in einem SUSY-Ereignis ist aber in allen R -Parität erhaltenden Modellen ähnlich, da sie sowohl für die hohe Multiplizität harter Jets, als auch für die fehlende transversale Energie sorgt. Damit sollte mit den verwendeten Schnitten eine Selektion von SUSY-Ereignissen in vielen R -Parität erhaltenden Modellen möglich sein.

6.2 Korrelation in der Kalibration

Die Observablen \mathcal{O}_{\max} und $\mathcal{O}_{1/10}$ aus einem Fit sind korreliert. Diese Korrelation wurde in der Berechnung der Fehlerkonturen bei der Minimierung des $\chi^2(m_{\tau\tau}^{\max}, \mathcal{P}_{[\tau\tau]})$ (vgl. Gleichung 5.22, Seite 93) mit den Observablen aus dem vermessenen Spektrum berücksichtigt. Nicht berücksichtigt wurde hingegen die Korrelation der Observablen in der Kalibration. Hier wurden für jeden Datensatz in der $m_{\tau\tau}^{\max}$ - $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ -Ebene beide Observablen und deren Fehlern unter Berücksichtigung der Korrelation der Fit-Parameter p_1 und p_2 der GAUSS-Verteilung berechnet. Die Korrelation dieser Observablen wurde aber nicht in die Kalibration mit einbezogen, da jede der Observablen in eine eigene Kalibration eingeht. Damit sind die beiden Referenzpunkte für *eine* Kombination von $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ in der Kalibration für \mathcal{O}_{\max} und $\mathcal{O}_{1/10}$ korreliert und eine Korrelation der Fit-Parameter an die Observablen unter den beiden Kalibrationen möglich.

Für diese Betrachtung werden nur die Kalibrationen ohne Unterscheidung der Tau-Zerfälle, also mit zwei Kalibrationen, berücksichtigt und folgende Konvention getroffen: Die Fitparameter der zweidimensionalen Fits an die Positionen der Maxima \mathcal{O}_{\max} seien a_k^{\max} , während die an die Positionen $\mathcal{O}_{1/10}$ $a_k^{1/10}$ genannt werden. Die Fit-Funktionen haben die Form

$$\mathcal{O}_i(\mathcal{P}_{[\tau\tau]}, m_{\tau\tau}^{\max}) = a_0^i (m_{\tau\tau}^{\max} - 80\text{GeV}) + a_1^i (\mathcal{P}_{[\tau\tau]} + 2) + a_2^i (m_{\tau\tau}^{\max} - 80\text{GeV}) (\mathcal{P}_{[\tau\tau]} + 2) + a_3^i$$

mit $i \in \{\max, 1/10\}$. Für die analytische Berechnung der 1- σ -Bänder wurden nur die Korrelationen der Fitparameter aus einer Kalibration, also

$$\text{cov}(a_i^{\max}, a_j^{\max}) \quad \text{und} \quad \text{cov}(a_i^{1/10}, a_j^{1/10})$$

berücksichtigt (vgl. Gleichung 5.14, Seite 88). Da aber je zwei der Referenzpunkte der beiden Kalibrationen korreliert sind, kann im Allgemeinen auch eine Korrelation der Parameter aus verschiedenen Fits bestehen, also

$$\text{cov}(a_i^{\max}, a_j^{1/10}) \neq 0.$$

Dieser Effekt wird allerdings nicht sehr groß sein, da immer nur ein Paar von Observablen in den beiden Kalibrationen korreliert ist, und die restlichen Referenzpunkte in einer Kalibration unabhängig sind, da sie aus unabhängigen Stichproben, also verschiedenen generierten Datensätzen gewonnen werden. Um diese Korrelation abzuschätzen, können Pseudoexperimente durchgeführt werden. Dazu werden in beiden Kalibrationen die Werte jedes Eintrags für ein Paar von $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$ gaußisch gemäß der Kovarianz

$$\begin{pmatrix} \sigma_{p_1}^2 & \sigma_{p_1}^2 + \text{cov}(p_1, p_2) \sqrt{2 \ln(10)} \\ \sigma_{p_1}^2 + \text{cov}(p_1, p_2) \sqrt{2 \ln(10)} & \sigma_{p_1}^2 + 2 \text{cov}(p_1, p_2) \sqrt{2 \ln(10)} + 2 \sigma_{p_2}^2 \ln(10) \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

um ihre Zentralwerte \mathcal{O}_i verschmiert. Damit kann eine beliebige Anzahl von Kalibrationen erzeugt werden, deren Einträge im Rahmen der Fehler auf die Observablen verschmiert werden, und bei denen die zu einem Spektrum gehörigen Observablen entsprechend der Kovarianzmatrix von \mathcal{O}_{\max} und $\mathcal{O}_{1/10}$ verschmiert werden. Korrelierte, GAUSS-verteilte Zufallszahlen \vec{x} um die Mittelwerte $\vec{\mu}$ entsprechend der Kovarianzmatrix $C(\vec{x})$ können wie folgt erzeugt werden: Die Werte zweier solcher korrelierter Variablen x_1 und x_2 bilden eine zweidimensionale GAUSS-Verteilung (vgl. Gleichung 5.19, Seite 89), deren Äquipotentiallinien Ellipsen sind. Solche Zahlen können durch eine

Hauptachsentransformation, die Koordinaten-Achsen auf die große und die kleine Hauptachse der Ellipse überführt, gewonnen werden. In diesem Koordinatensystem sind die Variablen unkorreliert. Dies entspricht der Diagonalisierung der Kovarianzmatrix und der Verschmierung entsprechend der Eigenwerte λ_{cov}^i der Kovarianzmatrix. Die Rücktransformation in das System mit korrelierten Variablen ist genau die inverse Koordinatentransformation, die die Kovarianzmatrix diagonalisiert. Diese Transformation ist durch die Matrix E_{cov} gegeben, deren Spalten die Eigenvektoren der Kovarianzmatrix bilden.

Die Observablen werden dann über

$$\begin{pmatrix} \mathcal{O}_{\text{max}} \\ \mathcal{O}_{1/10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle \mathcal{O}_{\text{max}} \rangle \\ \langle \mathcal{O}_{1/10} \rangle \end{pmatrix} + E_{\text{cov}} \begin{pmatrix} R\left(\sqrt{\lambda_{\text{cov}}^1}\right) \\ R\left(\sqrt{\lambda_{\text{cov}}^2}\right) \end{pmatrix}$$

erzeugt, wobei $R(\sigma)$ GAUSS-verteilte Zufallszahlen mit der Breite σ um den Wert Null sind, und $\langle \mathcal{O} \rangle$ der Zentralwert der Observable aus der Kalibration ist. Die Kovarianzen der Parameter p_1 und p_2 können aus den Fits an die Spektren gewonnen werden. Die benötigten Eigenvektoren und Eigenwerte dieser Matrix werden numerisch von `root` [44] berechnet. Damit können nun 20000 Paare von Kalibrationen erzeugt, der zweidimensionale Fit durchgeführt und die Parameter der beiden Fits gespeichert werden. Abbildung 6.2 zeigt die damit gewonnenen Fitparameter mit einer angepassten GAUSS-Verteilung. Die Breiten der Verteilungen geben die Fehler auf die Fit-Parameter auf Grund der statistischen Unsicherheiten auf die Observablen in der Kalibration an, und reproduzieren die von `Minuit` angegebenen Fehler recht gut (vgl. Abbildung 5.10, Seite 86).

Mit den so erhaltenen Fit-Parametern können auch die Korrelationen berechnet werden.

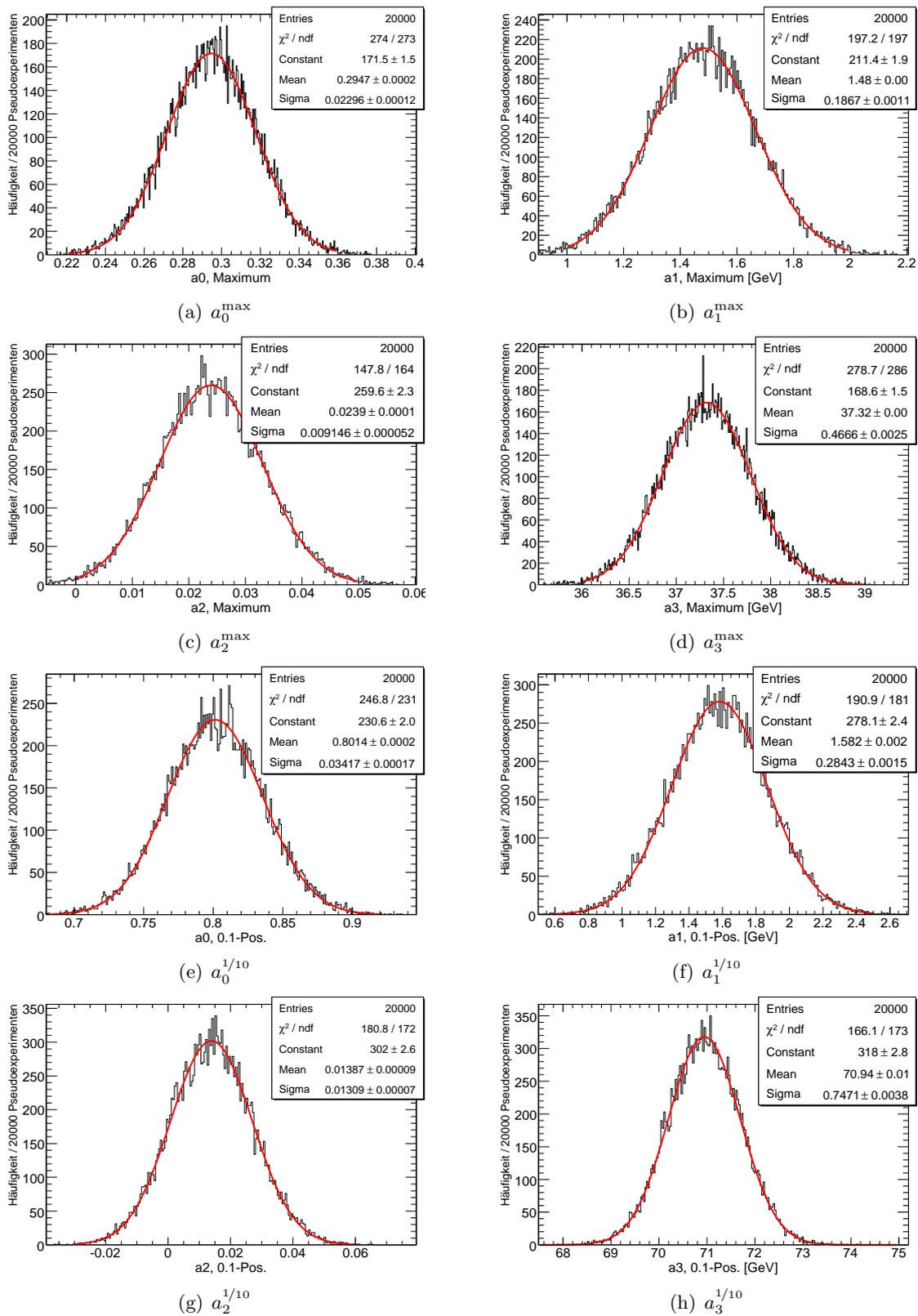
$$\rho_{ij} = \frac{\text{Cov}(i, j)}{\sqrt{\text{Cov}(i, i) \cdot \text{Cov}(j, j)}} \quad \text{mit} \quad \text{Cov}(i, j) = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (i_k - \langle i \rangle) (j_k - \langle j \rangle)$$

wobei $i, j \in \{a_0^{\text{max}}, a_1^{\text{max}}, a_2^{\text{max}}, a_3^{\text{max}}, a_0^{1/10}, a_1^{1/10}, a_2^{1/10}, a_3^{1/10}\}$. In dieser Reihenfolge erhält man für die Korrelationsmatrix

$$\rho_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0.6 & -0.827 & -0.725 & -0.054 & -0.040 & 0.043 & 0.052 \\ 0.6 & 1 & -0.734 & -0.830 & -0.037 & -0.063 & 0.042 & 0.061 \\ -0.827 & -0.734 & 1 & 0.607 & 0.044 & 0.042 & -0.048 & -0.041 \\ -0.725 & -0.830 & 0.607 & 1 & 0.049 & 0.064 & -0.043 & -0.076 \\ -0.054 & -0.037 & 0.044 & 0.049 & 1 & 0.643 & -0.842 & -0.766 \\ -0.040 & -0.063 & 0.042 & 0.064 & 0.643 & 1 & -0.767 & -0.843 \\ 0.043 & 0.042 & -0.048 & -0.043 & -0.842 & -0.767 & 1 & 0.647 \\ 0.052 & 0.061 & -0.041 & -0.076 & -0.766 & -0.843 & 0.647 & 1 \end{pmatrix}$$

Der linke, obere und rechte, untere Block ist die Korrelationsmatrix der Fitparameter aus einem Fit. Die beiden nicht-diagonalen Blöcke sind die Korrelationen zwischen zwei Parametern aus unterschiedlichen Fits, und sind um mehr als eine Größenordnung kleiner. Dies rechtfertigt die in der analytischen Bestimmung der Fehler gemachte Annahme

$$\text{Cov}(i, j) = \begin{pmatrix} \text{Cov}_{\text{max}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \text{Cov}_{1/10} \end{pmatrix},$$



ABILDUNG 6.2: Die Fitparameter der Kalibrationen aus 20000 Pseudoexperimenten mit angepassten GAUSS-Verteilungen. Deren Breiten reproduzieren die von *Minuit* bestimmten Fehler auf die Parameter gut (vgl. Abbildung 5.10, Seite 86).

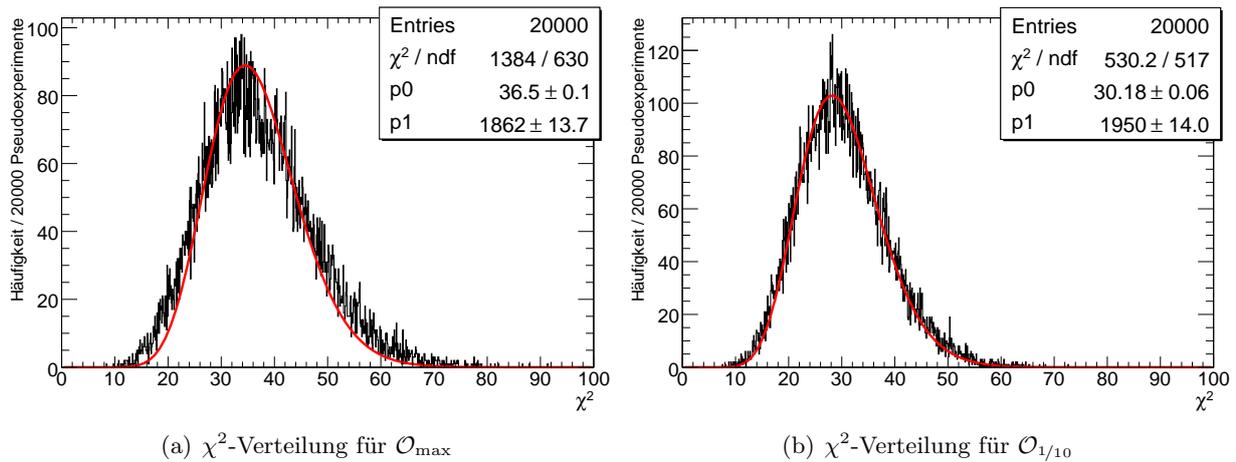


ABBILDUNG 6.3: Die χ^2 -Verteilungen der Kalibrationen an (a): Der Position des Maximums der Verteilung und (b): Der Position, bei der Fit auf ein Zehntel seines maximalen Wertes abgefallen ist. Beide Verteilungen zeigen ein zu großes χ^2 .

die die Korrelation der Parameter aus verschiedenen Kalibrationen vernachlässigt hat.

Mit der Vielzahl an Kalibrationen kann auch die Qualität der gewählten zweidimensionalen Fitfunktion geprüft werden. Dafür wird die χ^2 -Verteilung für beide Kalibrationen betrachtet, die sich über

$$f_n(x) = \frac{x^{n/2-1} e^{-x/2}}{2^{n/2} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \quad (6.2)$$

beschreiben lässt. Die aus den Fits erhaltenen χ^2 -Verteilung zusammen mit dem Fit der Funktion aus Gleichung 6.2 ist in Abbildung 6.3 zu sehen. Dabei wird n und die Normierung in Gleichung 6.2 angepasst. Beide Verteilungen reproduzieren nicht den erwarteten Wert

$$n = \text{Anzahl der Messungen} - \text{Anzahl Fitparameter} = 25 - 4 = 21 \quad (= p_0 \text{ in Abbildung 6.3}).$$

Dabei ist die Abweichung sowohl von $n = 21$, als auch von der erwarteten Form der Verteilung bei den Fits an die Positionen der Maxima größer. Dies könnte an der größeren Sensitivität dieser Kalibration auf die Polarisation liegen. Da die Observable $\mathcal{O}_{1/10}$ kaum von der Polarisation betroffen ist, sind die angepassten zweidimensionalen Fits fast Ebenen, denen die Fitfunktion besser gerecht werden kann. Der Wölbung dieser Kalibrationen bei der Observable \mathcal{O}_{\max} auf Grund der Sensitivität auf $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $\mathcal{P}_{[\tau\tau]}$, kann die gewählte Fitfunktion eventuell nur schlechter gerecht werden. Damit wäre eine Verbesserung der Kalibration durch eine geeignetere Wahl in der Fitfunktion für die Observablen möglich.

6.3 Einflüsse des Trigger-Systems

Für die vorliegende Arbeit wurde in der Kalibration nicht das "Trigger-Menü" berücksichtigt. Damit können sowohl für die Signal-, als auch die Untergrund-Ereignisse Änderungen erwartet werden, sollten einzelne Ereignisse nicht den Anforderungen des Triggers gerecht werden. Davon können zunächst sowohl die Anzahl der Ereignisse in den Verteilungen betroffen sein, als auch die Form der

Spektren. Die Triggereffizienz für ein Tau ist eine Funktion von dessen p_T^{vis} , wobei harte Taus im Allgemeinen eine bessere Akzeptanz des Triggers aufweisen. Damit ist die Triggereffizienz für hohe invariante Massen größer als für kleine, und eine systematische Verzerrung der Spektren ist möglich. Allerdings wird dies hauptsächlich die Bereiche kleiner invarianter Massen betreffen, ähnlich den Effekten der Tau-Rekonstruktion. Da aber von einem Fit dieser Bereiche der Spektren abgesehen wurde, muss mit keinen allzu großen Verzerrungen gerechnet werden. Die Form der Spektren wäre von diesem Effekt nicht betroffen, sollte innerhalb des Fitbereiches die Triggereffizienz von $m_{\tau\tau}$ unabhängig sein.

Die Situation ist für den hier betrachteten Zerfall zudem günstiger, da auch andere Trigger die Auswertung eines solchen Ereignisses erlauben können. Die harten Schnitte mit viel \cancel{E}_T und der hohen geforderten Jet-Multiplizität könnten eine Akzeptanz des Triggers auch für solche Ereignisse gewährleisten, in denen beiden Taus nicht die Kriterien des Tau-Triggers erfüllen. Allerdings kann auch keine Verbesserung der Signifikanz durch den Trigger erwartet werden. Der relevante Untergrund für diese Studie ($Z, t\bar{t}, W$) ist das Signal für andere Studien, und sollte daher den Trigger ebenso passieren. Eine quantitative Aussage über die Effekte durch das Trigger-System ist aber nur durch eine genauere Untersuchung möglich.

6.4 Unsicherheit der Jet-Energie-Skalierung

Für die Messung der Energien der Tau-Jets, und aller anderen Jets und Teilchen, müssen die einzelnen Bestandteile der Kalorimeter geeicht werden. Die dafür benötigte Kalibration kann allerdings eine Unsicherheit aufweisen. Damit ist es möglich, dass alle Energien in den Kalorimetern systematisch zu niedrig oder zu hoch gemessen werden. Da diese Verschiebung nicht in der Kalibration enthalten ist, würde man eine Verschiebung der Spektren gegenüber denen, die in der Kalibration verwendet wurden, erwarten. So würde eine systematisch zu kleine Energiemessung, die Tau-Jets weicher erscheinen lassen, als sie tatsächlich sind. Damit würden auch die Spektren zu kleineren invarianten Massen verschoben, und die Observablen erhielten kleinere Werte. Sowohl der Endpunkt als auch die Summe der beiden Polarisierungen würden damit unterschätzt, bzw. überschätzt, wenn die Skalierung der Kalorimeter alle Jets zu höheren Energien verschiebt.

Sei α der Korrekturfaktor, der durch die Jet-Energie Skalierung verursacht wird, also $E_{\text{mess}} = (1 + \alpha)E_{\text{real}}$, so würde $\alpha = 0$ eine perfekte Kalibration bedeuten, während für $\alpha < 0$ ($\alpha > 0$) das Kalorimeter eine zu kleine (große) Energie der Jets misst. Die invariante Masse der Taus kann als

$$m_{\tau\tau}^2 \approx 2 \cdot E_n \cdot E_f (1 - \cos(\vartheta)) \quad \Rightarrow \quad m_{\tau\tau} = \text{const} \sqrt{E_n \cdot E_f}$$

geschrieben werden. Für den absoluten Fehler durch die Unsicherheit in der Kalibration gilt damit:

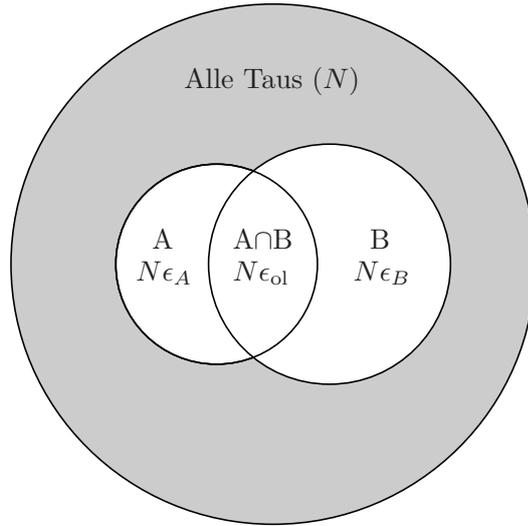
$$\Delta m_{\tau\tau} = |m_{\tau\tau}(\text{real}) - m_{\tau\tau}(\text{mess})| = \left| 1 - \sqrt{(1 + \alpha)^2} \right| m_{\tau\tau}(\text{real}) = |\alpha| m_{\tau\tau}(\text{real}) \quad (6.3)$$

und für den relativen Fehler auf die invariante Masse

$$\frac{\Delta m_{\tau\tau}}{m_{\tau\tau}} = |\alpha|.$$

Somit hätte eine Unsicherheit der Jet-Energie-Skalierung von 3% ($\alpha = 0.03$) einen zusätzlichen Fehler von 3% auf die invarianten Massen. Da alle Werte von $m_{\tau\tau}$ in gleicher Weise betroffen sind,

ABBILDUNG 6.4: Der Überlapp verschiedener Tau-Rekonstruktionsalgorithmen A und B. Die tatsächlichen Taus (Anzahl = N) werden mit der Wahrscheinlichkeit ϵ_A und ϵ_B von Algorithmus A und B erkannt. Je nach Größe des Überlapps, kann mit der kombinierten Verwendung beider Algorithmen an Statistik gewonnen werden.



wird dies eine konstante Verzerrung der Spektren nach sich ziehen, und damit jede der Observablen mit einem weiteren Fehler um 3% belasten. Ist der Faktor α von der Energie unabhängig, also $\partial\alpha/\partial E = 0$ bzw. $\Delta E/E = \text{const}$, würde diese Unsicherheit die Massenachse um den Faktor α umskalieren.

Dies ist nur eine grobe Schätzung, die davon ausgeht, dass alle Information der invarianten Masse aus den beiden Energien der Taus im Kalorimeter kommen. Für die Rekonstruktion der Tau-Energie kann aber auch Information der Spurkrümmung verwendet werden, die insbesondere für kleines Tau- p_T eine bessere Energieauflösung ermöglicht und nicht von der Jet-Energie-Skalierung betroffen ist. Die Untersuchung der Einflüsse durch falsche Jet-Energie-Skalierung in einer vergleichbaren Studie hat deutlich geringere Auswirkungen gezeigt [45].

6.5 Mögliche Verbesserungen der Studie

Eine solche Studie ließe sich durch zwei grundsätzlich verschiedene Ansätze verbessern. Zum einen ist die Berücksichtigung zusätzlicher systematischer Fehlerquellen und der Versuch, einer Steigerung der Genauigkeit der Studie möglich. Zum anderen können gänzlich neue Ansätze zu den aus dieser Studie gewonnenen Informationen versucht werden.

Eine Verbesserung der gezeigten Methode wäre zunächst eine Verkleinerung des Fehlers auf die Messung. Der Betrachtung der systematischen und statistischen Effekte war zu entnehmen, dass die Produktion von mehr und größeren Referenz-Datensätzen keine signifikante Steigerung der Genauigkeit ermöglicht, da der limitierende Faktor die Statistik in dem zu vermessenden Spektrum ist. Eine Erhöhung der Statistik kann durch die parallele Verwendung der beiden Tau-Rekonstruktionsalgorithmen `TauRec` und `tau1p3p` erreicht werden. Dabei kann jedes Tau, das von einem der beiden Algorithmen erkannt wird, genutzt werden. Je nach Größe des Überlapps der beiden Methoden, werden damit deutlich mehr Taus rekonstruiert.

Abbildung 6.4 verdeutlicht die Situation. Von insgesamt N Taus werden $N\epsilon_A$ von Algorithmus A erkannt, und $N\epsilon_B$ von B. Der Teil $N\epsilon_{ol}$ wird von beiden Algorithmen erkannt. Damit können gegenüber der alleinigen Verwendung einer Methode mit beiden $N(\epsilon_A + \epsilon_B - \epsilon_{ol})$ Taus rekonstruiert werden. Ein möglichst kleiner Überlapp wäre also günstig, da hier die beiden Algorithmen komple-

mentär wären. Für den Fall $\epsilon_A = \epsilon_B$ und $\epsilon_{ol} = 1/2\epsilon_A$ gilt für den Gewinn ϵ an Statistik gegenüber der alleinigen Verwendung einer der beiden Methoden

$$\epsilon = \frac{N_{AVB}^{\text{rek.}}}{N_A^{\text{rek.}}} = \frac{\epsilon_A + \epsilon_B - \epsilon_{ol}}{\epsilon_A} = \frac{2\epsilon_A - 0.5\epsilon_A}{\epsilon_A} = 1.5$$

Da für diese Studie zwei Taus rekonstruiert werden müssen, geht ϵ quadratisch in die Statistik ein und damit würde man mehr als die doppelte Anzahl der Di-Tau-Paare in der Verteilung erwarten. Tatsächlich konnte eine Verbesserung der Statistik mit der kombinierten Verwendung von `TauRec` und `tau1p3p` um einen Faktor Zwei erreicht werden. Allerdings ist in der `ATLFAST`-Parametrisierung der Tau-Rekonstruktion keine ausreichend genaue Beschreibung des Überlapps gewährleistet, da die Rekonstruktionswahrscheinlichkeit hauptsächlich nach Richtung und Impuls des Taus parametrisiert ist. Andere Größen, die eine Identifikation begünstigen bzw. erschweren und eventuell nicht berücksichtigt sind, können eine Korrelation in der Identifikation der beiden Methoden verursachen, die einen Einfluss auf den Überlapp hat. Daher wurde in dieser Studie nur das `TauRec`-Paket verwendet, die Ergebnisse von `tau1p3p` sind vergleichbar.

In künftigen, besser parametrisierten Studien, können jedoch beide Algorithmen verwendet werden, um eine deutliche Erhöhung der Statistik zu erreichen. Allerdings sind solche Ergebnisse nicht mehr mit der hier gezeigten Kalibration unter der alleinigen Verwendung von `TauRec` vergleichbar. Da das `tau1p3p`-Paket bessere Eigenschaften für die Rekonstruktion niederenergetischer Taus hat, sollten mehr Di-Tau-Paare mit kleinerer invarianter Masse rekonstruiert werden. Damit können auch die Observablen kleinere Werte erhalten, und sind mit der Kalibration nicht mehr vergleichbar.

Die Statistik in den Verteilungen ließe sich auch durch eine Verwendung von weicheren Schnitten verbessern. Die Betrachtung der Signifikanzen in den Verteilungen zeigt, dass der Untergrund keine große Rolle spielt, und in weiten Teilen einen flachen Verlauf hat. Daher könnte der Schnitt auf die fehlende transversale Energie \cancel{E}_T verringert werden, wenn zusätzlich ein Veto auf solche transversale Energie gelegt wird, die in der ϕ -Richtung eines Jets liegt. Dies würde eine \cancel{E}_T auf Grund falsch (zu niedrig) gemessener Jet-Energie wahrscheinlich machen. Ein solcher Jet kann dabei hart sein, weil damit auch der anteilig nicht rekonstruierte Beitrag, also das \cancel{E}_T , groß wäre. Durch den großen, fehlenden Beitrag kann ein solcher Jet allerdings auch ein weicher Jet sein, da nur ein kleiner Teil seiner eigentlichen Energie rekonstruiert wird. Daher wäre eine Prüfung von $\Delta\phi$ mit allen Jets nötig, das mit einem entsprechend kleinen Wert ein Veto auf die Verwendung des Ereignisses legen könnte.

Auch der Schnitt auf das ΔR zwischen den Taus könnte überdacht werden. Mit ihm werden auch Signal-Taus verworfen, die einen sehr großen Winkel zwischen sich haben. Die Motivation für diesen Schnitt ist eine Unterdrückung von kombinatorischem Untergrund, die allerdings ebenso über die Subtraktion der *same-sign*-Verteilung möglich ist.

Eine weitere Möglichkeit, die Studie zu verbessern, liegt in einer besseren Wahl einer Fit-Funktion für die Spektren. Die gewählte GAUSS-Verteilung wird dem Spektrum hinreichend gerecht, und erlaubt die Bestimmung von zwei Parametern, wenn die Normierung nicht verwendet wird. Eine weitere Observable würde keine zusätzliche Information bieten, denn diese ist eine eindeutige Funktion der beiden Parameter p_1 (Maximum) und p_2 (Breite). So wäre beispielsweise der Wendepunkt der Verteilung über $x_{WP} = p_1 + p_2$ gegeben. Mit den für diese Studie verwendeten Observablen, ließe sich der Wendepunkt über

$$x_{WP} = \mathcal{O}_{\max} + \frac{\mathcal{O}_{1/10} - \mathcal{O}_{\max}}{\sqrt{-2 \ln(0.1)}}$$

berechnen und ist damit eine eindeutige Funktion des Maximums (\mathcal{O}_{\max}) und der Position, auf der der Fit auf ein Zehntel seines maximalen Wertes abgefallen ist ($\mathcal{O}_{1/10}$). Somit kann mit der Betrachtung des Wendepunktes keine neue Information gewonnen werden.

Eine neue, unabhängige Observable ließe sich also nur mit einer Fit-Funktion mit mehr Parametern gewinnen. Eine geschickte Wahl einer solchen Funktion könnte auch bessere Eigenschaften in der benötigten Flexibilität haben, und damit insbesondere eine größere Sensitivität auf die Polarisation besitzen. Zudem kann die Anfälligkeit der Fit-Ergebnisse auf den verwendeten Fit-Bereich unterdrückt werden, wenn die Funktion keine um das Maximum symmetrische Form hätte, und damit dem Spektrum über einen größeren Bereich gerecht würde.

Zu den möglichen neuen Ansätzen einer solchen Studie, gehört die Messung anderer kinematischer Größen, die ebenfalls eine Sensitivität auf die Polarisation besitzen. Für diese Studie wird einzig die verschiedene Härte der Fragmentation für verschiedenen Chiralitäten der Taus verwendet. Der Tau-Zerfall bietet aber weitere kinematische Größen, die von der Polarisation betroffen sind [19]. Dazu gehört unter anderem das Verhältnis von Impuls der geladenen Spur zu dem gesamten Impuls der Tau-Jets aus 1-Prong-Zerfällen. Je nach Polarisation, bevorzugt das Tau eine gleiche, bzw. ungleiche Aufteilung zwischen diesen Größen, die in der Messung einer Verteilung von

$$R = \frac{|\vec{p}_{\pi^\pm}|}{|\vec{p}_{\tau\text{-Jet}}|}$$

für die 1-Prong-Zerfälle zu sehen ist [46]. Unter der Annahme, dass mit den Schnitten die Taus aus einem $\tilde{\chi}_2^0$ -Zerfall selektiert werden können, wäre auch damit eine Messung der Summe der Polarisation möglich. Allerdings müssten die Systematik durch die Kontamination der Verteilungen durch kombinatorischen Untergrund genauer untersucht werden, da zum Beispiel die falsche Kombination mit einem Tau aus einem Chargino-Zerfall $\chi_1^\pm \rightarrow \tau^\pm \tilde{\nu}_\tau$ einen Beitrag leistet, der ungewollte Informationen über die Polarisation dieses Taus in den Verteilungen liefert. Eine solche Kontamination dieser Verteilung durch kombinatorischen Untergrund, sollte aber auch hier durch die Subtraktion einer *same-sign*-Verteilung unterdrückt werden können.

Eine Nutzung dieser Information war im Rahmen dieser Arbeit allerdings nicht möglich, da die nötige Information über die Substruktur des Taus-Jets mit den geladenen und neutralen *clusters* von ATLFAST nicht zur Verfügung gestellt wird.

Die meisten der $\tilde{\chi}_2^0$ entstehen über den Zerfall eines \tilde{q}_L . Daher ist für die Messung der Polarisation auch die Betrachtung anderer Verteilungen möglich. In der Zerfallskette

$$\tilde{q}_L \rightarrow q\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow q\tilde{\tau}^\pm\tau_n^\mp \rightarrow q\tau_f^\pm\tau_n^\mp\tilde{\chi}_1^0 \quad (6.4)$$

können prinzipiell vier invariante Massenverteilungen aus den Endzuständen konstruiert werden: $[\tau_n\tau_f]$, $[q\tau_n\tau_f]$, $[q\tau_n]$ und $[q\tau_f]$. Auf Grund der Ununterscheidbarkeit der beiden Taus bezüglich ihrer Mutterteilchen, sind die beiden letzten Verteilungen jedoch nicht ohne Weiteres zu konstruieren. Allerdings können zwei andere Verteilungen betrachtet werden, wenn in jedem Ereignis die invariante Masse aus Quark und jeweils beiden Taus gebildet wird, und die höhere der beiden in eine $[q\tau]_{\text{high}}$ -Verteilung, und die niedrigere in eine $[q\tau]_{\text{low}}$ -Verteilung geschrieben wird. Damit können in vielen

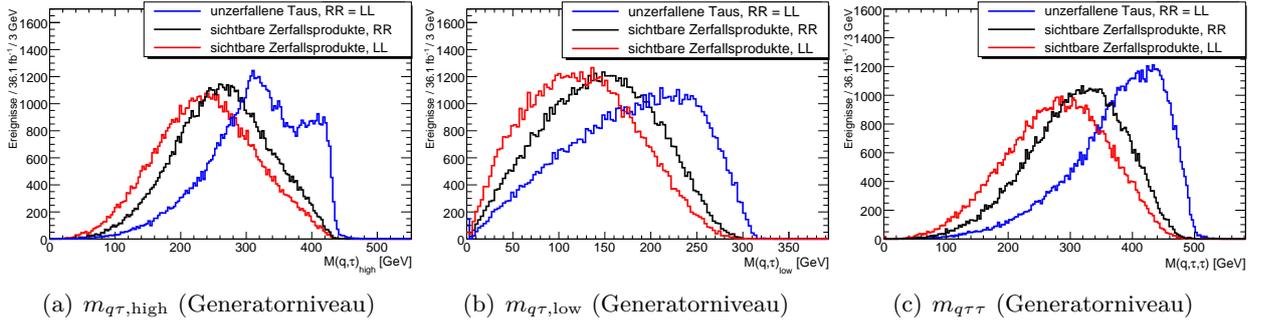


ABBILDUNG 6.5: Die Verteilungen (a): $m_{q\tau,high}$, (b) $m_{q\tau,low}$ und (c): $m_{q\tau\tau}$ auf Generatorniveau. Es sind die Verteilungen mit den ursprünglichen Taus (blau) und den sichtbaren Zerfallsprodukten für zwei rechts- (RR, schwarz) und zwei linkschirale Taus (LL, rot) gezeigt. Es werden ausschließlich hadronisch zerfallende Taus berücksichtigt und nur der Zerfall $\tilde{q}_L \rightarrow q\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow q\tilde{\tau}\tau_n \rightarrow q\tau_n\tau_f\tilde{\chi}_1^0$ betrachtet.

Modellen vier unabhängige Verteilungen konstruiert werden, deren Endpunkte die Bestimmung der Massen $m_{\tilde{q}_L}$, $m_{\tilde{\chi}_2^0}$, $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ und $m_{\tilde{\tau}}$ ermöglichen [47, 12]. Für die Endpunkte gilt am $SU3$ -Punkt [12]:

$$m_{q\tau,low}^{\max} = \frac{(m_{\tilde{q}_L}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^0}^2)(m_{\tilde{\tau}_1}^2 - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2)}{2m_{\tilde{\tau}_1}^2 - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2} \approx 312 \text{ GeV}$$

$$m_{q\tau,high}^{\max} = \frac{(m_{\tilde{q}_L}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^0}^2)(m_{\tilde{\tau}_1}^2 - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2)}{m_{\tilde{\tau}_1}^2} \approx 455 \text{ GeV}$$

$$m_{q\tau\tau}^{\max} = \frac{(m_{\tilde{q}_L}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^0}^2)(m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2)}{m_{\tilde{\chi}_2^0}^2} \approx 503 \text{ GeV}$$

Die entsprechenden Verteilungen werden auch eine Sensitivität auf die Polarisation haben, da auf Detektorniveau nur die sichtbaren Zerfallsprodukte der Taus zur Verfügung stehen. Die Messung einer solchen Verteilung könnte ebenso wie die Di-Lepton-Verteilung Informationen über die Polarisation der Taus beinhalten.

Für eine solche Studie könnte zunächst die gleiche Selektion der Di-Tau-Ereignisse durchgeführt werden. Allerdings ist die Selektion des richtigen Jets aus dem \tilde{q}_L -Zerfall nicht eindeutig. Um diesen zu finden, kommen zunächst in $SU3$ -ähnlichen Modellen die beiden härtesten Jets in Frage, denn der Massenunterschied zwischen \tilde{g} und \tilde{q} ist deutlich kleiner als der Massenunterschied zwischen \tilde{q} und $\tilde{\chi}_2^0$. Damit ist das Quark aus dem \tilde{q} -Zerfall der härteste Jet aus dieser Zerfallskette. R -Parität hat jedoch die Erzeugung von SUSY-Teilchen-Paaren zur Folge, und damit gibt es fast immer ein zweites \tilde{q} , da die meisten Gluinos in ein \tilde{q} zerfallen. Die Unterscheidung, welcher der beiden härtesten Jets, im Folgenden $q_{1,2}$ genannt, der richtige ist, könnte geschehen, wenn eine grobe Abschätzung auf den kinematischen Endpunkt $m_{q\tau\tau}^{\max} \pm \Delta m_{q\tau\tau}^{\max}$ der $[q\tau_n\tau_f]$ -Verteilung existiert. Es könnten nur solche Ereignisse verwendet werden, in denen

$$|p_{q_1} + p_{\tau_1} + p_{\tau_2}| < m_{q\tau\tau}^{\max} - \Delta m_{q\tau\tau}^{\max} \quad \text{und} \quad |p_{q_2} + p_{\tau_1} + p_{\tau_2}| > m_{q\tau\tau}^{\max} + \Delta m_{q\tau\tau}^{\max} \quad (6.5)$$

gilt. Damit würde feststehen, dass q_2 nicht als richtiger Jet in Frage kommt, da er die Bedingung $m_{q\tau\tau} < m_{q\tau\tau}^{\max}$ verletzt, aber q_1 möglich ist. Unter der Annahme, dass einer der beiden der Richtige

sein muss, kann somit q_1 als der zu der Zerfallskette gehörige Jet identifiziert werden. Es muss allerdings berücksichtigt werden, dass das Kriterium aus den Ungleichungen 6.5 eine systematische Wahl von Zerfällen beinhaltet. Mit der so getroffenen Wahl des Jets q_1 ist nicht sicher, ob die Verteilungen $[q\tau]_{\text{high}}$ und $[q\tau]_{\text{low}}$ ihre maximalen Werte annehmen können, da die Selektion der verwendeten Ereignisse nach kinematischen Kriterien erfolgt. Sollten in den Ereignissen, bei denen die Werte von $m_{q\tau\tau}$ ihren maximalen Wert annehmen, auch die Verteilungen $[q\tau]_{\text{low}}$ und $[q\tau]_{\text{high}}$ den maximalen Wert besitzen, kann der Endpunkt dieser Verteilungen nicht bestimmt werden. Denn solche Ereignisse werden wegen $m_{q\tau\tau} < m_{q\tau\tau}^{\text{max}} - \Delta m_{q\tau\tau}^{\text{max}}$ nicht verwendet. Der Endpunkt $m_{q\tau\tau}^{\text{max}}$ kann natürlich auch nicht rekonstruiert werden, da mit der Wahl 6.5 immer $m_{q\tau\tau} < m_{q\tau\tau}^{\text{max}} - \Delta m_{q\tau\tau}^{\text{max}}$ gilt. Für dessen Bestimmung könnte aber

$$|p_{q_1} + p_{\tau_1} + p_{\tau_2}| < m_{q\tau\tau}^{\text{max}} + \Delta m_{q\tau\tau}^{\text{max}} \quad \text{und} \quad |p_{q_2} + p_{\tau_1} + p_{\tau_2}| > m_{q\tau\tau}^{\text{max}} + \Delta m_{q\tau\tau}^{\text{max}}$$

gefordert werden, und das Argument verwendet werden, dass schon mit dieser schwächeren Forderung q_1 als der richtige Jet identifiziert ist, da q_2 nicht in Frage kommt. Die Verteilungen mit den unzerfallenen Taus und den hadronischen Zerfallsprodukten sind in Abbildung 6.5 dargestellt.

Die flachen Ausläufer der Verteilungen über dem Endpunkt kommen durch die endliche Breite der \tilde{q}_L -Masse, die einige wenige Ereignisse mit größerem $m_{\tilde{q}_L}$, und damit etwas höhere Endpunkte erlaubt. Damit könnten auch diese Verteilungen für eine Messung der Polarisation verwendet werden. Allerdings müsste hier geprüft werden, ob die Einflüsse nach wie vor über die Summe der beiden Polarisationen bestimmt sind. So könnte in den $m_{q\tau,\text{high}}$ - und $m_{q\tau,\text{low}}$ -Verteilungen die Polarisation eines der Taus (*near* oder *far*) über die des anderen dominierend sein, da es tendenziell eine höhere (kleinere) invariante Masse mit dem Jet hat, und damit häufiger in der $m_{q\tau,\text{high}}$ - ($m_{q\tau,\text{low}}$)-Verteilung ist.

6.6 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird eine Methode zur Messung der Summe der Polarisationen der beiden Tau-Leptonen aus der supersymmetrischen Zerfallskette $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\tau}_1 \tau_n \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tau_n \tau_f$ entwickelt und getestet. Zeitgleich wird der Endpunkt $m_{\tau\tau}^{\text{max}}$ der invarianten Massenverteilung der beiden Taus unter der Berücksichtigung von Polarisationseffekten bestimmt. Dieser stellt einen wichtigen SUSY-Massenparameter dar.

Als polarisationssensitive Observable wird dabei das invariante Massenspektrum der hadronischen Zerfallsprodukte der Taus aus dem Signalprozess verwendet. Da rechtschirale Taus härtere Fragmentation in hadronische Endzustände bevorzugen als linkschirale, zeigt sich die Polarisation der Tau-Leptonen in der Form der invarianten Massenverteilung der messbaren Endzustände und erlaubt eine Unterscheidung verschiedener Polarisationen der Tau-Leptonen. Es wird gezeigt, dass im Allgemeinen die Polarisationsabhängigkeit der Spektren durch die Parameter $P_n + P_f$ und $P_n \cdot P_f$ beschrieben wird, wobei P_n und P_f die mittleren Chiralitäten der beiden Tau-Leptonen sind. Der dominante Einfluss ist dabei die Summe der mittleren Chiralitäten, die zusammen mit dem Endpunkt bestimmt wird. Darüber hinaus werden die einzelnen hadronischen Zerfallsmodi des Tau hinsichtlich ihrer Abhängigkeit von der Polarisation des Tau-Leptons beschrieben und die die Polarisation bestimmenden SUSY-Parameter erläutert.

Um alle experimentellen Einflüsse auf die Form der Massenverteilung zu berücksichtigen, werden $m_{\tau\tau}^{\text{max}}$ und $P_n + P_f$ durch Vergleich mit einer Kalibration bestimmt. In dieser Kalibration werden verschiedene Kombinationen beider Parameter realisiert und mit Hilfe der schnellen Simulation des ATLAS-Detektors eine Vorhersage für die Form der messbaren Spektren getroffen. Die Form

wird dabei mit einer Funktionsanpassung einer GAUSS-Verteilung vermessen, aus der verschiedene Observablen gewonnen werden können. Die Bestimmung der Parameter $P_n + P_f$ und $m_{\tau\tau}^{\max}$ aus einem gemessenen Spektrum geschieht dann über den Vergleich mit dieser Kalibration.

Für die simultane Bestimmung der beiden Parameter $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $P_n + P_f$ werden zwei Observablen betrachtet, die unterschiedliche Abhängigkeiten bezüglich der Parameter aufweisen. Diese Eigenschaft ist nötig, um die Polarisierungseffekte von den Effekten durch verschiedene Endpunkte auf das Massenspektrum zu unterscheiden. Es wird gezeigt, dass eine gute Wahl für diese Observablen die Lage des Maximums des Fits und die Position auf der Massenachse ist, bei der der Fit auf eine Zehntel seines maximalen Wertes abgefallen ist. Die beiden Observablen als Funktion der Parameter $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $P_n + P_f$ stellen den Kern der Kalibration dar. Mit ihr können Observablen aus vermessenen Spektren verglichen werden und damit $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $P_n + P_f$ bestimmt werden.

Die zu erwartende Genauigkeit dieser Methode wird an dem $SU3$ -Szenario des mSUGRA-Modells untersucht. In analoger Weise zur Kalibration werden die beiden Observablen bestimmt und mit der Kalibration verglichen. Durch die Eigenschaft unterschiedlicher Abhängigkeit von den Parametern $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $P_n + P_f$ kann ein eindeutiges Paar dieser Parameter bestimmt werden, das zeitgleiche Übereinstimmung beider Kalibration mit den beiden gemessenen Observablen erlaubt. Zur Fehleranalyse wird sowohl eine analytische Methode unter Annahme GAUSSischer Fehler sowie eine allgemeinere Methode über Minimierung einer χ^2 -Funktion verwendet, deren Ergebnisse gute Übereinstimmung liefern. Das gewonnene Resultat lautet

$$m_{\tau\tau}^{\max} = 98.34 \pm 2.5 \text{ (98.3) GeV} \quad \text{und} \quad P_n + P_f = -0.02 \pm 0.62 \text{ (0.15)}, \quad (6.6)$$

wobei die Werte in den Klammern die tatsächlichen Werte des verwendeten $SU3$ -Szenarios sind. Da die Effekte durch Polarisierung und Endpunkt nicht zweifelsfrei getrennt werden können, besteht eine starke Korrelation zwischen $m_{\tau\tau}^{\max}$ und $P_n + P_f$, der Korrelationskoeffizient ist $\rho = -0.89$. Die Interpretation dieser Ergebnisse hinsichtlich der Bestimmung fundamentaler SUSY-Parameter wird schließlich in einem stark restriktiven Probemodell diskutiert. Dabei werden die Ergebnisse auf eine Bestimmung der Masse des $\tilde{\tau}_1$ und der $\tilde{\tau}$ -Mischung übertragen, sollten alle anderen beteiligten Parameter bekannt sein.

Zusätzlich wird die erwartete Genauigkeit der Methode untersucht, sollte eine Unterscheidung verschiedener Tau-Zerfälle möglich sein. Dabei wird angenommen, dass die von der Polarisierung betroffenen Zerfälle vollständig von den nicht betroffenen unterschieden werden können. Unter diesen Voraussetzungen kann der Fehler auf Endpunkt und Summe der Polarisierungen um 44% reduziert werden. Die Verbesserung ist auf den Umstand zu führen, dass verschiedene Tau-Zerfälle unterschiedlich stark von der Polarisierung abhängen und diese Information gezielt zur getrennten Bestimmung von Endpunkt und Polarisierung verwendet werden können.

VERMESSUNG DER SPEKTREN

Dieser Anhang fasst alle relevanten Zwischenergebnisse der Kalibration zusammen. Abbildung A.1 und A.2 zeigen die aus den generierten Datensätzen gewonnenen Spektren zusammen mit den angepassten GAUSS-Verteilungen, den Fitparametern und dem χ^2 . Die damit gewonnenen Observablen, also das Maximum und die Position der Massenachse, auf der der Fit auf ein Zehntel abgefallen ist, sind in Tabelle und A.1 aufgelistet. Zur Bestimmung der Fehler auf die Position mit $f(x) = 1/10 f_{\max}$ ist zusätzlich die Kovarianz-Matrix der Fit-Parameter nötig. Diese wurde aus den Fits gewonnen, ist hier allerdings nicht aufgelistet.

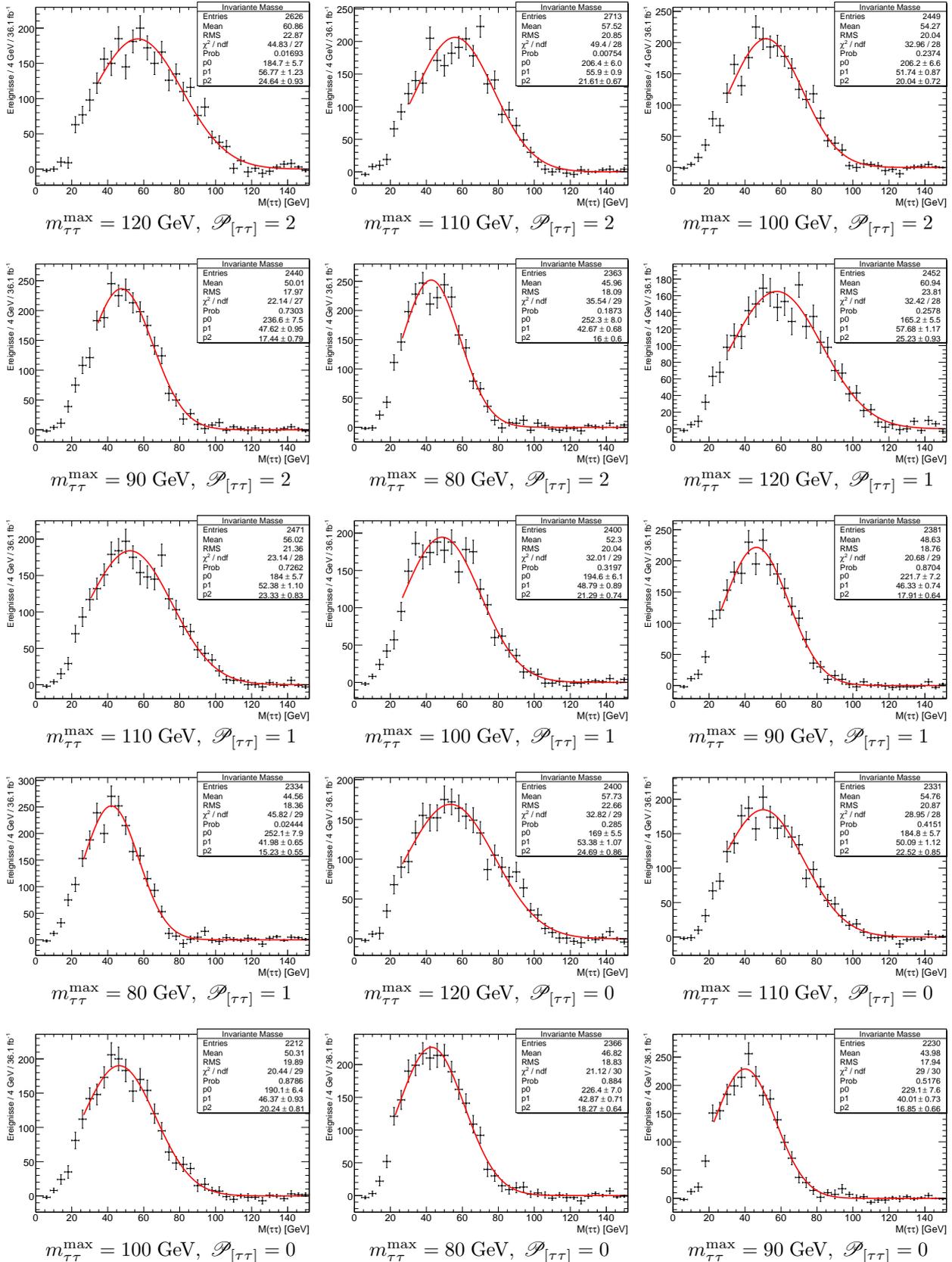


ABBILDUNG A.1: Die Referenzspektren mit Fits – 1. Teil

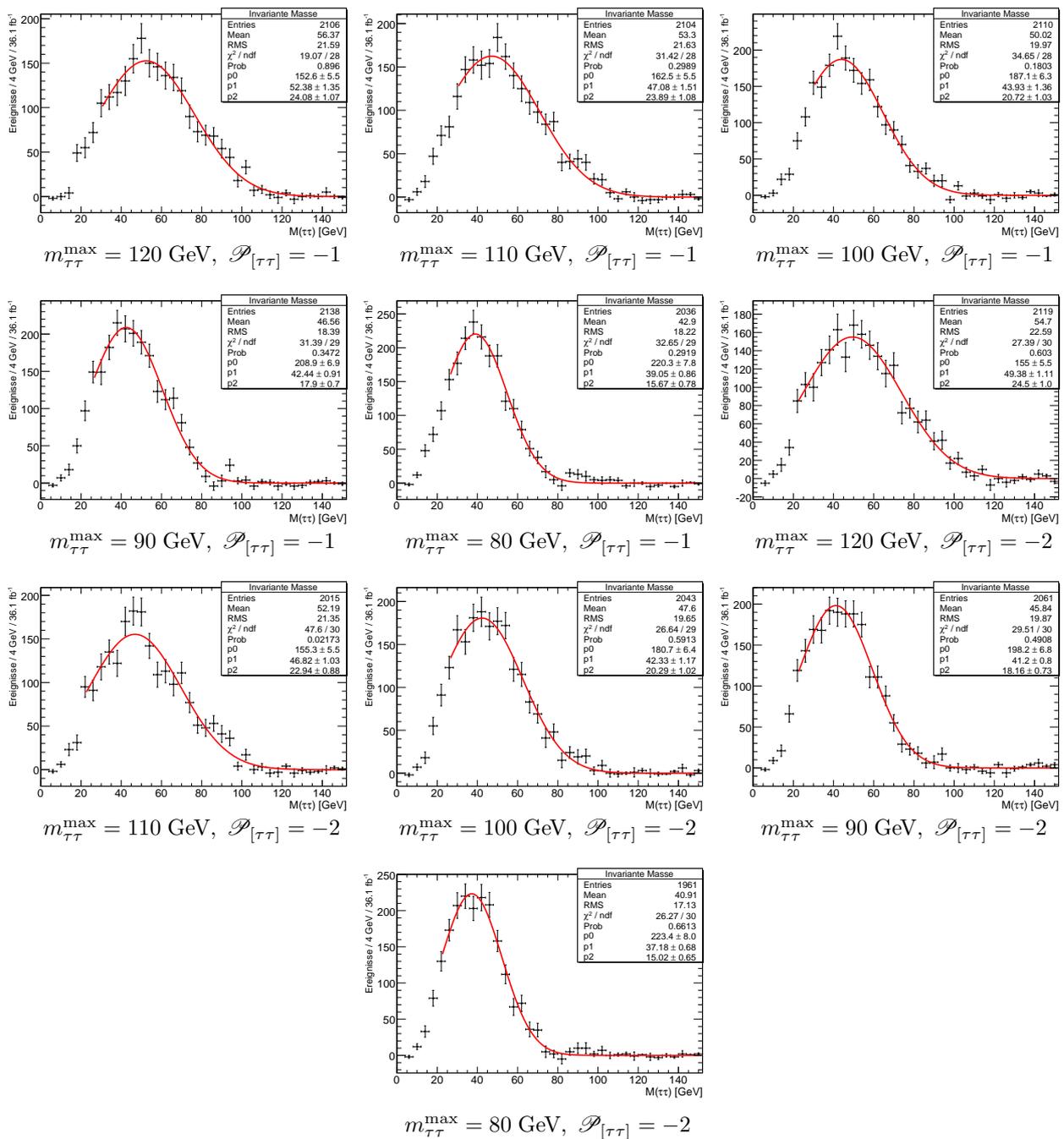


ABBILDUNG A.2: Die Referenzspektren mit Fits – 2. Teil

Position der Maxima der Fits (\mathcal{O}_{\max}) [GeV]

$\mathcal{P}_{[\tau\tau]} \backslash m_{\tau\tau}^{\max}$	80 GeV	90 GeV	100 GeV	110 GeV	120 GeV
2	42.67 ± 0.68	47.62 ± 0.95	51.74 ± 0.87	55.9 ± 0.87	56.77 ± 1.23
1	41.98 ± 0.65	46.33 ± 0.74	48.79 ± 0.89	52.38 ± 1.1	57.68 ± 1.17
0	40.01 ± 0.73	42.87 ± 0.71	46.37 ± 0.93	50.08 ± 1.12	53.38 ± 1.07
-1	39.05 ± 0.86	42.44 ± 0.91	43.93 ± 1.36	47.08 ± 1.51	52.38 ± 1.35
-2	37.18 ± 0.68	41.2 ± 0.82	42.33 ± 1.17	46.82 ± 1.03	49.38 ± 1.11

 Position des Fits mit $f(x) = 1/10 f_{\max}$ ($\mathcal{O}_{1/10}$) [GeV]

$\mathcal{P}_{[\tau\tau]} \backslash m_{\tau\tau}^{\max}$	80 GeV	90 GeV	100 GeV	110 GeV	120 GeV
2	77 ± 1.15	85.04 ± 1.47	94.75 ± 1.44	102.28 ± 1.33	109.64 ± 1.77
1	74.66 ± 1.1	84.77 ± 1.27	94.48 ± 1.47	102.44 ± 1.59	111.82 ± 1.82
0	76.18 ± 1.3	82.08 ± 1.29	89.8 ± 1.6	98.4 ± 1.62	106.37 ± 1.75
-1	72.68 ± 1.48	80.85 ± 1.44	88.4 ± 1.88	98.34 ± 1.99	104.04 ± 2.03
-2	69.42 ± 1.3	80.16 ± 1.44	85.86 ± 1.92	96.05 ± 1.76	101.96 ± 1.9

TABELLE A.1: Die aus den Fits gewonnenen Observablen: Die Lage des Maximums und die Positionen auf der Massenachse, an denen der Fit auf ein Zehntel seines Maximums abgefallen ist mit ihren Fehlern in GeV.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] F. HALZEN and A. D. MARTIN. *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*. John Wiley & Sons., New York, 1984.
- [2] P. B. RENTON. *Electroweak fits and constraints on the Higgs mass*. (2004). [arXiv:hep-ph/0410177](#).
- [3] G. D'AGOSTINI and G. DEGRASSI. *Constraints on the Higgs boson mass from direct searches and precision measurements*. *Eur. Phys. J.*, C10 (1999), pages 663–675. [arXiv:hep-ph/9902226](#).
- [4] S. P. MARTIN. *A supersymmetry primer*. (1997). [arXiv:hep-ph/9709356](#).
- [5] R. K. KAUL and P. MAJUMDAR. *Cancellation of Quadratically Divergent Mass Corrections in Globally Supersymmetric Spontaneously Broken Gauge Theories*. *Nucl. Phys.*, B199 (1982), page 36.
- [6] G. BERTONE, D. HOOPER and J. SILK. *Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints*. *Phys. Rept.*, 405 (2005), pages 279–390. [arXiv:hep-ph/0404175](#).
- [7] A. DEL POPOLO. *Dark matter and structure formation a review*. (2008). [arXiv:0801.1091](#).
- [8] S. M. BILENKY, A. BOTTINO, C. GIUNTI and C. W. KIM. *Neutrino oscillations in the framework of three generation mixings with mass hierarchy*. *Phys. Lett.*, B356 (1995), pages 273–281. [arXiv:hep-ph/9504405](#).
- [9] I. J. R. AITCHISON. *Supersymmetry in particle physics: An elementary introduction*. (2005). [arXiv:hep-ph/0505105](#).
- [10] W. M. YAO ET AL. (Particle Data Group). *Review of particle physics*. *J. Phys.*, G33 (2006), pages 1–1232.
- [11] C. G. LESTER, M. A. PARKER and M. J. WHITE. *Determining SUSY model parameters and masses at the LHC using cross-sections, kinematic edges and other observables*. *JHEP*, 01 (2006), page 080. [arXiv:hep-ph/0508143](#).
- [12] B. K. GJELSTEN, D. J. MILLER and P. OSLAND. *Measurement of SUSY masses via cascade decays for SPS 1a*. *JHEP*, 12 (2004), page 003. [arXiv:hep-ph/0410303](#).
- [13] S. Y. CHOI, J. KALINOWSKI, G. A. MOORTGAT-PICK and P. M. ZERWAS. *Analysis of the neutralino system in supersymmetric theories*. *Eur. Phys. J.*, C22 (2001), pages 563–579. [arXiv:hep-ph/0108117](#).

- [14] W. POROD. *SPheno, a program for calculating supersymmetric spectra, SUSY particle decays and SUSY particle production at e^+e^- colliders*. Comput. Phys. Commun., 153 (2003), pages 275–315. arXiv:hep-ph/0301101.
- [15] A. J. BARR. *Using lepton charge asymmetry to investigate the spin of supersymmetric particles at the LHC*. Phys. Lett., B596 (2004), pages 205–212. arXiv:hep-ph/0405052.
- [16] M. DREES, W. HOLLIK and Q. XU. *One-loop calculations of the decay of the next-to-lightest neutralino in the MSSM*. JHEP, 02 (2007), page 032. arXiv:hep-ph/0610267.
- [17] S. SCHAEEL ET AL. (ALEPH). *Branching ratios and spectral functions of tau decays: Final ALEPH measurements and physics implications*. Phys. Rept., 421 (2005), pages 191–284. arXiv:hep-ex/0506072.
- [18] S. Y. CHOI, K. HAGIWARA, Y. G. KIM, K. MAWATARI and P. M. ZERWAS. *tau polarization in SUSY cascade decays*. Phys. Lett., B648 (2007), pages 207–212. arXiv:hep-ph/0612237.
- [19] B. K. BULLOCK, K. HAGIWARA and A. D. MARTIN. *Tau polarization and its correlations as a probe of new physics*. Nucl. Phys., B395 (1993), pages 499–533.
- [20] M. WAGNER. *τ decay and the structure of the a_1* . PhD thesis, Justus-Liebig-Universität Gießen, (2007). URL <http://geb.uni-giessen.de/geb/volltexte/2008/5865/>.
- [21] B. K. BULLOCK, K. HAGIWARA and A. D. MARTIN. *Tau polarization as a signal of charged Higgs bosons*. Phys. Rev. Lett., 67 (1991), pages 3055–3057.
- [22] M. M. NOJIRI. *Polarization of tau lepton from scalar tau decay as a probe of neutralino mixing*. Phys. Rev., D51 (1995), pages 6281–6291. arXiv:hep-ph/9412374.
- [23] G. BROOIJMANS ET AL.. *New Physics at the LHC: A Les Houches Report. Physics at Tev Colliders 2007 – New Physics Working Group*. (2008). arXiv:0802.3715.
- [24] O. BRUNING ET AL.. *LHC Design Report. 1: The LHC main ring*. CERN-2004-003-V-1.
- [25] O. BUNING ET AL.. *LHC Design Report. 2. The LHC infrastructure and general services*. CERN-2004-003-V-2.
- [26] M. BENEDIKT, P. COLLIER, V. MERTENS, J. POOLE and K. SCHINDL. *LHC Design Report. 3. The LHC injector chain*. CERN-2004-003-V-3.
- [27] *ATLAS: Detector and physics performance. Technical design report. Volume 1*. CERN-LHCC-99-14.
- [28] *ATLAS: Detector and physics performance. Technical design report. Volume 2*. CERN-LHCC-99-15.
- [29] J. E. PROUDFOOT and W. F. E. MADER (ATLAS). *Jet, Missing Et and Tau Combined Performance*. Technical Report ATL-COM-PHYS-2008-074, CERN, Geneva, May 2008.
- [30] F. TARRADE (ATLAS). *Reconstruction and identification of hadronic tau decays in ATLAS*. Nucl. Phys. Proc. Suppl., 169 (2007), pages 357–362.
- [31] M. HELDMANN and D. CAVALLI. *An improved tau-Identification for the ATLAS experiment*. Technical Report ATL-PHYS-PUB-2006-008. ATL-COM-PHYS-2006-010, CERN, Geneva, Dec 2005.

-
- [32] E. RICHTER-WAS, L. JANYST and T. SYNOCHA. *The tau1P3P algorithm: implementation in Athena and performance with CSC data samples*. Technical Report ATL-COM-PHYS-2006-029, CERN, Geneva, 2006.
- [33] K. S. CRANMER (ATLAS). *The ATLAS analysis architecture*. Nucl. Phys. Proc. Suppl., 177-178 (2008), pages 126–130.
- [34] G. CORCELLA ET AL.. *HERWIG 6: An event generator for hadron emission reactions with interfering gluons (including supersymmetric processes)*. JHEP, 01 (2001), page 010. [arXiv:hep-ph/0011363](#).
- [35] Z. WAS and P. GOLONKA. *TAUOLA as tau Monte Carlo for future applications*. Nucl. Phys. Proc. Suppl., 144 (2005), pages 88–94. [arXiv:hep-ph/0411377](#).
- [36] E. BARBERIO, B. VAN EIJK and Z. WAS. *PHOTOS: A Universal Monte Carlo for QED radiative corrections in decays*. Comput. Phys. Commun., 66 (1991), pages 115–128.
- [37] M. L. MANGANO, M. MORETTI, F. PICCININI, R. PITTAU and A. D. POLOSA. *ALPGEN, a generator for hard multiparton processes in hadronic collisions*. JHEP, 07 (2003), page 001. [arXiv:hep-ph/0206293](#).
- [38] A. RIMOLDI (ATLAS). *The ATLAS detector simulation application*. Nucl. Phys. Proc. Suppl., 172 (2007), pages 49–52.
- [39] E. RICHTER-WAS, D. FROIDEVAUX and L. POGGIOLI. *ATLFAST 2.0: A fast simulation package for ATLAS*. ATL-PHYS-98-131, (ATLAS internal note).
- [40] C. ZENDLER. *Studie zu supersymmetrischen Prozessen mit Taus im Endzustand im ATLAS-Experiment am LHC*. Diplomarbeit, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, (2007).
- [41] F. JAMES and M. ROOS. *Minuit: A System for Function Minimization and Analysis of the Parameter Errors and Correlations*. Comput. Phys. Commun., 10 (1975), pages 343–367.
- [42] M. B. MONAGAN, K. O. GEDDES, K. M. HEAL, G. LABAHN, S. M. VORKOETTER, J. MCCARRON and P. DEMARCO. *Maple 10 Programming Guide*. Maplesoft, Waterloo ON, Canada, 2005.
- [43] V. BLOBEL and E. LOHRMANN. *Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse*. B. G. Teubner, Stuttgart · Leipzig, 1998.
- [44] R. BRUN and F. RADEMAKERS. *ROOT: An object oriented data analysis framework*. Nucl. Instrum. Meth., A389 (1997), pages 81–86.
- [45] THE ATLAS COLLABORATION. *Supersymmetry searches with ATLAS at the LHC*. Technical Report ATL-COM-PHYS-2008-063, CERN, Geneva, May 2008.
- [46] R. M. GODBOLE, M. GUCHAIT and D. P. ROY. *Using tau polarization to discriminate between SUSY models and determine SUSY parameters at ILC*. Phys. Lett., B618 (2005), pages 193–200. [arXiv:hep-ph/0411306](#).
- [47] B. C. ALLANACH, C. G. LESTER, M. A. PARKER and B. R. WEBBER. *Measuring sparticle masses in non-universal string inspired models at the LHC*. JHEP, 09 (2000), page 004. [arXiv:hep-ph/0007009](#).