

Neue Spurrekonstruktion für STYX mittels Hough-Transformation

Mark Weißenberg

Bachelorarbeit in Physik
angefertigt im Physikalischen Institut

vorgelegt der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität
Bonn

September 2016

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Bonn,
Datum

.....
Unterschrift

- 1. Gutachter: Prof. Dr. Ian Brock
- 2. Gutachter: Dr. Jochen Kaminski

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Das STYX-Experiment	3
2.1	Physikalische Grundlagen	4
2.1.1	Kosmische Strahlung	4
2.1.2	Ionisations-Detektoren	4
2.2	Triggersystem und Datenaufnahme	6
2.3	Bisherige Spurrekonstruktion	6
3	Hough-Transformation und deren Anwendung	9
3.1	Geradenerkennung mittels Hough-Transformation	9
3.2	Hough-Transformation eines Kreises	10
3.3	Hough-Transformation mehrerer Kreise	12
4	Clustering	15
4.1	Complete-Linkage-Clustering	16
4.1.1	Effizienz	16
4.1.2	Interpretation des Ergebnisses	17
4.2	Clustering von transformierten Driftkreisen	17
5	Messabweichung im Hough-Raum	19
5.1	Messabweichung von Driftkreisen im Hough-Raum	20
5.2	Zusammenhang von Messabweichungen mehrerer Hough-Punkte	20
5.2.1	Annäherung der Fläche einer Messabweichung durch ein Parallelogramm	20
5.2.2	Überschneidung zweier Parallelogramme	21
5.3	Auswirkungen der Messabweichung auf das Clustering	22
6	Fazit	25
A	Nützliche Informationen	27
A.1	Clustering: Zusätzliche Bilder	27
A.2	Messabweichung von Driftkreisen im Hough-Raum	27
A.2.1	Basistransformation in den Raum eines Parallelogramms	27
A.2.2	Algorithmus für spitz überschneidende Parallelogramme	28
	Abbildungsverzeichnis	31
	Literatur	33

Einleitung

STYX ist Experiment bei dem Myonen aus sekundärer kosmischer Strahlung gemessen werden, um deren Winkelverteilung zu bestimmen. Das Ziel dieser Arbeit ist eine neue Spurrekonstruktion mittels Hough-Transformation für STYX zu entwickeln.

Kapitel 2 dieser Arbeit beschäftigt sich mit den physikalischen Grundlagen, dem Aufbau und der Arbeitsweise des Experiments. Desweiteren wird die bisherige Spurrekonstruktion erläutert, die auf einem relativ simplen Ansatz beruht. Dabei werden benachbarte Messpunkte gruppiert und bereits aus diesen Gruppen je vier Spurkandidaten extrahiert. Später wird für mehrere solcher Gruppen überprüft, ob es ähnliche Spurkandidaten gibt, um diese zu einer Spur zu rekonstruieren. So können wichtige Informationen verloren gehen, da möglicherweise relevante Spurkandidaten fehlen. Darunter leidet die Rekonstruktionseffizienz.

In Kapitel 3 wird die genutzte Hough-Transformation näher erläutert. Anders als bei der bisherigen Spurrekonstruktion werden bei der Hough-Transformation zuerst alle Messpunkte in einen Parameterraum transformiert, in dem jeder Punkt einer Geraden im Bildraum entspricht. Ähnliche Geraden aus dem Bildraum finden sich in diesem Parameterraum nah beieinander.

Die Auswahl einer geeigneten Spur kann dann einfach über die Suche nach Anhäufungen in diesem Parameterraum geschehen, dem Clustering, auf das in Kapitel 4 näher eingegangen wird. Hat man eine solche Anhäufung gefunden, so wird deren gewichteter Durchschnitt berechnet anhand dessen direkt eine Gerade für die rekonstruierte Spur abgelesen werden kann. Dieses Verfahren verspricht eine bessere Ausbeute der Daten des Experiments, da diese unvoreingenommener betrachtet werden, weniger Daten für die Rekonstruktion einer Spur nötig sind und eine Einbindung weiterer Detektor-Module wesentlich vereinfacht wird. Die Nachteile liegen in der rechenzeit-aufwendigen Clustering-Methode, die bei größeren Datenmengen ineffizient wird, da sie schlecht mit der Datenmenge skaliert.

Desweiteren wird noch auf die Besonderheiten eingegangen, die die Messung in STYX mit sich bringen. Dazu gehören die Hough-Transformation von Kreisen wie sie in STYX gemessen werden, sowie eine Messabweichungsbehandlung in Kapitel 5 anhand derer man einen Distanzbegriff extrahiert kann, der im Clustering benötigt wird.

Das STYX-Experiment

STYX (Straw Tube Young student eXperiment) ist ein Experiment das an der Universität Bonn im Zuge des Praktikums eingesetzt wird. Es soll Studenten Grundkenntnisse der Detektorphysik vermitteln. Das Herzstück von STYX sind drei Module die strohhalmartige Röhren in drei Lagen je Modul zu je 88 Stück enthalten, wie in Abbildung 2.1 skizziert. Diese bestehen aus ausrangierten Bestandteilen des ZEUS-Detektors, der am HERA-Beschleuniger am DESY zum Einsatz kam. Im Zuge des Experiments kommen die Studenten so mit einigen Techniken und Apparaturen eines modernen Detektor in Berührung.

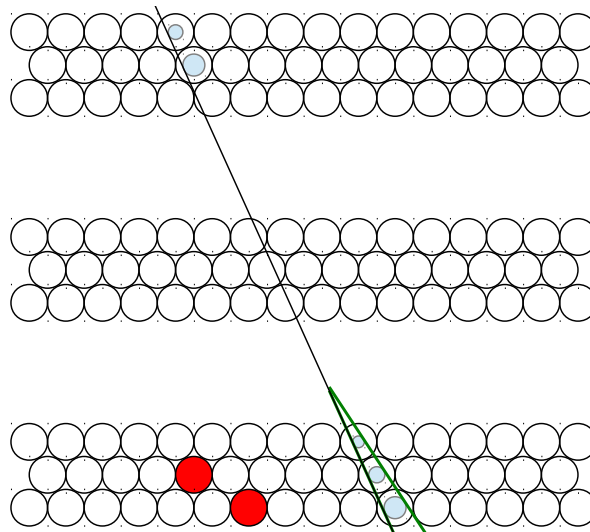


Abbildung 2.1: Skizze der STYX-Röhren

In der Mitte jedes der Röhren des STYX-Detektors befindet sich ein Anodendraht. Das übrige Volumen ist mit einem Gasgemisch gefüllt. Zwischen dem Anodendraht und einem helixartig im Mantel liegenden Draht besteht eine Spannung. Die einzelnen Röhren fungieren somit als Detektor, wie in Kapitel 2.1.2 beschrieben. Die jeweilige Messung wird durch ein externes Triggersystem gestartet, welches aus zwei Szintillatoren sowie je einem davor geschalteten Photo-Multiplier besteht. Diese beiden sind oberhalb und unterhalb der Röhren angebracht. Detektieren diese gleichzeitig das Signal eines durchschlagenden Myons, wird eine Messung durchgeführt. Durch diese Messung von Myonendurchgängen die je Röhren gemessen werden können wird schließlich über eine Langzeitmessung eine

zweidimensionale Winkelverteilung der eintreffenden Myonen gemessen, und überprüft, ob diese mit der Erwarteten Verteilung von $\cos^2 \vartheta$ entspricht [1].

2.1 Physikalische Grundlagen

2.1.1 Kosmische Strahlung

Primäre kosmische Strahlung besteht größtenteils aus energiereichen Protonen und Elektronen. Diese Teilchen treffen auf die Gasmoleküle der Atmosphäre und interagieren mit dieser. Sie stammen vermutlich aus zahlreichen Quellen. Neben Sonnenwind werden auch galaktische und extra-galaktische Quellen, wie Quasare, Strahlung aus Supernovae oder aktive Galaxiekern dazu gezählt. Gesicherte Erkenntnisse woher die teils sehr energiereichen Teilchen kommen gibt es allerdings bisher nicht.

Für die Messung ist die Dicke der Atmosphäre im Vergleich zur mittleren freien Weglänge der Teilchen interessant. Für Protonen, welche Hadronen sind, entspricht die Atmosphäre der elf-fachen mittleren freien Weglänge. Für Elektronen und Photonen entspricht sie sogar der 27-fachen Strahlungslänge, welche die Weglänge beschreibt nach der die Energie der Strahlung auf den Bruchteil $\frac{1}{e}$ abgesunken ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass primäre kosmische Strahlung also Meereshöhe erreicht ist fast bei Null (siehe Kapitel 4.2 und 7.1 in [2]).

Treffen diese Protonen oder Elektronen auf Atome aus der Atmosphäre, so gibt es verschiedene nukleare Interaktionen. Die entstandenen Interaktionsprodukte, auch sekundäre kosmische Strahlung genannt, können dann kaskadenartig weitere nukleare Interaktionen hervorrufen bis die Energie dazu nicht mehr ausreicht. Man spricht in diesem Fall je nach Art der beteiligten Teilchen von einem Hadronen- oder Elektromagnetischen Schauer.

Den weitaus größten Anteil an primärer kosmischer Strahlung von 85% halten Protonen. Größtenteils erzeugen diese dann Pionen (π^0, π^+, π^-) und Kaonen (K^+, K^-). Die geladenen Pionen und Kaonen wiederum zerfallen größtenteils zu Myon-Neutrino-Paaren, wenn sie nicht selber weitere Reaktionen hervorrufen.

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \quad K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (2.1)$$

Je größer die kinetische Energie der Myonen desto geringer ist die Zerfallswahrscheinlichkeit innerhalb der Atmosphäre. Haben diese Myonen also genug Energie, können sie die Erdoberfläche erreichen noch bevor sie weiter zu Elektronen zerfallen. Sie tragen zu 80% zur sekundären kosmischen Strahlung auf Meereshöhe bei und werden von STYX gemessen (siehe Kapitel 7.1 in [2]).

2.1.2 Ionisations-Detektoren

Das Gasgemisch innerhalb der STYX-Röhrchen besteht aus dem Edelgas Argon (82%) und Kohlendioxid (18%). Da Argon als Edelgas weniger Anregungsniveaus besitzt, ist die Wahrscheinlichkeit recht hoch für ein energiereiches Myon ein Elektron komplett aus der Argon-Schale zu schlagen und es somit zu ionisieren. Die so erzeugten Ladungsträger driften im elektrischen Feld in Richtung der Elektroden. Die Anzahl der Ladungsträger ist jedoch so gering, dass die von ihnen ausgelösten Spannungsimpulse alleine nicht messbar wären. Deswegen macht man sich Gasverstärkung zu Nutze. Ist das elektrische Feld groß genug, so können die beschleunigten Elektronen auf ihrer mittleren freien Weglänge genug kinetische Energie aufnehmen um weitere Gasatome zu ionisieren. Dies löst einen lawinenartigen Effekt aus, der schließlich zu einer messbaren Spannungsdifferenz führt. Dieser gemessene Impuls ist für zylindrische Gasdetektoren in einem gewissen Bereich proportional zur angelegten Spannung (siehe Abb. 2.2). Die hohen Energien der Elektronen können zu Anregungen der Argon-Atome führen, die

dann bei ihrer Abregung durch Photoionisation weitere Ionisierungskaskaden auslösen und hierbei diese Proportionalität zerstören. Hier kommt der Kohlendioxid-Zusatz ins Spiel, der die Propagierung dieser Photonen stoppt [3].

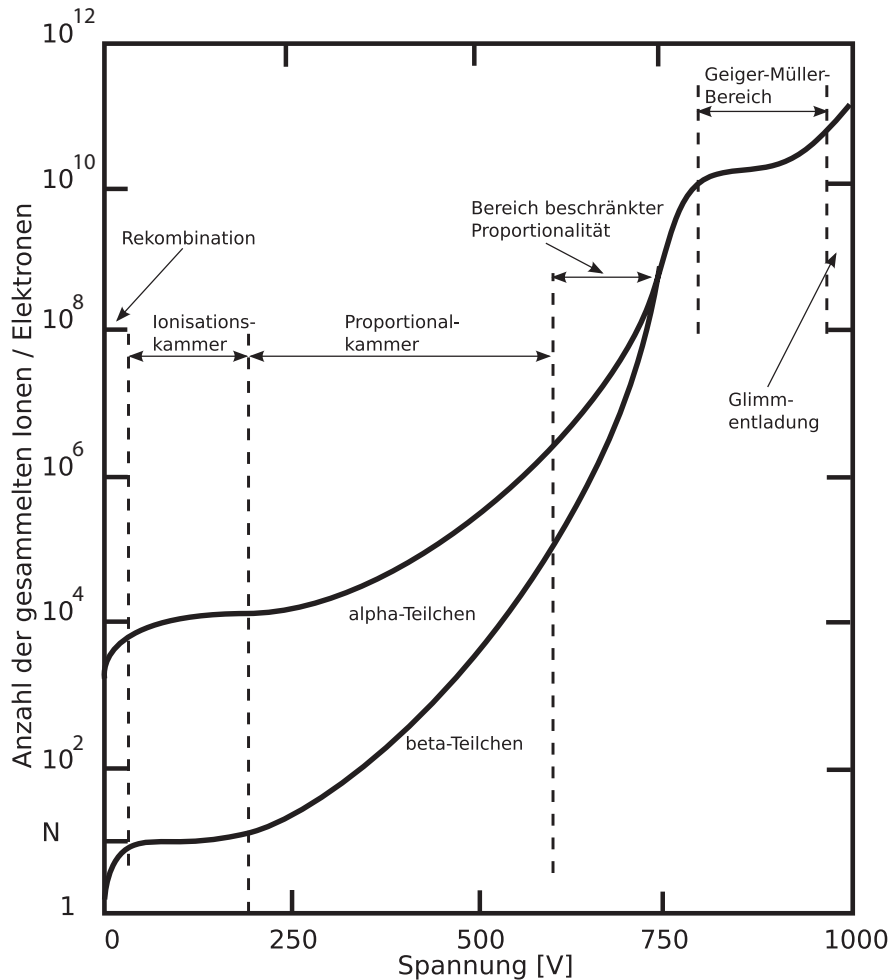


Abbildung 2.2: Gemessene Ladungsträger für zylindrische Gasedektoren in Abhängigkeit der Spannung [4]

Einer der Vorteile der STYX-Röhrchen ist, dass das elektrische Feld für eine zylindrische Geometrie proportional zu $\frac{1}{r}$ ist. Somit können selbst bei relativ niedriger äußerer Spannung in Nähe des Drahtes sehr hohe Feldstärken auftreten. Für die zum Draht hin driftenden Elektronen kommt es dann nahe am Draht zur Gasverstärkung [3]. Die relativ leichten Elektronen werden recht schnell vom Draht, der Anode, absorbiert. Die ionisierten Argon-Atome hingegen driften wesentlich langsamer weg von der Anode und sind hauptverantwortlich für das Spannungssignal auf dieser [5].

Da die Energie der Myonen so hoch ist, durchschlagen diese die Driftkammern der Röhrchen ohne wesentlich von ihrer Bahn abgelenkt zu werden. Damit können deren Spuren also für das Experiment als Geraden betrachtet werden.

2.2 Triggersystem und Datenaufnahme

Um die Datenmessung anzustoßen wird ein externes Triggersystem verwendet. Dieses besteht aus zwei Szintillationsdetektoren, die aus einer Szintillatorplatte und einem dahinter geschalteten Photomultiplier bestehen und oberhalb und unterhalb der STYX-Röhrchen angebracht sind. Wenn Myonen durch das Szintillationsmaterial dringen und dieses ionisieren, werden Photonen emittiert die dann vom Photomultiplier registriert und in ein messbares Signal umgewandelt werden. Durchschlägt ein Myon beide Detektoren gleichzeitig, so wird an den Röhrchen eine Messung aufgezeichnet. Der Zeitunterschied den jedes einzelne Röhrchen zu seinem Kalibrierungswert aufweist, lässt einen direkten Rückschluss auf die Entfernung der dem Draht nächsten, ionisierten Elektronen zu. Denn die Driftgeschwindigkeit kann vereinfacht als konstant angenommen werden [6]. Mehr Informationen zur Spur hat man nicht, und somit kann man diese Entfernung als Radius des Kreises um den Draht verstehen, an dem die Myonspur tangential anliegt. Dieser Kreis wird im folgenden STYX-Driftkreis oder kurz Driftkreis genannt [1].

Dafür müssen die Röhrchen jedoch zuerst kalibriert werden. Das passiert anhand einer Langzeitmessung, bei der für jede Triggerung die Zeit in Bezug auf einen beliebigen Zeitpunkt Null gemessen wird. Da jeder Wert für den Radius r etwa gleich wahrscheinlich ist, kann man anhand des Maximums der Verteilung der einzelnen Messungen etwa $\frac{1}{2}R$ ablesen und so die einzelnen Röhrchen kalibrieren.

#TRB	TDC	Channel	Time	Pulse width	Leading/Trailing
Event	300001				
3	1	78	19.0986	4	
3	2	77	31.0232	4	
3	3	78	56.825	4	
1	1	82	43.9286	4	
1	2	82	65.8725	4	
1	3	82	27.0918	4	
Event	300002				
3	1	28	55.0561	4	
3	2	27	30.6696	4	
3	3	28	33.129	4	
2	1	27	56.2696	4	
2	3	27	36.3159	4	
1	1	25	46.2617	4	
1	2	25	7.0629	4	
Event	300003				
3	1	76	21.088	4	
3	3	76	17.7808	4	
1	1	78	42.7607	4	

Abbildung 2.3: STYX-Daten-Datei, u.a. enthaltend: Modul, Layer im Modul, Nummer des Röhrchens, Pulslänge

Man hat also schließlich zu jeder Messung die durch Triggerung ausgelöst wird eine Liste mit Röhrchen und dem zur Messung in diesem Röhrchen gehörenden Radius R des eigentlichen Driftkreises (siehe Abb. 2.3). Anhand von der Lage der einzelnen Röhrchen in der zweidimensionalen Anordnung erhält man nun auch die Koordinaten des Röhrchenmittelpunktes (A, B).

2.3 Bisherige Spurrekonstruktion

Die bisherige Spurrekonstruktion berücksichtigt nur das obere und das unteren Modul, das mittlere wird lediglich zu Testzwecken und während des Versuchs garnicht verwendet. Der bisherige Hauptalgorithmus, der Vier-Nachbar-Algorithmus, überprüft nun für jeden Treffer in einem mittleren Layer des oberen und unteren Moduls die zwei nächsten Nachbarn im Layer darüber und im Layer darunter (siehe grüne Kreise in Abb.2.4(c)). Enthalten diese vier Nachbarn mindestens zwei Treffer, so werden Segmente erstellt.

Unter einem Segment versteht man nun eine Gerade, die tangential an mindestens zwei Driftkreisen aus einem Modul anliegt, bestenfalls an allen Driftkreisen der gefundenen Treffer (siehe skizzenhaft g9 rüne Geraden im unteren Layer in Abb. 2.1). Hat man mehrere dieser Driftkreise so gibt es je Kombination von zweien solcher Driftkreise vier mögliche Teilchenbahnen die tangential an beiden Kreisen anliegen (siehe Abb. 2.4(a)). Die Anzahl möglicher Segmente steigt also quadratisch mit der Anzahl der involvierten Driftkreise.

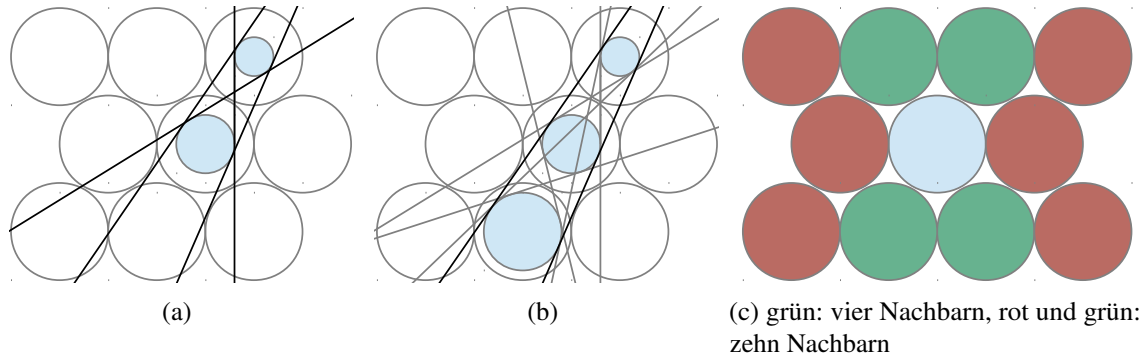


Abbildung 2.4: STYX-Driftkreise und daraus rekonstruierbare Spuren

Von diesen Segmenten werden jedoch aus Gründen der Effizienz nur die vier bestpassenden Segmente genommen und auf Übereinstimmung mit möglichen gefundenen Segmenten aus dem jeweils anderen Layer überprüft. Gibt es eine zufriedenstellende Übereinstimmung, wird eine Spur als rekonstruiert betrachtet. Wird für keines der Segmente ein gegenüber liegendes Segment gefunden, so wird geschaut ob es Treffer in der Richtung einer der Segmente gibt um dann daraus eine Spur zu rekonstruieren.

Findet dieser erste Vier-Nachbar-Algorithmus keine Spur, so wird ein ähnlicher Algorithmus angewandt, der Zehn-Nachbar-Algorithmus. Dieser nimmt je Treffer in einem mittleren Layer die vier darüber liegenden, die beiden seitlich liegenden und die vier darunter liegenden Nachbarn und durchläuft ansonsten dieselben Schritte wie der Vier-Nachbar-Algorithmus (siehe rote und grüne Kreise in Abb.2.4(c)).

Hough-Transformation und deren Anwendung

Bei Datenpunkten in Koordinatensystemen, also Bilddaten, möchte man oft möglichst einfach Muster erkennen, etwa Kreise oder Linien. Bei der Verarbeitung von Datenmengen ist es zudem manchmal ratsam, diese zuerst zu transformieren, da diese transformierten Daten dann mittels anderer Regeln verarbeitet oder einfacher gehandhabt werden können, etwa zum Zwecke der Mustererkennung. Eine solche Transformation ist die Hough-Transformation.

Bei dieser Transformation wird jedem gegebenen Punkt eine Funktion im Parameterraum (Hough-Raum) zugewiesen, abhängig von der zugrunde liegenden Parametrisierung. Diese Funktion entspricht dann allen möglichen Werten des gesuchten Musters unter Berücksichtigung des ursprünglichen Punkts.

3.1 Geradenerkennung mittels Hough-Transformation

In STYX wird nach Spuren von Myonen die mit annähernd Lichtgeschwindigkeit durch die Strawtuberöhrchen schießen, gesucht. Dabei werden diese kaum von ihrer Bahn abgelenkt. Die zu rekonstruierenden Spuren sind also Geraden. Insbesondere sind diese Geraden aufgrund von Einschränkungen der Technik und des Experiments zweidimensional.

Eine Gerade durch einen gegebenen zweidimensionalen Punkt (X, Y) könnte man also leicht versucht sein, genauso wie Paul Hough [7], anhand ihrer Steigung (m) sowie ihres Ordinatenabschnittes (b) zu parametrisieren wie folgt:

$$Y = mX + b \quad (3.1)$$

Woraus man leicht nachvollzieht, das für die Steigung in Abhängigkeit des Ordinatenabschnittes folgt:

$$m(b) = -\frac{1}{X}b + \frac{Y}{X} \quad (3.2)$$

Diese Parametrisierung ist jedoch hinsichtlich senkrechter Linien problematisch, da diese nicht mit endlichem m erreichbar sind. Deswegen wird häufig auf die Hessesche Normalform zurückgegriffen die eine Gerade die durch den Punkt (X, Y) läuft, wie folgt parametrisiert [7]:

$$d(\vartheta) = X \cos \vartheta + Y \sin \vartheta \quad (3.3)$$

Hierbei entspricht d dem minimalen Abstand der Linie zum Koordinatenursprung und ϑ dem Winkel den das Lot auf der Geraden mit der Abszisse bildet (siehe Abb. 3.1). Die Funktion $d(\vartheta)$ umfasst also alle möglichen Linien im Punkte (X, Y) .

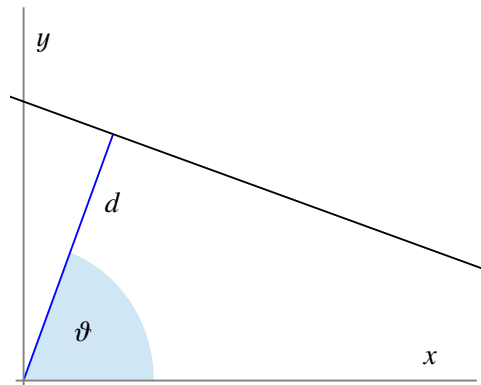


Abbildung 3.1: Darstellung einer Geraden mittels ihrer Hesse-Normalform

Transformiert man nun mehrere Punkte auf diese Art in den Hough-Raum, so entsteht dort für jeden Punkt eine andere Kurve (siehe Abb. 3.2(a) und 3.2(b)). Die Schnittpunkte dieser Kurven entsprechen dann jeweils genau einem (D, θ) , welches wiederum genau derjenigen Linie im ursprünglichen Raum entspricht, die durch beide Punkte der am Schnittpunkt beteiligten Kurven geht (siehe graue Geraden in Abb. 3.2(c)).

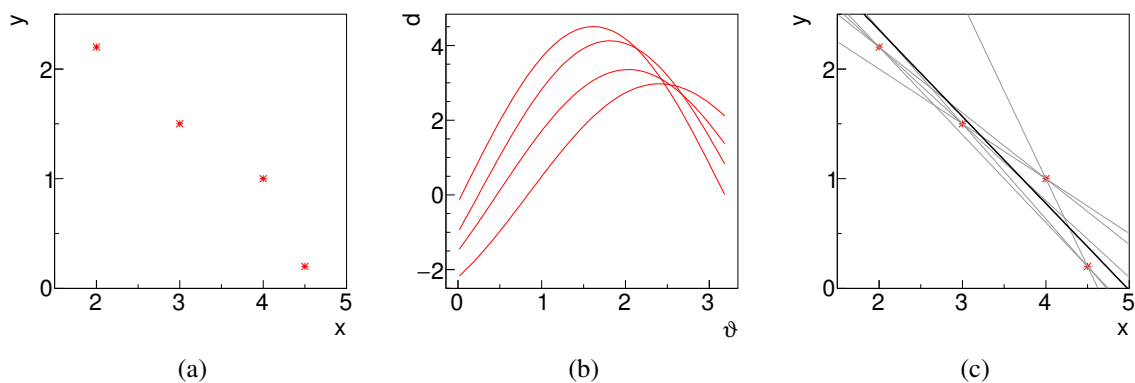


Abbildung 3.2: Einfache Hough-Transformation

Nun wird ersichtlich, warum die Anwendung der Hough-Transformation die Erkennung von Mustern, in diesem Fall Linien, so einfach macht. Hat man die Punkte erst einmal transformiert, so muss man im Hough-Raum prinzipiell nur noch geschickt nach Clustern suchen um daraus Linien im Ursprungsraum zu extrahieren. Beispielhaft gezeigt in Abb. 3.2(c) als schwarze Linie - für diese wurde hier ein einfacher Mittelwert der Schnittpunkte berechnet. Insbesondere für Computer ist dies eine einfache Herangehensweise um das gewünschte zu erreichen.

3.2 Hough-Transformation eines Kreises

In STYX hat man nun jedoch keine Punkte aus denen man Linien extrahieren will, sondern Driftkreise. Man weiß lediglich, dass die Spur des Myons tangential zu einem solchen Kreis liegt. Das einfachste Vorgehen ist nun jeden Punkt auf einem solchen Kreis mittels Hough zu transformieren, unter der Bedingung, dass die Gerade tangential am Kreis anliegt.

Ein solcher Driftkreis K wird durch seinen Ursprung (A, B) sowie seinen Radius R beschrieben. Die Bedingung an einen solchen gegebenen Kreis ist nun:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A + R \cos \varphi \\ B + R \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Setzt man diese Bedingung nun in die Hough-Transformation $d(\vartheta) = x \cos \vartheta + y \sin \vartheta$ ein, so erhält man:

$$d(\vartheta) = (A + R \cos \varphi) \cos \vartheta + (B + R \sin \varphi) \sin \vartheta \quad (3.5)$$

Dabei ist nun φ gerade der Winkel zwischen der Abszisse und der Geraden, die vom Zentrum von K zum entsprechenden Randpunkt von K für φ gehört (siehe beispielhaft für ein gegebenes $\varphi = \Phi$ Abb. 3.3(a)).

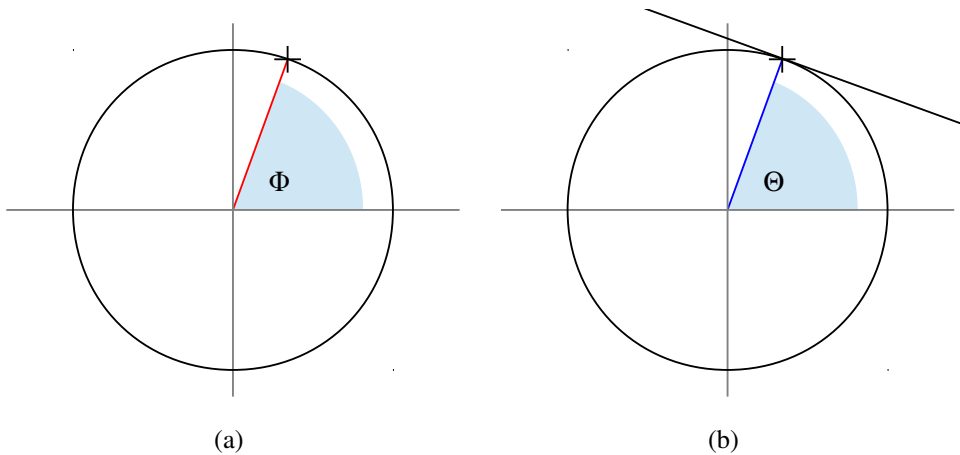


Abbildung 3.3: Wichtige Winkel in der Hough-Transformation eines Kreises

Betrachtet man ein solches Φ und den daraus resultierenden Punkt auf dem Driftkreis, so kann man direkt folgern, dass $\Theta = \Phi$ gilt. Hierbei ist Θ der zur Geraden gehörige Winkel am Randpunkt für das gegebene Φ . Und dieses Θ ist genau das Lot auf der Geraden die tangential an diesem Punkt anliegt, also der Winkel der Geraden im Hough-Raum (siehe Abb. 3.3(b)). Und mit $\varphi = \vartheta$ folgt nun:

$$d(\vartheta) = (A + R \cos \vartheta) \cos \vartheta + (B + R \sin \vartheta) \sin \vartheta \quad (3.6)$$

$$= A \cos \vartheta + R \cos^2 \vartheta + B \sin \vartheta + R \sin^2 \vartheta \quad (3.7)$$

$$= R + A \cos \vartheta + B \sin \vartheta \quad (3.8)$$

Um nun direkt den echten Einfallswinkel abzulesen zu können, wurde aus Bequemlichkeit diese Funktion noch um $-\frac{1}{2}\pi$ in ϑ verschoben. Und da die Wahrscheinlichkeit der zu rekonstruierenden Spuren für vertikale Einfallswinkel ($\vartheta = 0, \pi$) am größten und für horizontale Einfallswinkel ($\vartheta = \frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi$) am kleinsten ist, wurde aus programmatischer Sicht der Kreis in die linke und die rechte Hälfte aufgeteilt. Es wird also für die rechte Hälfte

$$d(\vartheta) = R + A \cos(\vartheta - \frac{\pi}{2}) + B \sin(\vartheta - \frac{\pi}{2}) \quad (3.9)$$

auf den Intervallen $[0, \pi]$ betrachtet.

Für die linke Hälfte des Kreises möchte man einen Winkel für den gilt $\vartheta' > \pi$ nun mit einem Einfallswinkel von $\vartheta = \vartheta' - \pi$ assoziieren, da man weiß, dass die Spur nur von oben kommen kann. Aus der Verschiebung der Parametrisierung des Kreises $\varphi' = \varphi - \pi$ folgt:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A + R \cos \varphi' \\ B + R \sin \varphi' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A + R \cos(\varphi - \pi) \\ B + R \sin(\varphi - \pi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A - R \cos \varphi \\ B - R \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

sodass sich für die linke Hälfte auf dem Intervall $[0, \pi]$ ergibt:

$$d(\vartheta) = (A + R \cos(\varphi' - \frac{\pi}{2})) \cos(\vartheta' - \pi - \frac{\pi}{2}) + (B - R \sin(\varphi' - \frac{\pi}{2})) \sin(\vartheta' - \pi - \frac{\pi}{2}) \quad (3.11)$$

$$= (A - R \cos((\varphi' = \vartheta) - \frac{\pi}{2})) \cos(\vartheta - \frac{\pi}{2}) + (B - R \sin((\varphi' = \vartheta) - \frac{\pi}{2})) \sin(\vartheta - \frac{\pi}{2}) \quad (3.12)$$

$$= -R + A \cos(\vartheta - \frac{\pi}{2}) + B \sin(\vartheta - \frac{\pi}{2}) \quad (3.13)$$

Somit kann nun der gesamte Kreis auf dem Intervall $[0, \pi]$ sinnhaftig mittels dieser beiden Funktionen abgebildet werden, wie beispielhaft in Abbildung 3.4 gezeigt. Die zwei Kurven auf dem Intervall $[0, \pi]$ repräsentieren so die beiden Kreishälften. Für jeden Einfallswinkel gibt es zwei Lösungen auf dem Kreis, die eine auf der linken, die andere auf der rechten Hälfte, und diese liegen immer um den Abstand $2R$ auseinander.

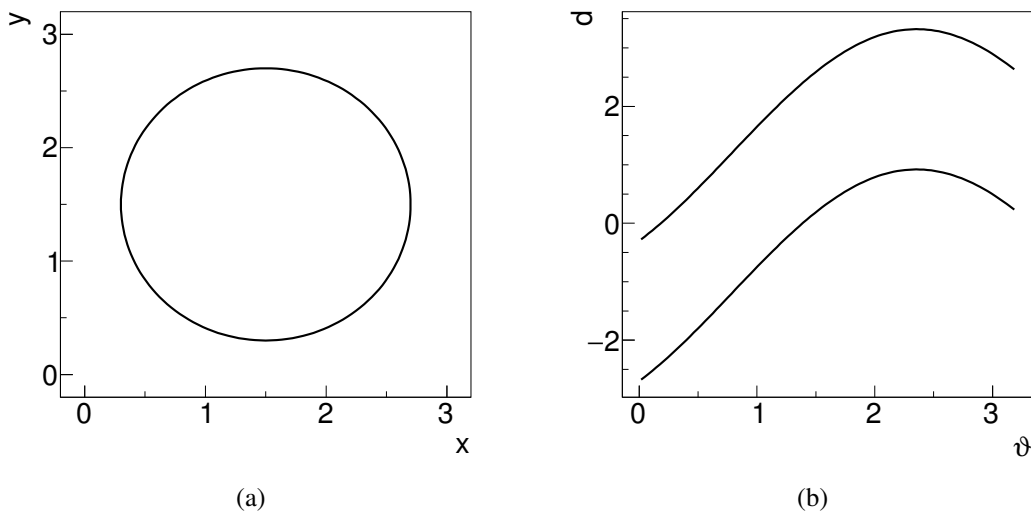


Abbildung 3.4: Hough-Transformation eines Kreises

3.3 Hough-Transformation mehrerer Kreise

Ein transformierter Driftkreis $K(R, A, B)$ hat also die Form $d(\vartheta) = \pm R + A \cos \vartheta + B \sin \vartheta$. Für einen zweiten Kreis $K'(R', A', B')$ gilt ebenso $d'(\vartheta) = \pm R' + A' \cos \vartheta + B' \sin \vartheta$. Die Schnittpunkte dieser Funktionen entsprechen im ursprünglichen Raum nun genau denjenigen Tangenten auf dem Rand des Kreis K welche auch gleichzeitig Tangenten auf K' sind (siehe graue Linien in Abb. 3.5(c)). Dieser Schnittpunkte gibt es für zwei Kreise maximal vier, es sei denn die Kreise wären ineinander liegend oder überlappend angeordnet. Dies ist bei STYX nie der Fall, sodass es je genau vier Schnittpunkte gibt.

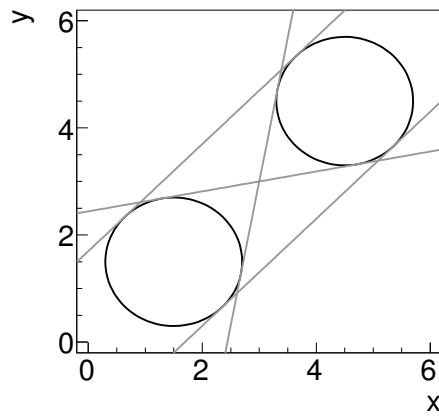
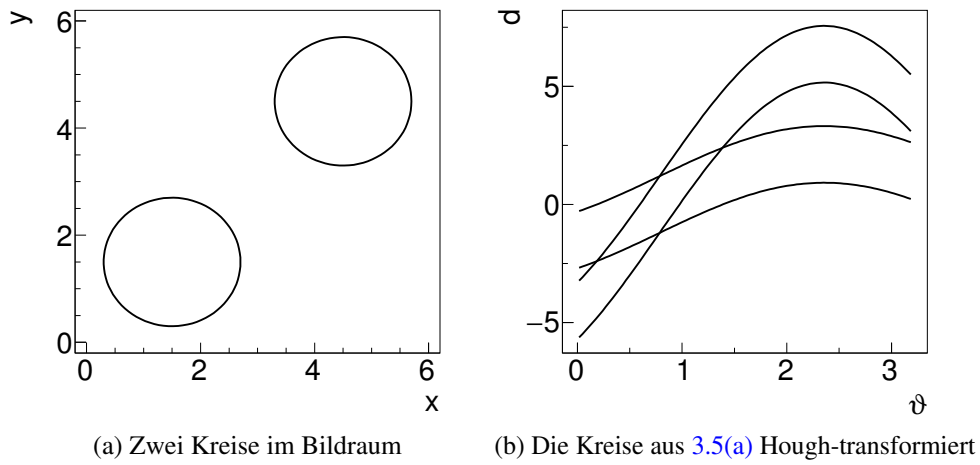


Abbildung 3.5: Hough-Transformation zweier Kreise

Bei mehr als zwei Kreisen multipliziert sich die Anzahl dieser Schnittpunkte quadratisch mit der Anzahl der Driftkreise. Das hat starke Auswirkungen auf die Effizienz des Clusterings.

Clustering

Hat man nun mehrere Driftkreise, so multipliziert sich die Anzahl $S(n)$ der Schnittpunkte mit der Anzahl der Kreise n wie folgt:

$$S(n) = 4 \frac{n(n-1)}{2} \tag{4.1}$$

da für die Anzahl jeder Kombination von zwei Kreisen aus n gilt:

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)}{2} \tag{4.2}$$

und es je Kombination von zwei Kreisen genau vier Schnittpunkte gibt. Da jeder Schnittpunkt für eine mögliche Myonenspurs steht, heißt das, dass die Anzahl der möglichen Spuren quadratisch mit der Anzahl der Kreise steigt, die betrachtet werden. In Abbildung 4.1(b) sind beispielhaft die sechs Driftkreise aus Abbildung 4.1(a) transformiert und in Abbildung 4.1(c) sind nur noch die Schnittpunkte dieser Funktionen im Hough-Raum gezeigt.

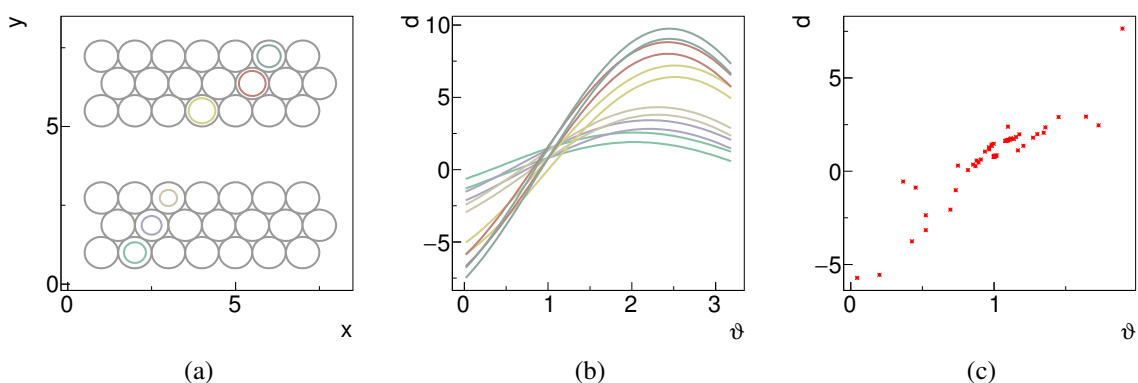


Abbildung 4.1: Anhäufungen von Schnittpunkten im Hough-Raum

Das Clustering beschäftigt sich nun mit der Suche nach Anhäufungen von Objekten mit ähnlichen Eigenschaften und deren sinnvoller Gruppierung in Clustern. Genau dies wollen wir für die Schnittpunkte im Hough-Raum (siehe Abb. 4.1(c)), im weiteren kurz Hough-Punkte, erreichen.

Die zugehörigen Geraden zu Hough-Punkten die nah beieinander liegen, teilen offensichtlich ähnliche Eigenschaften. An dieser Stelle möchte man möglichst alle Punkte die zu einer Spur gehören, zusammenfassen in eine Gruppe, einen Cluster. Die Bedingung vom STYX-Experiment her an einen solchen Cluster ist also, dass jede Kombination von zwei Punkten innerhalb des Clusters nah genug beieinander ist, sodass beide dazugehörigen Geraden noch genug Ähnlichkeit besitzen um von einer Spur zu stammen. Die Ähnlichkeit unserer Geraden wird also vorerst über eine Distanz im Hough-Raum hergestellt.

4.1 Complete-Linkage-Clustering

Beim *Complete-Linkage-Clustering* handelt es sich um eine Cluster-Methode des agglomerativen hierarchischen Clusterings, bei dem durch rekursive Vereinigung Cluster zusammengeführt werden. Erst hierdurch wird der Begriff *Cluster* genauer definiert [8].

Dafür wird initial jedes Objekt in einen Cluster gelegt (siehe Abb. 4.2(a)). Nun wird für jede Kombination von zwei Clustern diejenige Distanz berechnet, die die größte unter all ihren inneliegenden Objekten ist, die Clusterdistanz. Diejenigen beiden Cluster welche die geringste solche Distanz aufweisen werden dann verinigt zu einem neuen Cluster und der Algorithmus läuft erneut ab. Deswegen nennt man diese Methode im Englischen auch *furthest neighbor method* [8].

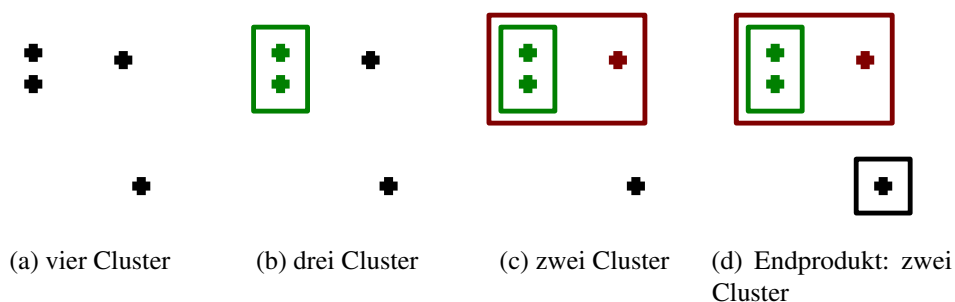


Abbildung 4.2: Skizze Complete-Linkage-Clustering

Dies wiederholt sich rekursiv so lange, bis alle Cluster zu einem vereinigt sind oder die Clusterdistanz zwischen den Clustern so groß geworden ist, dass zwischen ihnen keine Ähnlichkeit mehr besteht (beispielhaft skizziert in Abbildung 4.2(d)).

4.1.1 Effizienz

Ein Nachteil des hierarchischen Clusterings ist die Zeitkomplexität die für Complete-Linkage-Clustering mindestens $O(m^2 \cdot \log m)$ beträgt, wobei m die Anzahl der Objekte ist. Was weniger ins Gewicht fällt aber trotzdem nicht missachtet werden sollte, ist der Speicherbedarf der mit $O(m^2)$ ansteigt [8]. Um den Algorithmus möglichst effizient zu gestalten, wird zuerst eine Distanzmatrix erstellt. Diese enthält für jede Kombination von Spurkandidaten die zwischen ihnen liegende Distanz (siehe Kapitel 5), anhand derer schnell entschieden werden kann, ob Spuren Ähnlichkeit besitzen oder nicht. Dabei darf nicht missachtet werden, dass der Speicherbedarf dadurch mit $O(m^2)$ ansteigt [8], was aber relativ wenig ins Gewicht fällt.

4.1.2 Interpretation des Ergebnisses

Dafür enthält das Ergebnis des Complete-Linkage-Clusterings jedoch die Verarbeitung sämtlicher vorhandenen Informationen, bezogen auf die definierte Ähnlichkeit bzw. Distanz der Objekte. Das bedeutet, ein Hough-Punkt ist immer genau in dem Cluster, dem er am nächsten ist.

Da jeder Hough-Punkt einen Kandidaten für die Spur eines Myons repräsentiert, entspricht das Ergebnis der Cluster-Analyse der Zusammenführung dieser möglichen Kandidaten anhand ihrer Ähnlichkeit. Aus jedem gefundenen Cluster lässt sich ein Mittelwert errechnen, der dann die Spur bestmöglich repräsentiert.

Normalerweise ist ein Driftkreis an mehreren Clustern beteiligt, da er verschiedene tangentielle Verbindungen, also Spurkandidaten, zu anderen Driftkreisen hält, die untereinander nicht ähnlich sind. Für alle Driftkreise die am Cluster mit den meisten Hough-Punkten beteiligt sind, werden die zu diesen Driftkreisen gehörenden Hough-Punkte aus den kleineren Clustern entfernt. Das muss nicht immer das richtige Resultat liefern, sondern orientiert sich an der bisherigen Vorgehensweise, die an einer rekonstruierten Spur beteiligten Driftkreise nicht zur weiteren Rekonstruktion zu nutzen.

4.2 Clustering von transformierten Driftkreisen

Berücksichtigt man nun für einen Driftkreis eine Messabweichung in R , wie sie in STYX vorkommt, dann merkt man, dass eine einfache Distanzmetrik wie etwa:

$$m(d, d', \vartheta, \vartheta') = \sqrt{(d - d')^2 + (\vartheta - \vartheta')^2} \quad (4.3)$$

nicht ausreicht. Beispielhaft kann man das in Abbildung 4.3 betrachten, wo für zwei gleichgroße Treffer innerhalb eines Moduls allein die Distanz der Driftkreise eine große Auswirkung auf den Winkel einer möglichen Myonenspur haben kann.

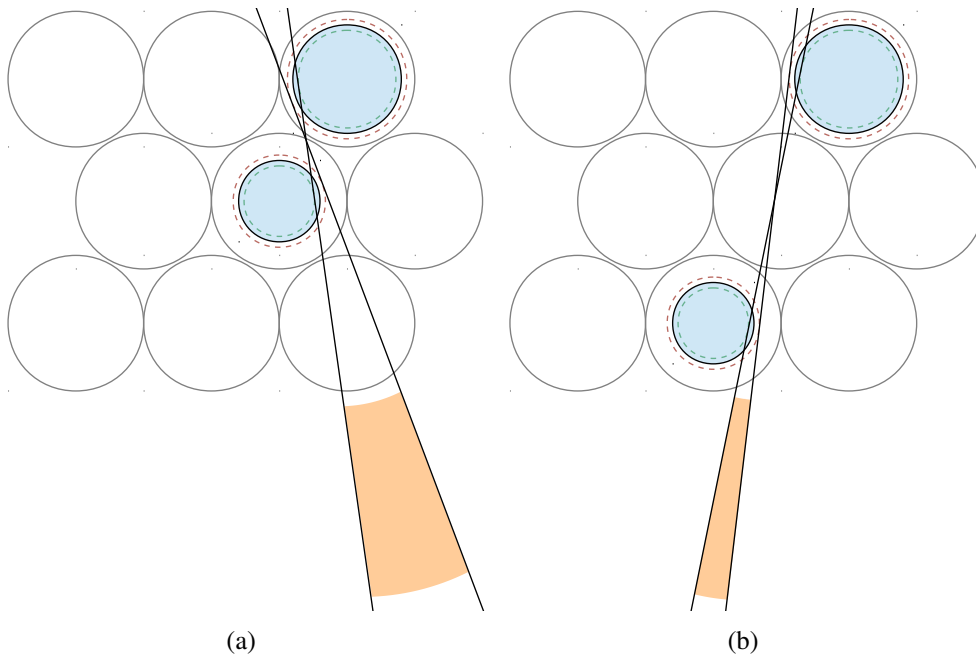


Abbildung 4.3: Auswirkungen der Distanz zweier Driftkreise auf die mögliche Myonenspur und somit auch auf die Cluster-Zugehörigkeit weiterer Driftkreise

Man muss also genauer auf die Besonderheiten der transformierten Kreise eingehen, will man diese Umstände nicht vernachlässigen. Das geschieht im folgenden Kapitel.

Messabweichung im Hough-Raum

In Kapitel 4 wurde erwähnt, dass die Ähnlichkeit der Hough-Punkte für das Clustering über die Distanz im Hough-Raum hergestellt wird. Was dieser Distanzbegriff für STYX-Driftkreise bedeutet soll nun näher erläutert werden.

Es muss entschieden werden, ob zwei Hough-Punkte nah genug zusammen liegen, wenn man deren Fehler in Betracht zieht. Um das sicherzustellen bedarf es einer Transformation der Messabweichung eines Driftkreises in den Hough-Raum und dessen Behandlung dort.

Ein Hough-Punkt entspricht je einem Kandidaten für die Spur eines Myons (siehe als Beispiel alle Geraden in Abb. 2.4(b)). An einem solchen Punkt sind immer zwei Driftkreise beteiligt. Um also zu entscheiden ob zwei solcher Punkte zur selben Spur eines Myons gehören können, sind bis zu vier Driftkreise involviert. Die Beschreibung der Messabweichungsbehandlung wird anhand von drei Kreisen erläutert.

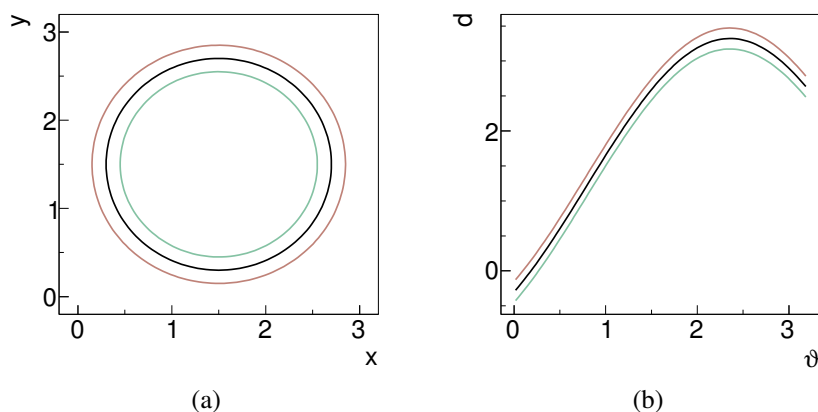


Abbildung 5.1: Messabweichung eines Kreises in r transformiert in den Hough-Raum

5.1 Messabweichung von Driftkreisen im Hough-Raum

Die einzige Messabweichung von Bedeutung¹, die zu einem Driftkreis gehört, betrifft dessen Radius. Man erwartet hier etwa eine Abweichung von $300\ \mu\text{m}$ [6]. Zu einem gemessenen Wert von R gehört also auch ein Δr innerhalb dessen der wahre Wert liegt. Wie aus $d(\vartheta) = \pm R + A \cos \vartheta + B \sin \vartheta$ leicht ersichtlich, hat eine Änderung von R für einen Driftkreis lediglich die Auswirkung einer Verschiebung der Funktionswerte um diese Änderung zur Folge (siehe Abb. 5.1).

Transformiert man zwei Driftkreise mit einem Δr in den Hough-Raum, so erhält man für jede Funktion eine Verschiebung um $\pm \Delta r$ (siehe Abb. 5.2(a) und 5.2(b)). Nun hat man die Möglichkeit sich die Auswirkung der Messabweichung auf die Schnittpunkte der Funktionen anzuschauen. Ein vergrößerter Ausschnitt um einen Schnittpunkt sieht man beispielhaft in Abbildung 5.2(c).

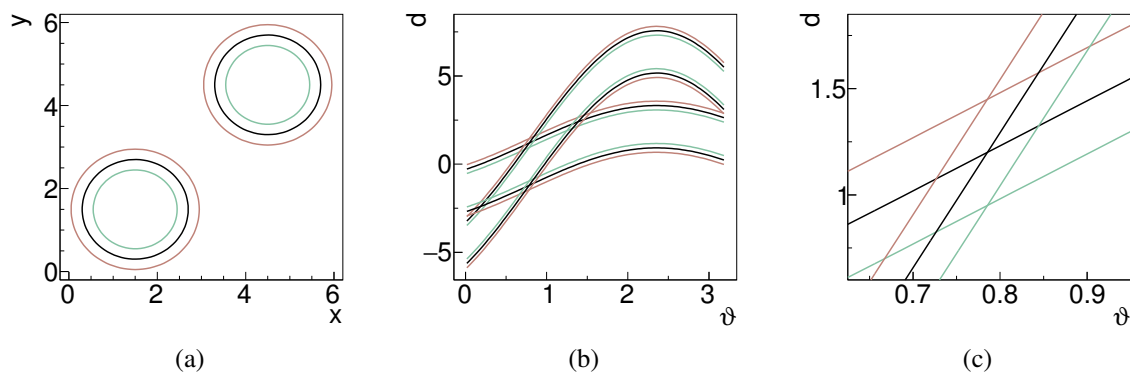


Abbildung 5.2: Messabweichung zweier Kreise transformiert in den Hough-Raum

Ändert man für beide Kreise den Radius um $\pm \Delta r$, so verschiebt sich der Schnittpunkt (Θ, D) der beiden Funktionen nur in der Ordinate zu $(\Theta, D \pm \Delta r)$ (siehe Schnittpunkte der roten bzw. grünen Kurven in Abb. 5.2(c)). Desweiteren ist die Form der Messabweichung abhängig von der Steigung der Kurven in und um den Hough-Punkt (Θ, D) , und zeigt sich etwa in Form eines Parallelogramms.

Somit hat jeder Hough-Punkt eine ihm eigene Messabweichungsfläche im Hough-Raum, im folgenden auch kurz als Δ -Fläche bezeichnet.

5.2 Zusammenhang von Messabweichungen mehrerer Hough-Punkte

Betrachtet man nun zwei Hough-Punkte und will ermitteln ob diese nahe beieinander liegen, erschließt sich einem, dass man sich anschauen muss ob die Δ -Flächen dieser Hough-Punkte einander überschneiden. Die Ränder der Δ -Flächen sind Kurven von der Form $d(\vartheta) = \pm R + A \cos \vartheta + B \sin \vartheta$, somit wirkt das zunächst recht aufwendig.

5.2.1 Annäherung der Fläche einer Messabweichung durch ein Parallelogramm

Da die Δ -Flächen augenscheinlich aussehen wie Parallelogramme, liegt es nahe diese auch angenähert in einer solchen Form zu parametrisieren. Hierfür wird der Hough-Punkt (Θ, D) als Mittelpunkt des Parallelogramms gewählt. Wir wissen aus Kapitel 5.1, dass zwei Ecken des Parallelogramms übereinander

¹ Das quadratische Mittel der Abweichung der Röhren innerhalb ihres Rasters beträgt $55\ \mu\text{m}$ [9]

liegen, nämlich diejenigen die genau oberhalb und unterhalb des Hough-Punktes liegen, $(\Theta, D \pm \Delta r)$. Außerdem kennen wir die Steigung im Punkt selber. Damit lassen sich mittels einfacher Trigonometrie zwei Vektoren ablesen, nämlich derjenige vom Hough-Punkt zur Mitte der rechten unteren Seite des Parallelogramms, \vec{H}_1 , und derjenige vom Hough-Punkt zur Mitte der rechten oberen Seite des Parallelogramms, \vec{H}_2 (siehe Abb. 5.3(a)).

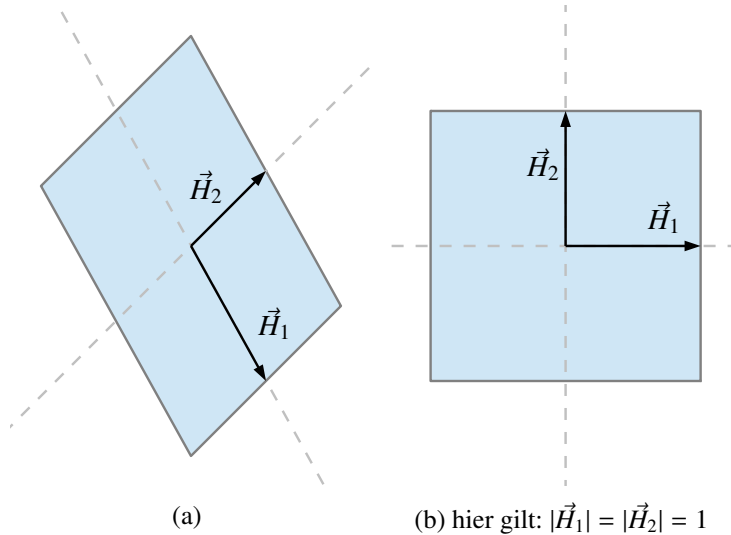


Abbildung 5.3: Das dem Parallelogramm eigene Koordinatensystem

Wenn man die Vektoren (\vec{H}_1, \vec{H}_2) als Basisvektoren der Δ -Fläche² versteht, kann man nun jeden Punkt in der (ϑ, d) -Ebene in dieser Basis darstellen. Wir haben also der Δ -Fläche ihr eigenes Koordinatensystem verschafft (siehe Appendix A.2.1).

Transformiert man nun einen beliebigen Vektor $\vec{V} = (\Theta', D')$ in diese Basis, so erhält man dessen Darstellung in der Basis der Δ -Fläche: \vec{V}^t . Jetzt kann man ganz einfach testen ob dieser innerhalb der Δ -Fläche eines Hough-Punktes liegt, denn es muss nun einfach gelten:

$$-1 \leq V_1^t \leq 1, \quad \text{und} \quad -1 \leq V_2^t \leq 1 \quad (5.1)$$

Die Annäherung der Fläche an ein Parallelogramm funktioniert auch deshalb recht gut, weil zwei Driftkreise immer einen Mindestabstand haben. Dadurch werden die Winkel der sich schneidenden Funktionen an den Hough-Punkten nicht zu spitz, sodass sich die Δ -Flächen nur sehr gering mit den Kurven biegen.

5.2.2 Überschneidung zweier Parallelogramme

Mit der gegebenen Basistransformation kann man nun entscheiden, ob sich ein Hough-Punkt A innerhalb der Δ -Fläche eines Hough-Punktes B befindet und umgekehrt (Überschneidungs-Typ I, siehe Abb. 5.4(a)). Die Δ -Flächen können sich jedoch auch überschneiden, ohne dass dies der Fall ist. Zur vollen Überprüfung einer Überschneidung fehlen noch zwei Sonderfälle.

Zuerst ist es möglich, dass lediglich einer der Eckpunkte der Δ -Fläche von A innerhalb der Δ -Fläche von B liegt und umgekehrt (Überschneidungs-Typ II, siehe Abb. 5.4(b)). Das ist leicht festzustellen, da

² Δ -Fläche und Parallelogramm werden synonym verwendet, soweit nicht explizit auf deren Unterschied hingewiesen wird

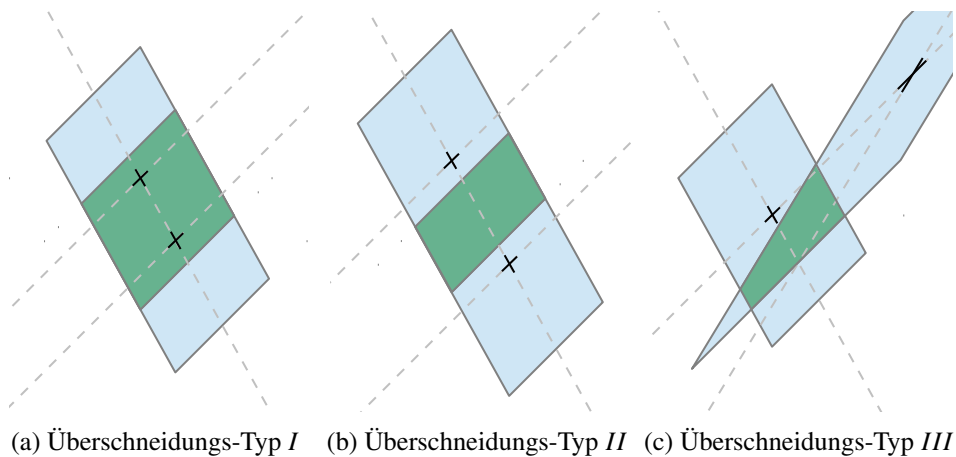


Abbildung 5.4: Verschiedene Überschneidungsarten der Δ -Flächen

man die Eckpunkte leicht mit einfacher Trigonometrie berechnen und diese dann in der entsprechenden Basis dahingehend überprüfen kann (siehe Formel 5.1).

Zuletzt ist es noch möglich, dass sich zwei Δ -Flächen überschneiden indem sie sich spitz überlappen (Überschneidungs-Typ III, siehe Abb. 5.4(c)). Auch das kann mittels eines simplen Algorithmus berechnet werden (siehe Appendix A.2.2).

Die Überschneidungen so detailliert zu behandeln mag recht aufwendig scheinen, ist aber im Vergleich zum rechenzeit-aufwendigen Clustering vernachlässigbar.

5.3 Auswirkungen der Messabweichung auf das Clustering

Durch die Behandlung der Messabweichung eines Driftkreises sowie der daraus folgenden Messabweichung für einen Hough-Punkt erhält man also zuerst eine Aussage darüber, ob zwei Hough-Punkte nah beieinander liegen. Diese Nähe impliziert eine mögliche Zugehörigkeit beider Hough-Punkte zu einem Cluster.

Darüber hinaus lässt sich aus der Transformation der Punkte in die Basis eines der Punkte ein Distanzbegriff zwischen zwei Punkten ableiten. Für die Überschneidungs-Typen I und II wird einfach die Mitte zwischen beiden Hough-Punkten gewählt um dann in beiden Koordinatensystemen die Distanz zu diesem Mittelpunkt auszurechnen. Diese Summe beider Distanzen wird dann als Distanz zwischen den Punkten interpretiert. Für den Überschneidungs-Typ III ist es möglich und wahrscheinlich, dass dieser Mittelpunkt außerhalb beider Δ -Flächen liegt. Deswegen wird ein Punkt innerhalb der Überschneidung gewählt. Danach wird auch hier in beiden Koordinatensystemen der Δ -Flächen die Distanz zu diesem Punkt berechnet und deren Summe dann als Distanz interpretiert. Die Wahl des Punktes innerhalb der Überschneidung wird dabei möglichst nah an beiden Hough-Punkten gewählt.

Damit kann man nun Distanzen zwischen Hough-Punkten vergleichen und somit ein genaueres Clustering erreichen.

Natürlich wirkt ein solcher Distanzbegriff recht vage. In dem sowieso schon recht robusten Verfahren der Hough-Transformation entspricht er allerdings einer sehr guten Schätzung. Außerdem kann man diese Schätzung noch verfeinern, indem man diese Distanzen noch danach gewichtet zu welchem Typ von Überlagerung sie zählen (siehe Kapitel 5.2.2).

Aus dem Winkel unter dem sich die Funktionen, die zu einem Hough-Punkt gehören, schneiden, lässt sich grob auf die Distanz der Mittelpunkte der beteiligten Driftkreise schließen. Ein spitzer Winkel

entspricht hier eher einem kleinen Abstand und umgekehrt. Anhand dessen kann aus jedem Cluster dann ein gewichteter arithmetischer Mittelwert berechnet werden, da Hough-Punkte deren beteiligte Driftkreise weiter auseinander liegen eine genauere Winkelauflösung versprechen (siehe Abb. 4.3). Dieser Mittelwert entspricht schließlich der rekonstruierten Spur.

Fazit

Die Grundidee einer neuen Spurrekonstruktion in STYX durch Benutzung der Hough-Transformation scheint gut zu dem Experiment zu passen. Die Hough-Transformation über den beliebigen Weg der Hesse-Normalform kann ohne große Anpassungen auch für die Driftkreise benutzt werden, die in STYX gemessen werden. Statt einer Funktion, die durch einen Punkt entstanden wäre, ergeben sich zwei Funktionen. Diese haben die Form $d(\vartheta) = \pm R + A \cos \vartheta + B \sin \vartheta$ und enthalten lediglich einen zusätzlichen Term, der dem Radius des Driftkreises entspricht. Die Schnittpunkte dieser Funktionen im Hough-Raum entsprechen möglichen Kandidaten für Myonenspuren, die tangential an je zwei Driftkreisen anliegen.

Anhand der Transformation der Messabweichung der Driftkreise wurde ein geeigneter Distanzbegriff für den Hough-Raum geschaffen. Dabei wurden die entstandenen Messabweichungsflächen (Δ -Flächen) im Hough-Raum durch Parallelogramme angenähert. Diese Annäherung lässt es zu, rechnerisch mit wenig Aufwand zu entscheiden, ob Δ -Flächen Überschneidungen haben oder nicht. So können große Teile von Kombinationen während des recht aufwendigen Clusterings ausgeschlossen werden. Dabei wurde ein möglichst gutes Clustering gewählt, das jedoch aufgrund seiner zeitlichen Komplexität für große Driftkreis-Mengen Nachteile birgt, da die Rekonstruktion für hunderttausende Spuren, wie im Experiment durchgeführt, deutlich langsamer ist als die ursprüngliche Rekonstruktion. Verbesserungen im Clustering sind daher sicher wünschenswert, um die Rechenintensität dem bisherigen Spurrekonstruktions-Verfahren anzunähern. Vielleicht findet sich eine Möglichkeit, das Clustering zu beschleunigen ohne wichtige Informationen zu vernachlässigen. Man könnte beispielsweise Messungen die eine Anzahl an Driftkreisen über einem gewissen Wert n enthalten, ignorieren oder mittels des bisherigen Verfahrens berechnen.

Nichtsdestotrotz wird es erreicht mittels des Clusterings das Maximum an Informationsgehalt der gemessenen Daten zu extrahieren. Fehl-Rekonstruktionen aufgrund des Verlorengehens möglicherweise relevanter Daten kann weitestgehend ausgeschlossen werden. Außerdem ist es nun auch möglich Winkel zu messen die nur innerhalb eines Detektor-Moduls auftreten. Und eine zukünftige Einbindung des mittleren Moduls, welches bisher ungenutzt ist, kann sehr leicht vorgenommen werden.

Die zur neuen Spurrekonstruktion erstellten Programme werden in den STYX-Quellcode eingebracht und ermöglichen damit die Auswertung der gemessenen Daten anhand der neuen Methode.

Nützliche Informationen

A.1 Clustering: Zusätzliche Bilder

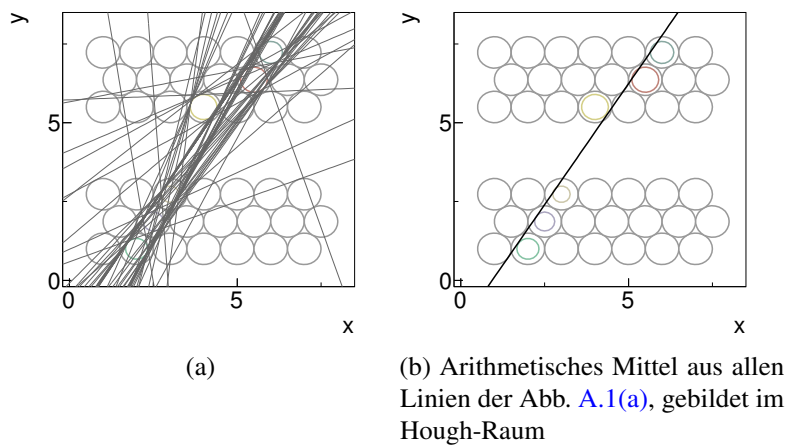


Abbildung A.1: Zu den Schnittpunkten aus Abbildung 4.1(c) gehörende Linien

A.2 Messabweichung von Driftkreisen im Hough-Raum

A.2.1 Basistransformation in den Raum eines Parallelogramms

Für eine Basistransformation von einer Basis $X = (\hat{e}_\theta, \hat{e}_d)$ zu einer neuen Basis Y brauchen wir eine Basiswechselmatrix. Wir kennen durch einfache Trigonometrie die Basisvektoren der neuen Basis Y in X : (\vec{h}_1, \vec{h}_2) . Es gilt:

$$h_j = \sum_{i=1}^2 \alpha_{ij} \hat{e}_i \quad (\text{A.1})$$

wobei man nun $A = (a_{ij})_{i,j}$ nach Bemerkung 1 in [10] als Basiswechselmatrix auffassen kann. Will man nun einen beliebigen Vektor a_X aus X in Y ausdrücken, so folgt nach Bemerkung 3 in [10]:

$$a_Y = A^{-1} \cdot a_X \quad (\text{A.2})$$

Diese Matrix ist nun für unseren speziellen Fall genau:

$$A^{-1} = \frac{1}{(h_{1\vartheta}h_{2d} - h_{2\vartheta}h_{1d})} \begin{pmatrix} h_{2d} & -h_{2\vartheta} \\ -h_{1d} & h_{1\vartheta} \end{pmatrix}, \quad \text{wobei außerdem gilt: } h_{1\vartheta} = h_{2\vartheta} \quad (\text{A.3})$$

Als Vorbedingung muss außerdem gelten, dass A vollen Rang hat. Mit anderen Worten, \vec{h}_1 und \vec{h}_2 müssen immer einen Winkel aufspannen. Dies ist immer der Fall, da die Steigung von $d(\vartheta) = \pm R + A \cos \vartheta + B \sin \vartheta$ beschränkt ist.

A.2.2 Algorithmus für spitz überschneidende Parallelogramme

Zur Bestimmung der Überschneidung von zwei Parallelogrammen X und Y deren beider Ecken je nicht im anderen Parallelogramm liegen, wird das Koordinatensystem der Parallelogramme zunächst in Oktanten aufgeteilt, wie in Abbildung A.2 gezeigt.

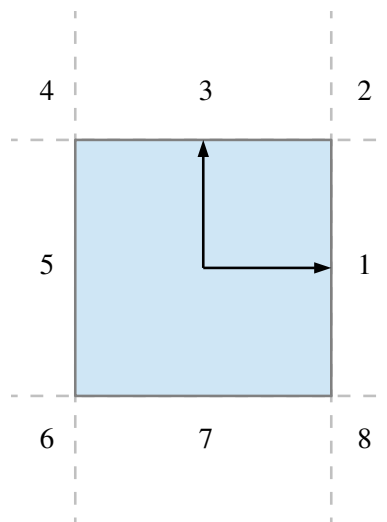


Abbildung A.2: Aufteilung des Raumes in Oktanten

Nehmen wir an, wir befinden uns im Koordinatensystem von X . Nun wird als erstes Bedingung für jeden der vier Eckpunkte von Y geguckt, in welchem Oktant er liegt und ob einer der übrigen drei Eckpunkte ihm *gegenüber* liegen.

Liegt ein Punkt Y_A in einem Oktanten, so wird ein ihm gegenüber liegender Punkt Y_B definiert als ein Punkt der in einem anderen Oktanten liegt, sodass eine Verbindungslinie zwischen Y_A und Y_B die Fläche von X schneiden kann (siehe beispielhaft für zwei Punkte in Oktanten 1 und 2 Abb. A.3(a)).

Liegt Y_A in einem ungeraden Oktanten, so sind nur die beiden direkten Nachbar-Oktanten sowie er selber ausgeschlossen. Liegt Y_A hingegen in einem geraden Oktanten, so zählt nur der ihm genau diagonal gegenüber liegende Oktant sowie dessen direkte Nachbarn als gegenüber liegend.

Wie aus Abbildungen A.3(b) und A.3(c) ersichtlich, ist die erste Bedingung nur notwendig. Die hinreichende Bedingung an dieser Stelle ist nun genau die, dass im Koordinatensystem von Y für jeden

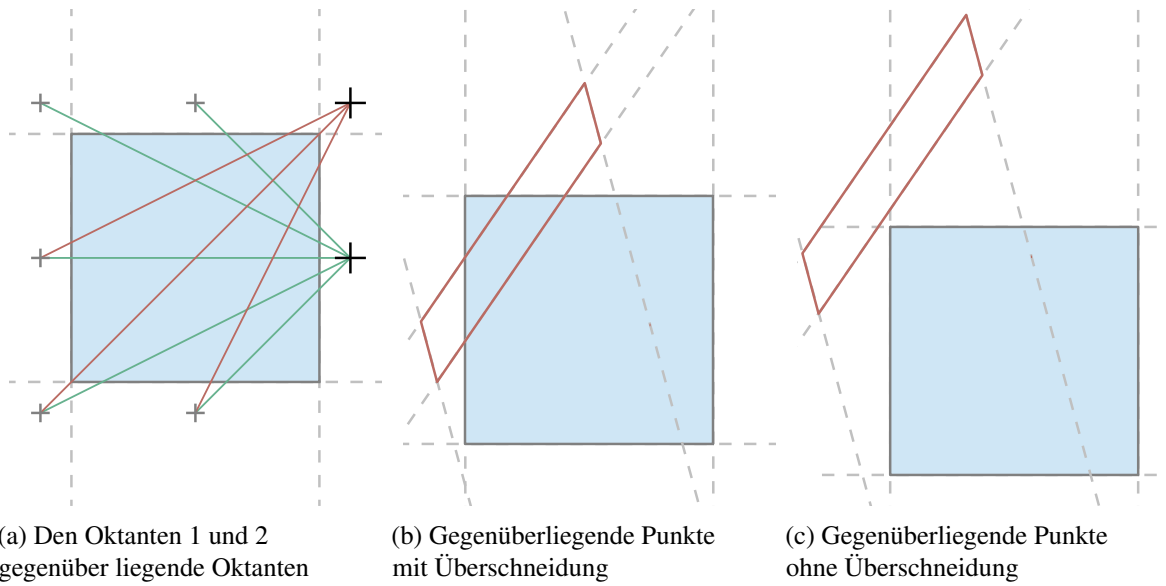


Abbildung A.3

Eckpunkt von X geguckt wird, ob einer der übrigen drei Eckpunkte ihm gegenüber liegt. Genau wie in der ersten Bedingung reicht es hier, wenn man dies für einen Eckpunkt von X findet.

Eine Fall wie in Abbildung A.3(b) ist jetzt nicht mehr möglich, und die beiden Parallelogramme überschneiden sich also.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Skizze der STYX-Röhrchen	3
2.2	Gemessene Ladungsträger für zylindrische Gasdetektoren in Abhängigkeit der Spannung [4]	5
2.3	STYX-Daten-Datei, u.a. enthaltend: Modul, Layer im Modul, Nummer des Röhrchens, Pulslänge	6
2.4	STYX-Driftkreise und daraus rekonstruierbare Spuren	7
3.1	Darstellung einer Geraden mittels ihrer Hesse-Normalform	10
3.2	Einfache Hough-Transformation	10
3.3	Wichtige Winkel in der Hough-Transformation eines Kreises	11
3.4	Hough-Transformation eines Kreises	12
3.5	Hough-Transformation zweier Kreise	13
4.1	Anhäufungen von Schnittpunkten im Hough-Raum	15
4.2	Skizze Complete-Linkage-Clustering	16
4.3	Auswirkungen der Distanz zweier Driftkreise auf die mögliche Myonenspur und somit auch auf die Cluster-Zugehörigkeit weiterer Driftkreise	17
5.1	Messabweichung eines Kreises in r transformiert in den Hough-Raum	19
5.2	Messabweichung zweier Kreise transformiert in den Hough-Raum	20
5.3	Das dem Parallelogramm eigene Koordinatensystem	21
5.4	Verschiedene Überschneidungsarten der Δ -Flächen	22
A.1	Zu den Schnittpunkten aus Abbildung 4.1(c) gehörende Linien	27
A.2	Aufteilung des Raumes in Oktanten	28
A.3	29

Literatur

- [1] E. Zarkh, *STYX Experiment: Further Development*, Masterarbeit in Physik: Universität Bonn, 2015, (siehe S. 4, 6).
- [2] C. Grupen, *Astroparticle Physics*, Springer, 2005,
URL: [http://www2.fisica.unlp.edu.ar/blogs/tgc/Gruppen%20C.%20Astroparticle%20Physics%20\(Springer%202005\)\(448s\)_PGrc_.pdf](http://www2.fisica.unlp.edu.ar/blogs/tgc/Gruppen%20C.%20Astroparticle%20Physics%20(Springer%202005)(448s)_PGrc_.pdf), (siehe S. 4).
- [3] Allkofer, *Teilchen-Detektoren*, Verlag Karl Thiemig, 1971, Kap. 4 53–56, (siehe S. 5).
- [4] M. Schultens, *Teststrahlmessungen mit hochgranularer Auslese einer Zeitprojektionskammer bei verschiedenen Pixelgrößen*, Diplomarbeit in Physik: Universität Bonn, 2010, URL:
<https://www.lhc-ilc.physik.uni-bonn.de/ergebnisse/dateien/t00000016.pdf>,
(siehe S. 5, 31).
- [5] C. Grupen und B. Shwartz, *Particle Detectors*, 2. Aufl., Cambridge University Press, 2008,
(siehe S. 5).
- [6] S. Fourletov, *Straw tube tracking detector (STT) for ZEUS*,
Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 535 (2004) 191–196,
URL: http://joule.bu.edu/~hazen/G-2/ASDQ/ZEUS_upgrade.pdf, (siehe S. 6, 20).
- [7] R. O. Duda und P. E. Hart,
Use of the Hough Transformation To Detect Lines and Curves in Pictures,
Communications of the ACM **15** (1972) 11–15,
URL: <https://www.cse.unr.edu/~bebis/CS474/Handouts/HoughTransformPaper.pdf>,
(siehe S. 9).
- [8] L. Rokach und O. Maimon, *Data mining and knowledge discovery handbook*, Springer US, 2005,
Kap. 15 321–352,
URL: <https://www.cs.swarthmore.edu/~meeden/cs63/s16/reading/Clustering.pdf>,
(siehe S. 16).
- [9] S. Goers, „The Straw-Tube Tracker of the ZEUS Detector“,
IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2004,
URL: http://joule.bu.edu/~hazen/G-2/ASDQ/ZEUS_upgrade.pdf, (siehe S. 20).
- [10] S. Bosch, *Lineare Algebra*, 2. Aufl., Springer, 2003, Kap. 3.4 115–117, (siehe S. 28).